Recueil d'exercices du Baccalauréat : Questionnaires à Choix Multiples

Session 2021 ....page 2

Session 2022 ....page 12

Session 2023 ....page 31

Session 2024 ....page 62

Session 2025 ....page 76

Exercice 1 - Asie jour 2 (8 juin 2021)

Pour chaque question, trois affirmations sont proposées, une seule de ces affirmations est exacte.
Le candidat recopiera sur sa copie le numéro de chaque question et la lettre de la réponse choisie pour celle-ci.
AUCUNE JUSTIFICATION n'est demandée. Une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlève aucun point.

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \left(x^2 - 2x - 1\right)\mathrm{e}^x.$$

A. La fonction dérivée de f est la fonction définie par $f'(x) = (2x-2)\mathrm{e}^x$.

B. La fonction f est décroissante sur l'intervalle $]-\infty\,;\,2]$.

C. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$.

2. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{3}{5+\mathrm{e}^x}$.

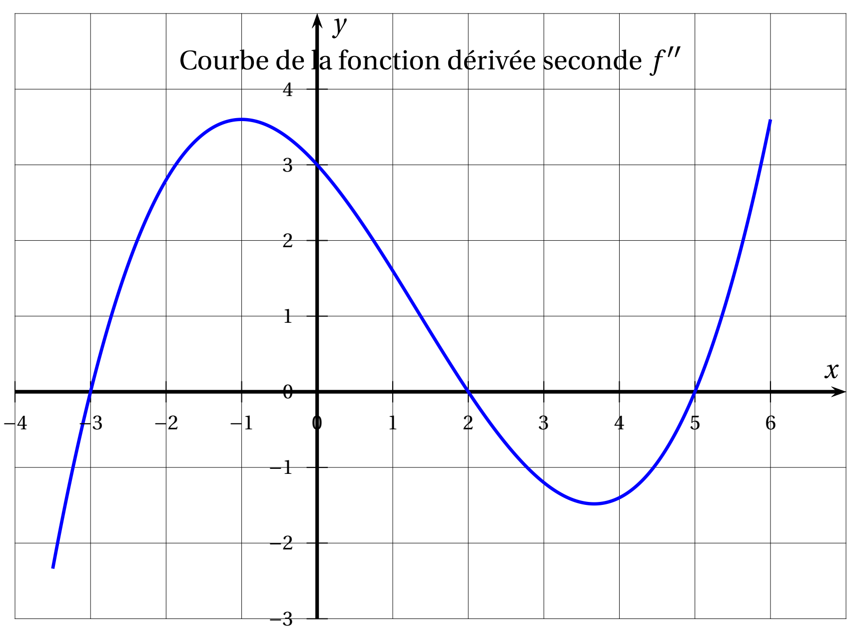
Sa courbe représentative dans un repère admet :

A. une seule asymptote horizontale;

B. une asymptote horizontale et une asymptote verticale;

C. deux asymptotes horizontales.

3. On donne ci-dessous la courbe $\mathcal{C}_{f''}$ représentant la fonction dérivée seconde f'' d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[-3{,}5\,;\,6]$.



A. La fonction f est convexe sur l'intervalle $[-3\,;\,3]$.

B. La fonction f admet trois points d'inflexion.

C. La fonction dérivée f' de f est décroissante sur l'intervalle $[0\,;\,2]$.

4. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = n^2 - 17n + 20$.

   A. La suite (u_n) est minorée.

   B. La suite (u_n) est décroissante.

   C. L'un des termes de la suite (u_n) est égal à 2 021.

5. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n,
   $u_{n+1} = 0,75u_n + 5$.

   On considère la fonction « seuil » suivante écrite en Python :

```
def seuil :
   u = 2
   n = 0
   while u < 45 :
      u = 0,75*u + 5
      n = n+1
   return n
```

   Cette fonction renvoie :

   A. la plus petite valeur de n telle que $u_n \geqslant 45$;

   B. la plus petite valeur de n telle que $u_n < 45$;

   C. la plus grande valeur de n telle que $u_n \geqslant 45$.

Exercice 2 - Métropole jour 1 (7 juin 2021)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

Soit f la fonction définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{x}$$

On donne l'expression de la dérivée seconde f'' de f, définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f''(x) = \frac{2e^{2x}(2x^2 - 2x + 1)}{x^3}.$$

1. La fonction f', dérivée de f, est définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :

a. $f'(x) = 2e^{2x}$

b. $f'(x) = \dfrac{e^{2x}(x-1)}{x^2}$

c. $f'(x) = \dfrac{e^{2x}(2x-1)}{x^2}$

d. $f'(x) = \dfrac{e^{2x}(1+2x)}{x^2}$.

2. La fonction f :

a. est décroissante sur $]0\,;\,+\infty[$

b. est monotone sur $]0\,;\,+\infty[$

c. admet un minimum en $\dfrac{1}{2}$

d. admet un maximum en $\dfrac{1}{2}$.

3. La fonction f admet pour limite en $+\infty$:

a. $+\infty$

b. 0

c. 1

d. e^{2x}.

4. La fonction f :

a. est concave sur $]0\,;\,+\infty[$

b. est convexe $]0\,;\,+\infty[$

c. est concave sur $\left]0\,;\,\frac{1}{2}\right]$

d. est représentée par une courbe admettant un point d'inflexion.

Exercice 3- Métropole jour 2 (8 juin 2021)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath},\,\vec{k}\right)$.
On considère :

- La droite $\mathscr{D}$ passant par les points $A(1\,;\,1\,;\,-2)$ et $B(-1\,;\,3\,;\,2)$.
- La droite $\mathscr{D}'$ de représentation paramétrique : $\left\{\begin{array}{rcr} x &=& -4+3t \\ y &=& 6-3t \\ z &=& 8-6t \end{array}\right.$ avec $t \in \mathbb{R}$.
- Le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $x + my - 2z + 8 = 0$ où m est un nombre réel.

Question 1 : Parmi les points suivants, lequel appartient à la droite $\mathscr{D}'$?

a. $M_1(-1\,;\,3\,;\,-2)$ **b.** $M_2(11\,;\,-9\,;\,-22)$ **c.** $M_3(-7\,;\,9\,;\,2)$ **d.** $M_4(-2\,;\,3\,;\,4)$

Question 2 : Un vecteur directeur de la droite $\mathscr{D}'$est :

a. $\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix}-4\\6\\8\end{pmatrix}$ **b.** $\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix}3\\3\\6\end{pmatrix}$ **c.** $\overrightarrow{u_3}\begin{pmatrix}3\\-3\\-6\end{pmatrix}$ **d.** $\overrightarrow{u_4}\begin{pmatrix}-1\\3\\2\end{pmatrix}$

Question 3 : Les droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont :

a. sécantes **b.** strictement parallèles **c.** non coplanaires **d.** confondues

Question 4 : La valeur du réel m pour laquelle la droite $\mathscr{D}$ est parallèle au plan $\mathscr{P}$ est :

a. $m = -1$ **a.** $m = 1$ **c.** $m = 5$ **d.** $m = -2$

Exercice 4 - Centres Etrangers candidats libres jour 1 (9 juin 2021)

Ceci est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations est exacte.
Le candidat recopiera sur sa copie le numéro de la question et la réponse correspondante.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x\mathrm{e}^{-2x}.$$

On note f'' la dérivée seconde de la fonction f.

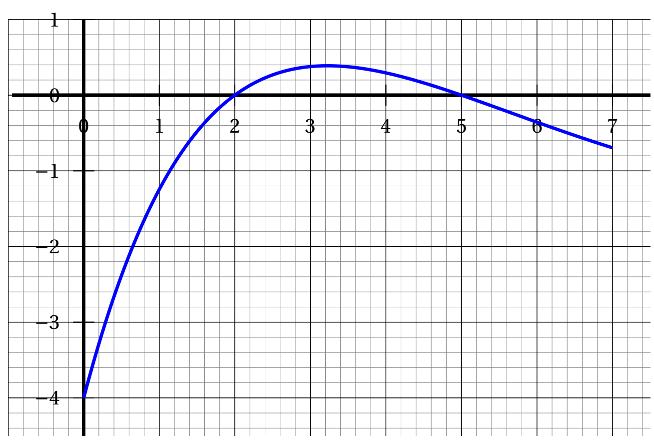
Quel que soit le réel x, $f''(x)$ est égal à :

a. $(1-2x)\mathrm{e}^{-2x}$ **b.** $4(x-1)\mathrm{e}^{-2x}$ **c.** $4\mathrm{e}^{-2x}$ **d.** $(x+2)\mathrm{e}^{-2x}$

2. Un élève de première générale choisit trois spécialités parmi les douze proposées. Le nombre de combinaisons possibles est :

a. 1 728 **b.** 1 320 **c.** 220 **d.** 33

3. On donne ci-dessous la représentation graphique de f' fonction dérivée d'une fonction f définie sur $[0\,;\,7]$.



Le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0\,;\,7]$ est :

a.

x	0		3,25		7
$f(x)$		↗		↘	

b.

x	0		2		5		7
$f(x)$		↘		↗		↘	

c.

x	0		2		5		7
$f(x)$		↗		↘		↗	

d.

x	0		2		7
$f(x)$		↗		↘	

4. Une entreprise fabrique des cartes à puces. Chaque puce peut présenter deux défauts notés A et B.

Une étude statistique montre que 2,8 % des puces ont le défaut A, 2,2 % des puces ont le défaut B et, heureusement, 95,4 % des puces n'ont aucun des deux défauts.

La probabilité qu'une puce prélevée au hasard ait les deux défauts est :

a. 0,05 **b.** 0,004 **c.** 0,046 **d.** On ne peut pas le savoir

5. On se donne une fonction f, supposée dérivable sur $\mathbb{R}$, et on note f' sa fonction dérivée.

On donne ci-dessous le tableau de variation de f :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

D'après ce tableau de variation :

a. f' est positive sur $\mathbb{R}$.

b. f' est positive sur $]-\infty\,;\,-1]$

c. f' est négative sur $\mathbb{R}$

d. f' est positive sur $[-1\,;\,+\infty[$

Exercice 5 - Centres Etrangers candidats libres jour 2 (10 juin 2021)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des cinq questions, quatre réponses sont proposées; une seule de ces réponses est exacte.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué.

Barème : une bonne réponse rapporte un point. Une réponse inexacte ou une absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.

Question 1 :

On considère la fonction g définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = x^2 + 2x - \dfrac{3}{x}$.
Une équation de la tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 1 est :

a. $y = 7(x-1)$	**b.** $y = x - 1$	**c.** $y = 7x + 7$	**d.** $y = x + 1$

Question 2 :

On considère la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{3n}{n+2}$. On cherche à déterminer la limite de v_n lorsque n tend vers $+\infty$.

a. $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 1$	**b.** $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 3$	**c.** $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \dfrac{3}{2}$	**d.** On ne peut pas la déterminer

Question 3 : Dans une urne il y a 6 boules noires et 4 boules rouges. On effectue successivement 10 tirages aléatoires avec remise. Quelle est la probabilité (à 10^{-4} près) d'avoir 4 boules noires et 6 boules rouges?

a. 0,166 2	**b.** 0,4	**c.** 0,111 5	**d.** 0,888 6

Question 4 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3\mathrm{e}^x - x$.

a. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 3$	**b.** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$	**c.** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$	**d.** On ne peut pas déterminer la limite de la fonction f lorsque x tend vers $+\infty$

Question 5 :

Un code inconnu est constitué de 8 signes.
Chaque signe peut être une lettre ou un chiffre. Il y a donc 36 signes utilisables pour chacune des positions.
Un logiciel de cassage de code teste environ cent millions de codes par seconde. En combien de temps au maximum le logiciel peut-il découvrir le code?

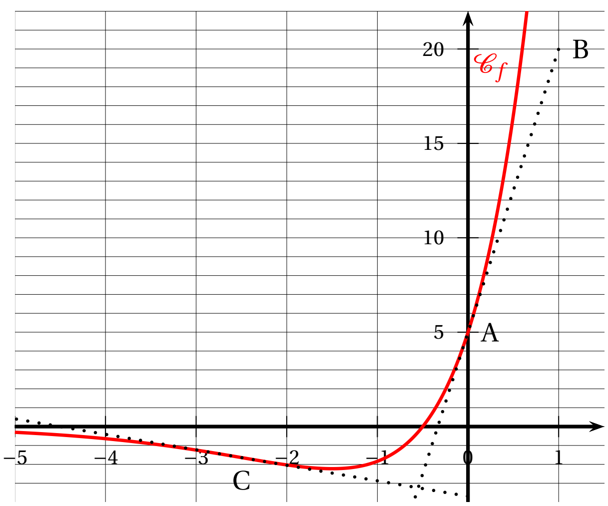
a. environ 0,3 seconde	**b.** environ 8 heures	**c.** environ 3 heures	**d.** environ 470 heures

Exercice 6 - Métropole Candidats libres (13 septembre 2021)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Le graphique ci-contre donne la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ dans un repère orthogonal d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
On notera f' la fonction dérivée de f.
On donne les points A de coordonnées (0; 5) et B de coordonnées (1; 20). Le point C est le point de la courbe $\mathscr{C}_f$ ayant pour abscisse $-2,5$. La droite (AB) est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A.

Les questions 1 à 3 se rapportent à cette même fonction f.



1. On peut affirmer que :
   - **a.** $f'(-0,5) = 0$
   - **b.** si $x \in]-\infty\,;\,-0,5[$, alors $f'(x) < 0$
   - **c.** $f'(0) = 15$
   - **d.** la fonction dérivée f' ne change pas de signe sur $\mathbb{R}$.
2. On admet que la fonction f représentée ci-dessus est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (ax + b)e^x$, où a et b sont deux nombres réels et que sa courbe coupe l'axe des abscisses en son point de coordonnées $(-0,5\,;\,0)$.
   On peut affirmer que :
   - **a.** $a = 10$ et $b = 5$
   - **b.** $a = 2,5$ et $b = -0,5$
   - **c.** $a = -1,5$ et $b = 5$
   - **d.** $a = 0$ et $b = 5$

3. On admet que la dérivée seconde de la fonction f est définie sur par :

$$f''(x) = (10x + 25)\mathrm{e}^{x}.$$

On peut affirmer que :

a. La fonction f est convexe sur $\mathbb{R}$

b. La fonction f est concave sur $\mathbb{R}$

c. Le point C est l'unique point d'inflexion de $\mathscr{C}_f$

d. $\mathscr{C}_f$ n'admet pas de point d'inflexion

4. On considère deux suites (U_n) et (V_n) définies sur $\mathbb{N}$ telles que :

- pour tout entier naturel n, $U_n \leqslant V_n$;
- $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n = 2$.

On peut affirmer que :

a. la suite (U_n) converge

b. pour tout entier naturel n, $V_n \leqslant 2$

c. la suite (U_n) diverge

d. la suite (U_n) est majorée

Exercice 7 - Métropole Candidats libres jour 2 (13 septembre 2021)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$, on considère les points A(1 ; 0 ; 2), B(2 ; 1 ; 0),

C(0 ; 1 ; 2) et la droite Δ dont une représentation paramétrique est : $\left\{\begin{array}{lcl} x &=& 1+2t\\ y &=& -2+t\\ z &=& 4-t\end{array}\right., t \in \mathbb{R}$.

1. Parmi les points suivants, lequel appartient à la droite Δ ?

Réponse A : M(2 ; 1 ; −1) ;
Réponse B : N(−3 ; −4 ; 6) ;
Réponse C : P(−3 ; −4 ; 2) ;
Réponse D : Q(−5 ; −5 ; 1).

2. Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ admet pour coordonnées :

Réponse A : $\begin{pmatrix}1,5\\0,5\\1\end{pmatrix}$;
Réponse B : $\begin{pmatrix}-1\\-1\\2\end{pmatrix}$;
Réponse C : $\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix}$
Réponse D : $\begin{pmatrix}3\\1\\2\end{pmatrix}$.

3. Une représentation paramétrique de la droite (AB) est :

Réponse A : $\left\{\begin{array}{l} x=1+2t\\ y=t\\ z=2\end{array}\right., t \in \mathbb{R}$
Réponse B : $\left\{\begin{array}{l} x=2-t\\ y=1-t\\ z=2t\end{array}\right., t \in \mathbb{R}$
Réponse C : $\left\{\begin{array}{l} x=2+t\\ y=1+t\\ z=2t\end{array}\right., t \in \mathbb{R}$
Réponse D : $\left\{\begin{array}{l} x=1+t\\ y=1+t\\ z=2-2t\end{array}\right., t \in \mathbb{R}$

4. Une équation cartésienne du plan passant par le point C et orthogonal à la droite Δ est :

Réponse A : $x-2y+4z-6=0$;
Réponse B : $2x+y-z+1=0$;
Réponse C : $2x+y-z-1=0$;
Réponse D : $y+2z-5=0$.

5. On considère le point D défini par la relation vectorielle $\overrightarrow{OD} = 3\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$.

Réponse A : $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires ;
Réponse B : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$;
Réponse C : D a pour coordonnées (3 ; −1 ; −1) ;
Réponse D : les points A, B, C et D sont alignés.

Exercice 8 - Polynésie jour 1 (4 mai 2022)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des six questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction g définie et dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$g(x) = \ln\left(x^2 + x + 1\right).$$

Pour tout nombre réel x strictement positif :

a. $g'(x) = \dfrac{1}{2x+1}$ **b.** $g'(x) = \dfrac{1}{x^2+x+1}$

c. $g'(x) = \ln(2x+1)$ **d.** $g'(x) = \dfrac{2x+1}{x^2+x+1}$

2. La fonction $x \longmapsto \ln(x)$ admet pour primitive sur $]0\,;\,+\infty[$ la fonction :

a. $x \longmapsto \ln(x)$ **b.** $x \longmapsto \dfrac{1}{x}$ **c.** $x \longmapsto x\ln(x) - x$ **d.** $x \longmapsto \dfrac{\ln(x)}{x}$

3. On considère la suite (a_n) définie pour tout n dans $\mathbb{N}$ par :

$$a_n = \frac{1-3^n}{1+2^n}.$$

La limite de la suite (a_n) est égale à :

a. $-\infty$ **b.** -1 **c.** 1 **d.** $+\infty$

4. On considère une fonction f définie et dérivable sur $[-2\,;\,2]$. Le tableau de variations de la fonction f' dérivée de la fonction f sur l'intervalle [-2 ; 2] est donné par :

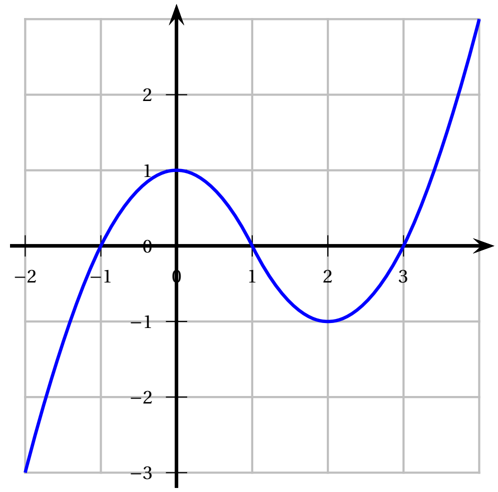
x	-2	-1	0	2
variations de f'	1	0	-2	-1

La fonction f est :

a. convexe sur $[-2\,;\,-1]$ **b.** concave sur $[0\,;\,1]$

c. convexe sur $[-1\,;\,2]$ **d.** concave sur $[-2\,;\,0]$

5. On donne ci-dessus la courbe représentative de la dérivée f' d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-2\,;\,4]$.



Par lecture graphique de la courbe de f', déterminer l'affirmation correcte pour f :

a. f est décroissante sur $[0\,;\,2]$
b. f est décroissante sur $[-1\,;\,0]$
c. f admet un maximum en 1 sur $[0\,;2]$
d. f admet un maximum en 3 sur $[2\,;\,4]$

6. Une action est cotée à 57 €. Sa valeur augmente de 3 % tous les mois.
La fonction python seuil() qui renvoie le nombre de mois à attendre pour que sa valeur dépasse 200 € est :

a.
```
def seuil() :
    m=0
    v=57
    while v < 200 :
        m=m+1
        v = v*1.03
    return m
```

b.
```
def seuil() :
    m=0
    v=57
    while v > 200 :
        m=m+1
        v = v*1.03
    return m
```

c.
```
def seuil() :
    v=57
    for i in range (200) :
        v = v*1.03
    return v
```

d.
```
def seuil() :
    m=0
    v=57
    if v < 200 :
        m=m+1
    else :
        v = v*1.03
    return m
```

Exercice 9 - Polynésie jour 2 (6 mai 2022)

Thèmes : fonctions, primitives, probabilités

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des six questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction f définie et dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = x\ln(x) - x + 1.$$

Parmi les quatre expressions suivantes, laquelle est celle de la fonction dérivée de f ?

a. $\ln(x)$	**b.** $\dfrac{1}{x} - 1$	**c.** $\ln(x) - 2$	**d.** $\ln(x) - 1$

2. On considère la fonction g définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = x^2[1 - \ln(x)]$.
Parmi les quatre affirmations suivantes, laquelle est correcte ?

a. $\displaystyle\lim_{x\to 0} g(x) = +\infty$	**b.** $\displaystyle\lim_{x\to 0} g(x) = -\infty$	**c.** $\displaystyle\lim_{x\to 0} g(x) = 0$	**d.** La fonction g n'admet pas de limite en 0.

3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 0,9x^2 - 0,1x$. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ sur $\mathbb{R}$ est :

a. 0	**b.** 1	**c.** 2	**d.** 3

4. Si H est une primitive d'une fonction h définie et continue sur $\mathbb{R}$, et si k est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = h(2x)$, alors, une primitive K de k est définie sur $\mathbb{R}$ par :

a. $K(x) = H(2x)$	**b.** $K(x) = 2H(2x)$	**c.** $K(x) = \dfrac{1}{2}H(2x)$	**d.** $K(x) = 2H(x)$

5. L'équation réduite de la tangente au point d'abscisse 1 de la courbe de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x\mathrm{e}^x$ est :

a. $y = \mathrm{e}x + \mathrm{e}$	**b.** $y = 2\mathrm{e}x - \mathrm{e}$	**c.** $y = 2\mathrm{e}x + \mathrm{e}$	**d.** $y = \mathrm{e}x$

6. Les nombres entiers n solutions de l'inéquation $(0,2)^n < 0,001$ sont tous les nombres entiers n tels que :

a. $n \leqslant 4$	**b.** $n \leqslant 5$	**c.** $n \geqslant 4$	**d.** $n \geqslant 5$

Exercice 10 - Métropole jour 1 (11 mai 2022)

Thème : fonctions numériques

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Les six questions sont indépendantes

1. La courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{-2x^2+3x-1}{x^2+1}$ admet pour asymptote la droite d'équation :

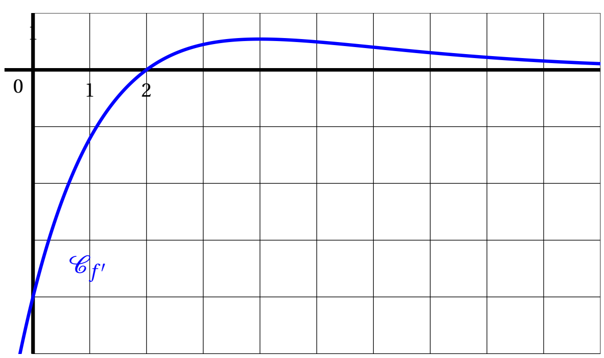
a. $x = -2$; **b.** $y = -1$;
c. $y = -2$; **d.** $y = 0$

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x\mathrm{e}^{x^2}$.
La primitive F de f sur $\mathbb{R}$ qui vérifie $F(0) = 1$ est définie par :

a. $F(x) = \dfrac{x^2}{2}\mathrm{e}^{x^2}$; **b.** $F(x) = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2}$
c. $F(x) = \left(1+2x^2\right)\mathrm{e}^{x^2}$; **d.** $F(x) = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2} + \dfrac{1}{2}$

3.

On donne ci-contre la représentation graphique $\mathscr{C}_{f'}$ de **la fonction dérivée f'** d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
On peut affirmer que la fonction f est :
a. concave sur $]0\,;\,+\infty[$;
b. convexe sur $]0\,;\,+\infty[$;
c. convexe sur $[0\,;\,2]$;
d. convexe sur $[2\,;\,+\infty[$.



4. Parmi les primitives de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3\mathrm{e}^{-x^2} + 2$:

a. toutes sont croissantes sur $\mathbb{R}$; **b.** toutes sont décroissantes sur $\mathbb{R}$;
c. certaines sont croissantes sur $\mathbb{R}$ et d'autres décroissantes sur $\mathbb{R}$; **d.** toutes sont croissantes sur $]-\infty\,;\,0]$ et décroissantes sur $[0\,;\,+\infty[$.

5. La limite en $+\infty$ de la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2\ln x}{3x^2+1}$ est égale à :

a. $\dfrac{2}{3}$; **b.** $+\infty$; **c.** $-\infty$; **d.** 0.

6. L'équation $\mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^{x} - 12 = 0$ admet dans $\mathbb{R}$:

a. trois solutions ; **b.** deux solutions ; **c.** une seule solution ; **d.** aucune solution.

Exercice 11 - Centres Etrangers jour 1 (11 mai 2022)

Thème : Fonction logarithme

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Les six questions sont indépendantes.

Une réponse incorrecte, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = \ln\left(1 + x^2\right)$.
Sur $\mathbb{R}$, l'équation $f(x) = 2022$

a. n'admet aucune solution.
b. admet exactement une solution.
c. admet exactement deux solutions.
d. admet une infinité de solutions.

2. Soit la fonction g définie pour tout réel x strictement positif par :

$$g(x) = x\ln(x) - x^2$$

On note $\mathscr{C}_g$ sa courbe représentative dans un repère du plan.

a. La fonction g est convexe sur $]0\,;\,+\infty[$.
b. La fonction g est concave sur $]0\,;\,+\infty[$.
c. La courbe $\mathscr{C}_g$ admet exactement un point d'inflexion sur $]0\,;\,+\infty[$.
d. La courbe $\mathscr{C}_g$ admet exactement deux points d'inflexion sur $]0\,;\,+\infty[$.

3. On considère la fonction f définie sur $]-1\,;\,1[$ par

$$f(x) = \frac{x}{1 - x^2}$$

Une primitive de la fonction f est la fonction g définie sur l'intervalle $]-1\,;\,1[$ par :

a. $g(x) = -\dfrac{1}{2}\ln\left(1 - x^2\right)$
b. $g(x) = \dfrac{1 + x^2}{\left(1 - x^2\right)^2}$
c. $g(x) = \dfrac{x^2}{2\left(x - \dfrac{x^3}{3}\right)}$
d. $g(x) = \dfrac{x^2}{2}\ln\left(1 - x^2\right)$

4. La fonction $x \longmapsto \ln\left(-x^2 - x + 6\right)$ est définie sur

a. $]-3\,;\,2[$
b. $]-\infty\,;\,6]$
c. $]0\,;\,+\infty[$
d. $]2\,;\,+\infty[$

5. On considère la fonction f définie sur $]0,5\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = x^2 - 4x + 3\ln(2x - 1)$$

Une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 est :

a. $y = 4x - 7$
b. $y = 2x - 4$
c. $y = -3(x - 1) + 4$
d. $y = 2x - 1$

6. L'ensemble S des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $\ln(x + 3) < 2\ln(x + 1)$ est :

a. $S =]-\infty\,;\,-2[\cup]1\,;\,+\infty[$
b. $S =]1\,;\,+\infty[$
c. $S = \emptyset$
d. $S =]-1\,;\,1[$

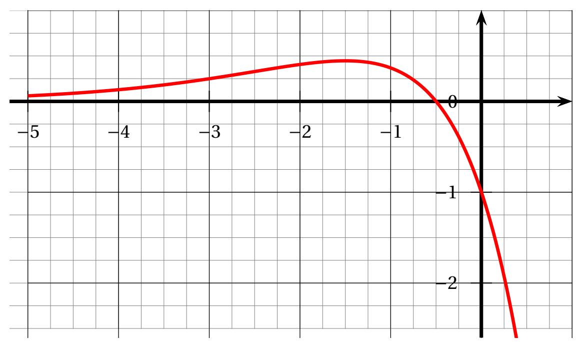
Exercice 12 - Métropole jour 2 (12 mai 2022)

Thèmes : fonctions numériques et suites

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

Pour les questions 1 à 3 ci-dessous, on considère une fonction f définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. La courbe de sa fonction dérivée f' est donnée ci-dessous.
On admet que f' admet un maximum en $-\dfrac{3}{2}$ et que sa courbe coupe l'axe des abscisses au point de coordonnées $\left(-\dfrac{1}{2}\ ;\ 0\right)$.

On rappelle que la courbe ci-dessous représente la fonction dérivée f' de f.



Question 1 :

a. La fonction f admet un maximum en $-\dfrac{3}{2}$;

b. La fonction f admet un maximum en $-\dfrac{1}{2}$;

c. La fonction f admet un minimum en $-\dfrac{1}{2}$;

d. Au point d'abscisse -1, la courbe de la fonction f admet une tangente horizontale.

Question 2 :

a. La fonction f est convexe sur $\left]-\infty\ ;\ -\dfrac{3}{2}\right[$;

b. La fonction f est convexe sur $\left]-\infty\ ;\ -\dfrac{1}{2}\right[$;

c. La courbe $\mathscr{C}_f$ représentant la fonction f n'admet pas de point d'inflexion ;

d. La fonction f est concave sur $\left]-\infty\ ;\ -\dfrac{1}{2}\right[$.

Question 3 :
La dérivée seconde f'' de la fonction f vérifie :

a. $f''(x) \geqslant 0$ pour $x \in \left]-\infty\ ;\ -\dfrac{1}{2}\right[$;

b. $f''(x) \geqslant 0$ pour $x \in [-2\ ;\ -1]$;

c. $f''\left(-\dfrac{3}{2}\right) = 0$;

d. $f''(-3) = 0$.

Question 4 :

On considère trois suites (u_n), (v_n) et (w_n). On sait que, pour tout entier naturel n, on a : $u_n \leqslant v_n \leqslant w_n$ et de plus : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} w_n = 3$.
On peut alors affirmer que :

a. la suite (v_n) converge ;

b. Si la suite (u_n) est croissante alors la suite (v_n) est minorée par u_0 ;

c. $1 \leqslant v_0 \leqslant 3$;

d. la suite (v_n) diverge.

Question 5 :

On considère une suite (u_n) telle que, pour tout entier naturel n non nul : $u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant \dfrac{1}{n}$.
On peut alors affirmer que :

a. la suite (u_n) diverge ;
b. la suite (u_n) converge ;
c. $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 0$;
d. $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1$.

Question 6 :

On considère (u_n) une suite réelle telle que pour tout entier naturel n, on a : $n < u_n < n+1$.
On peut affirmer que :

a. Il existe un entier naturel N tel que u_N est un entier ;
b. la suite (u_n) est croissante ;
c. la suite (u_n) est convergente ;
d. La suite (u_n) n'a pas de limite.

Exercice 13 - Centres Etrangers jour 2 (12 mai 2022)

Thème : Fonction exponentielle

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Une réponse incorrecte, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

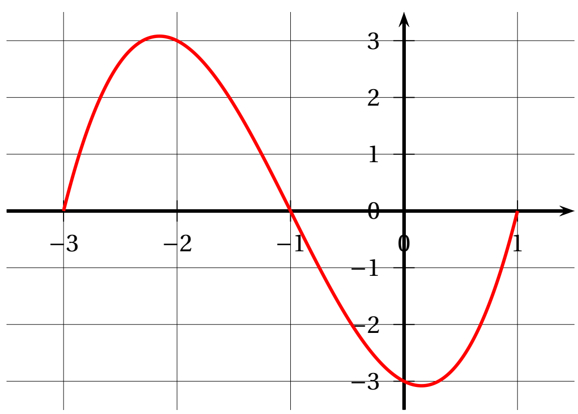
1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{x}{\mathrm{e}^x}$$

On suppose que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f' sa fonction dérivée.

a. $f'(x) = \mathrm{e}^{-x}$
b. $f'(x) = x\mathrm{e}^{-x}$
c. $f'(x) = (1-x)\mathrm{e}^{-x}$
d. $f'(x) = (1+x)\mathrm{e}^{-x}$

2. Soit f une fonction deux fois dérivable sur l'intervalle $[-3\ ;\ 1]$. On donne ci-dessous la représentation graphique de sa fonction dérivée seconde f''.



On peut alors affirmer que :

a. La fonction f est convexe sur l'intervalle $[-1\ ;\ 1]$

b. La fonction f est concave sur l'intervalle $[-2\ ;\ 0]$

c. La fonction f' est décroissante sur l'intervalle $[-2\ ;\ 0]$

d. La fonction f' admet un maximum en $x = -1$

3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3\mathrm{e}^{-x^2}$$

Si F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$,

a. $F(x) = -\frac{1}{6}\left(x^3+1\right)\mathrm{e}^{-x^2}$
b. $F(x) = -\frac{1}{4}x^4\mathrm{e}^{-x^2}$
c. $F(x) = -\frac{1}{2}\left(x^2+1\right)\mathrm{e}^{-x^2}$
d. $F(x) = x^2\left(3-2x^2\right)\mathrm{e}^{-x^2}$

4. Que vaut :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$$

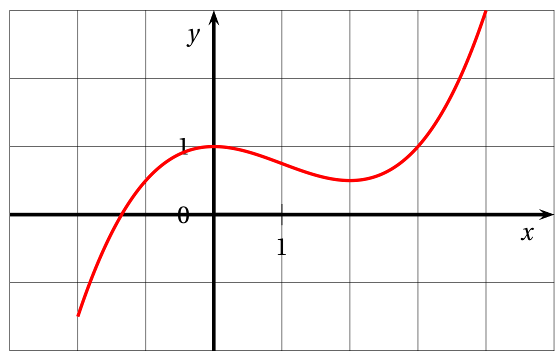
a. -1 **b.** 1
c. $+\infty$ **d.** n'existe pas

5. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{2x+1}$.
La seule primitive F sur $\mathbb{R}$ de la fonction f telle que $F(0) = 1$ est la fonction :

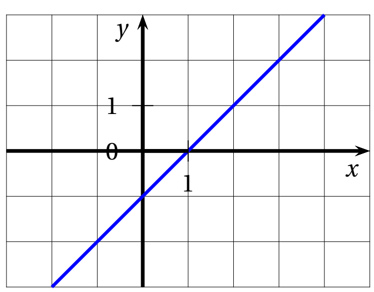
a. $x \longmapsto 2e^{2x+1} - 2e + 1$ **b.** $x \longmapsto 2e^{2x+1} - e$
c. $x \longmapsto \frac{1}{2}e^{2x+1} - \frac{1}{2}e + 1$ **d.** $x \longmapsto e^{x^2+x}$

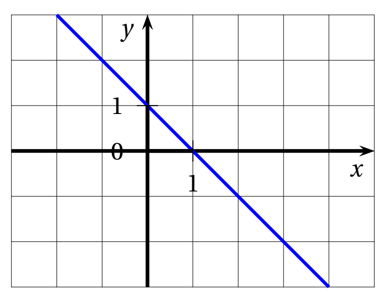
6.

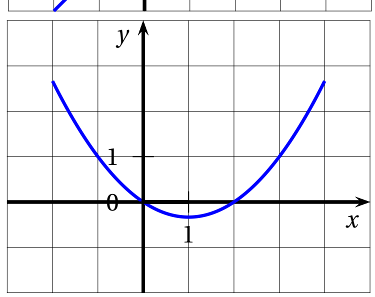
Dans un repère, on a tracé ci-contre la courbe représentative d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur $[-2 ; 4]$

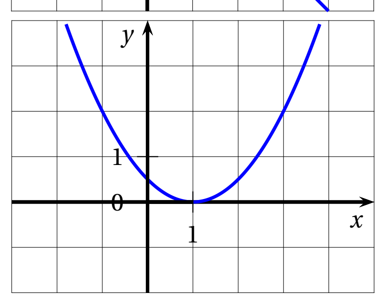


Parmi les courbes suivantes, laquelle représente la fonction f'', dérivée seconde de f ?

a.


b.


c.


d.


Exercice 14 - Centres Etrangers Groupe 1 jour 1 (18 mai 2022)

Principaux domaines abordés : Suites ; Fonctions, fonction logarithme.

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. Un récipient contenant initialement 1 litre d'eau est laissé au soleil.
Toutes les heures, le volume d'eau diminue de 15 %.
Au bout de quel nombre entier d'heures le volume d'eau devient-il inférieur à un quart de litre ?

a. 2 heures   **b.** 8 heures .   **c.** 9 heures   **d.** 13 heures

2. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par $f(x) = 4\ln(3x)$.
Pour tout réel x de l'intervalle $]0~;~+\infty[$, on a :

a. $f(2x) = f(x) + \ln(24) - \ln\left(\frac{3}{2}\right)$
b. $f(2x) = f(x) + \ln(16)$
c. $f(2x) = \ln(2) + f(x)$
d. $f(2x) = 2f(x)$

3. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]1~;~+\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{\ln(x)}{x-1}.$$

On note $\mathscr{C}_g$ la courbe représentative de la fonction g dans un repère orthogonal. La courbe $\mathscr{C}_g$ admet :

a. une asymptote verticale et une asymptote horizontale.
b. une asymptote verticale et aucune asymptote horizontale.
c. aucune asymptote verticale et une asymptote horizontale.
d. aucune asymptote verticale .et aucune asymptote horizontale.

Dans la suite de l'exercice, on considère la fonction h définie sur l'intervalle $]0\,;2]$ par :

$$h(x) = x^2(1 + 2\ln(x)).$$

On note $\mathscr{C}_h$ la courbe représentative de h dans un repère du plan.
On admet que h est deux fois dérivable sur l'intervalle $]0\,;2]$.
On note h' sa dérivée et h'' sa dérivée seconde.
On admet que, pour tout réel x de l'intervalle $]0\,;2]$, on a :

$$h'(x) = 4x(1 + \ln(x)).$$

4. Sur l'intervalle $\left]\frac{1}{\text{e}}~;~2\right]$, la fonction h s'annule :

a. exactement 0 fois.
b. exactement 1 fois.
c. exactement 2 fois.
d. exactement 3 fois.

5. Une équation de la tangente à $\mathscr{C}_h$ au point d'abscisse $\sqrt{\text{e}}$ est :

a. $y = \left(6\text{e}^{\frac{1}{2}}\right).x$

b. $y = \left(6\sqrt{\text{e}}\right).x + 2\text{e}$

c. $y = 6\text{e}^{\frac{x}{2}}$

d. $y = \left(6\text{e}^{\frac{1}{2}}\right).x - 4\text{e}.$

6. Sur l'intervalle $]0\,;\,2]$, le nombre de points d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}_h$ est égal à :

a. 0 **b.** 1 **c.** 2 **d.** 3

7. [5] On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3 \quad \text{et} \quad u_0 = 6.$$

On peut affirmer que :

a. la suite (u_n) est strictement croissante.

b. la suite (u_n) est strictement décroissante.

c. la suite (u_n) n'est pas monotone.

d. la suite (u_n) est constante.

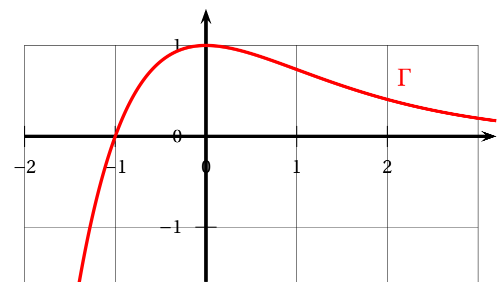
Exercice 15 - Centres Etrangers Groupe 1 jour 2 (19 mai 2022)

Thème : Fonctions ; Suites

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^{1\,000} + x$.
   On peut affirmer que :
   a. la fonction g est concave sur $\mathbb{R}$.
   b. la fonction g est convexe sur $\mathbb{R}$.
   c. la fonction g possède exactement un point d'inflexion.
   d. la fonction g possède exactement deux points d'inflexion.

2. On considère une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
   On note f' sa fonction dérivée.
   On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f.
   On note Γ la courbe représentative de f'.
   On a tracé ci-contre la courbe Γ.



   On note T la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
   On peut affirmer que la tangente T est parallèle à la droite d'équation :

   a. $y = x$ **b.** $y = 0$
   c. $y = 1$ **d.** $x = 0$

3. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = \dfrac{(-1)^n}{n+1}$.
   On peut affirmer que la suite (u_n) est :

   a. majorée et non minorée. **b.** minorée et non majorée.
   c. bornée. **d.** non majorée et non minorée.

4. Soit k un nombre réel non nul.
   Soit (v_n) une suite définie pour tout entier naturel n.
   On suppose que $v_0 = k$ et que pour tout n, on a $v_n \times v_{n+1} < 0$.
   On peut affirmer que v_{10} est :

   a. positif. **a.** négatif.
   c. du signe de k. **d.** du signe de $-k$.

5. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$w_{n+1} = 2w_n - 4 \quad \text{et} \quad w_2 = 8.$$

   On peut affirmer que :

   a. $w_0 = 0$ **b.** $w_0 = 5$.
   c. $w_0 = 10$. **d.** Il n'est pas possible de calculer w_0.

6. On considère la suite (a_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$a_{n+1} = \frac{\mathrm{e}^n}{\mathrm{e}^n + 1} a_n \quad \text{et} \quad a_0 = 1.$$

On peut affirmer que :

a. la suite (a_n) est strictement croissante.

b. la suite (a_n) est strictement décroissante.

c. la suite (a_n) n'est pas monotone.

d. la suite (a_n) est constante.

7. Une cellule se reproduit en se divisant en deux cellules identiques, qui se divisent à leur tour, et ainsi de suite.
On appelle temps de génération le temps nécessaire pour qu'une cellule donnée se divise en deux cellules.
On a mis en culture 1 cellule. Au bout de 4 heures, il y a environ 4 000 cellules.
On peut affirmer que le temps de génération est environ égal à :

a. moins d'une minute.

b. 12 minutes.

c. 20 minutes.

d. 1 heure.

Exercice 16 - Amérique du Nord jour 2 (19 mai 2022)

Thème : fonction logarithme népérien, probabilités

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM) qui comprend six questions. Les six questions sont indépendantes. Pour chacune des questions, ***une seule des quatre réponses est exacte****.*
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la réponse exacte.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point

Question 1

Le réel a est définie par $a = \ln(9) + \ln\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right) + \ln\left(\dfrac{1}{9}\right)$ est égal à :

a. $1 - \dfrac{1}{2}\ln(3)$ **b.** $\dfrac{1}{2}\ln(3)$ **c.** $3\ln(3) + \dfrac{1}{2}$ **d.** $-\dfrac{1}{2}\ln(3)$

Question 2

On note (E) l'équation suivante $\ln x + \ln(x - 10) = \ln 3 + \ln 7$ d'inconnue le réel x.

a. 3 est solution de (E).
b. $5 - \sqrt{46}$ est solution de (E).
c. L'équation (E) admet une unique solution réelle.
d. L'équation (E) admet deux solutions réelles.

Question 3

La fonction f est définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par l'expression $f(x) = x^2(-1 + \ln x)$.
On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.

a. Pour tout réel x de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, $f'(x) = 2x + \dfrac{1}{x}$.
b. La fonction f est croissante sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
c. $f'\left(\sqrt{\mathrm{e}}\right)$ est différent de 0.
d. La droite d'équation $y = -\dfrac{1}{2}\mathrm{e}$ est tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse $\sqrt{\mathrm{e}}$.

Question 4

Un sac contient 20 jetons jaunes et 30 jetons bleus. On tire successivement et avec remise 5 jetons du sac.
La probabilité de tirer exactement 2 jetons jaunes, arrondie au millième, est :

a. 0,683 **b.** 0,346 **c.** 0,230 **d.** 0,165

Question 5

Un sac contient 20 jetons jaunes et 30 jetons bleus. On tire successivement et avec remise 5 jetons du sac.
La probabilité de tirer au moins un jeton jaune, arrondie au millième, est :

a. 0,078 **b.** 0,259 **c.** 0,337 **d.** 0,922

Question 6

Un sac contient 20 jetons jaunes et 30 jetons bleus.
On réalise l'expérience aléatoire suivante : on tire successivement et avec remise cinq jetons du sac.
On note le nombre de jetons jaunes obtenus après ces cinq tirages.
Si on répète cette expérience aléatoire un très grand nombre de fois alors, en moyenne, le nombre de jetons jaunes est égal à :

a. 0,4 **b.** 1,2 **c.** 2 **d.** 2,5

Exercice 17 - Métropole jour 1 (8 septembre 2022)

Thèmes : fonctions, suites

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

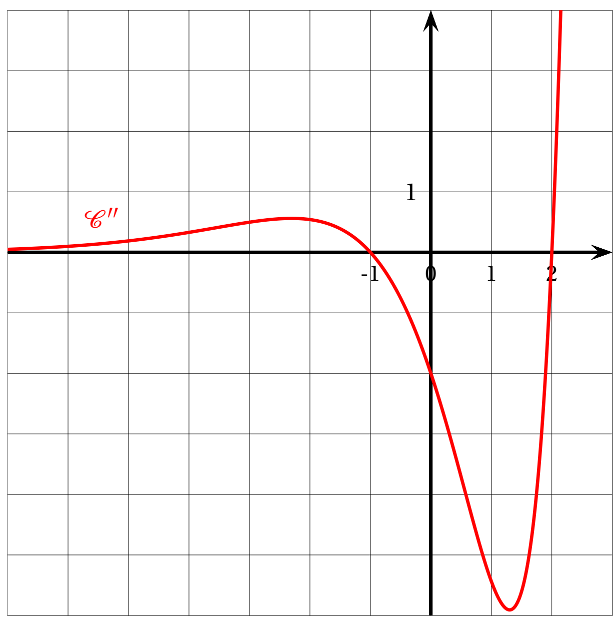
$$g(x) = \frac{2\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x + 1}.$$

La courbe représentative de la fonction g admet pour asymptote en $+\infty$ la droite d'équation :

a. $x = 2$; **b.** $y = 2$; **c.** $y = 0$; **d.** $x = -1$

2.

On considère une fonction f définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.
On appelle $\mathscr{C}$ sa représentation graphique.
On désigne par f'' la dérivée seconde de f.
On a représenté sur le graphique ci-contre la courbe de f'', notée $\mathscr{C}''$.



a. $\mathscr{C}$ admet un unique point d'inflexion ; **b.** f est convexe sur l'intervalle $[-1\ ;\ 2]$;
c. f est convexe sur $]-\infty\ ;\ -1]$ et sur $[2\ ;\ +\infty[$; **d.** f est convexe sur $\mathbb{R}$.

3. On donne la suite (u_n) définie par : $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n + 1$.
La suite (v_n), définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 2$, est :

a. arithmétique de raison -2 ; **b.** géométrique de raison -2 ;
c. arithmétique de raison 1 ; **d.** géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$.

4. On considère une suite (u_n) telle que, pour tout entier naturel, on a :

$$1 + \left(\frac{1}{4}\right)^n \leqslant u_n \leqslant 2 - \frac{n}{n+1}$$

On peut affirmer que la suite (u_n) :

a. converge vers 2 ;
b. converge vers 1 ;
c. diverge vers $+\infty$;
d. n'a pas de limite.

5. Soit f la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = x^2 \ln x$.
Une primitive F de f sur $]0\ ;\ +\infty[$ est définie par :

a. $F(x) = \dfrac{1}{3}x^3\left(\ln x - \dfrac{1}{3}\right)$;
b. $F(x) = \dfrac{1}{3}x^3(\ln x - 1)$;
c. $F(x) = \dfrac{1}{3}x^2$;
d. $F(x) = \dfrac{1}{3}x^2(\ln x - 1)$.

6. Pour tout réel x, l'expression $2 + \dfrac{3\mathrm{e}^{-x} - 5}{\mathrm{e}^{-x} + 1}$ est égale à :

a. $\dfrac{5 - 3\mathrm{e}^x}{1 + \mathrm{e}^x}$;
b. $\dfrac{5 + 3\mathrm{e}^x}{1 - \mathrm{e}^x}$;
c. $\dfrac{5 + 3\mathrm{e}^x}{1 + \mathrm{e}^x}$;
d. $\dfrac{5 - 3\mathrm{e}^x}{1 - \mathrm{e}^x}$.

Exercice 18 - Métropole jour 2 (9 septembre 2022)

Thèmes : suites, fonctions

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. On considère les suites (a_n) et (b_n) définie par $a_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 0,5a_n + 1$ et $b_n = a_n - 2$.
On peut affirmer que :

a. (a_n) est arithmétique ; **b.** (b_n) est géométrique ;
c. (a_n) est géométrique ; **d.** (b_n) est arithmétique.

Dans les questions 2. et 3., on considère les suites (u_n) et (v_n) définies par :

$$u_0 = 2,\ v_0 = 1 \text{ et, pour tout entier naturel } n : \left\{\begin{array}{rcl} u_{n+1} & = & u_n + 3v_n \\ v_{n+1} & = & u_n + v_n. \end{array}\right.$$

2. On peut affirmer que :

a. $\left\{\begin{array}{rcl} u_2 & = & 5 \\ v_2 & = & 3 \end{array}\right.$ **b.** $u_2^2 - 3v_2^2 = -2^2$ **c.** $\dfrac{u_2}{v_2} = 1,75$ **d.** $5u_1 = 3v_1$.

3. On considère le programme ci-dessous écrit en langage Python :

```
def valeurs() :
  u = 2
  v = 1
  for k in range(1,11)
    c = u
    u = u + 3*v
    v = c + v
  return (u, v)
```

Ce programme renvoie :

a. u_{11} et v_{11} ; **b.** u_{10} et v_{11} ; **c.** les valeurs de u_n et v_n pour n allant de 1 à 10 ; **d.** u_0 et v_{10}.

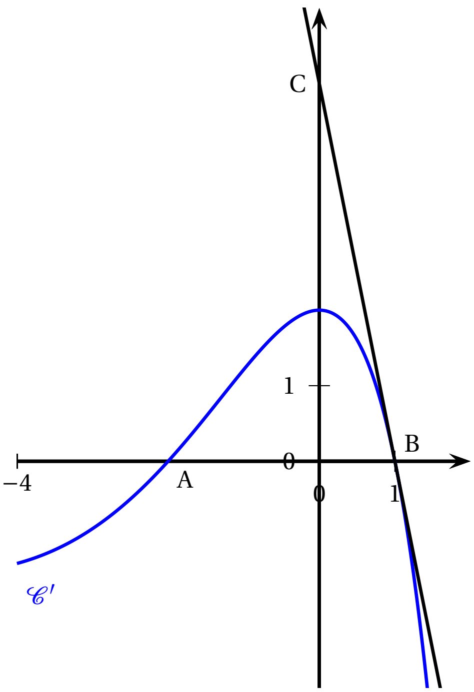
Pour les questions 4. et 5., on considère une fonction f deux fois dérivable sur l'intervalle $[-4 ; 2]$. On note f' la fonction dérivée de f et f'' la dérivée seconde de f.
On donne ci-dessous la courbe représentative $\mathscr{C}'$ de la fonction dérivée f' dans un repère du plan. On donne de plus les points A$(-2 ; 0)$, B$(1 ; 0)$ et C$(0 ; 5)$.

4. La fonction f est :

a. concave sur $[-2\ ;\ 1]$; **b.** convexe sur $[-4\ ;\ 0]$;
c. convexe sur $[-2\ ;\ 1]$; **d.** convexe sur $[0\,;\,2]$.

5. On admet que la droite (BC) est la tangente à la courbe $\mathscr{C}'$ au point B. On a :

a. $f'(1) < 0$; **b.** $f'(1) = 5$;
c. $f''(1) > 0$; **d.** $f''(1) = -5$.



6. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \left(x^2+1\right)\mathrm{e}^x$.
La primitive F de f sur $\mathbb{R}$ telle que $F(0) = 1$ est définie par :

a. $F(x) = \left(x^2-2x+3\right)\mathrm{e}^x$; **b.** $F(x) = \left(x^2-2x+3\right)\mathrm{e}^x - 2$;
c. $F(x) = \left(\dfrac{1}{3}x^3+x\right)\mathrm{e}^x + 1$; **d.** $F(x) = \left(\dfrac{1}{3}x^3+x\right)\mathrm{e}^x$.

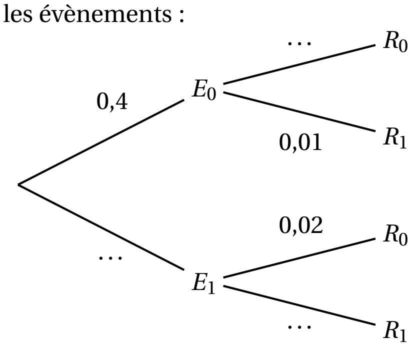
Exercice 19 - Nouvelle-Calédonie jour 1 (26 octobre 2022)

Principaux domaines abordés : probabilités.

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

On considère un système de communication binaire transmettant des 0 et des 1.
Chaque 0 ou 1 est appelé bit.
En raison d'interférences, il peut y avoir des erreurs de transmission :
un 0 peut être reçu comme un 1 et, de même, un 1 peut être reçu comme un 0.
Pour un bit choisi au hasard dans le message, on note les évènements :

- E_0 : « le bit envoyé est un 0 » ;
- E_1 : « le bit envoyé est un 1 » ;
- R_0 : « le bit reçu est un 0 »
- R_1 : « le bit reçu est un 1 ».



On sait que :
$p(E_0) = 0,4$; $\quad p_{E_0}(R_1) = 0,01$; $\quad p_{E_1}(R_0) = 0,02$.
On rappelle que la probabilité conditionnelle de A sachant B est notée $p_B(A)$.
On peut ainsi représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-dessus.

1. La probabilité que le bit envoyé soit un 0 et que le bit reçu soit un 0 est égale à :

   a. 0,99   **b.** 0,396   **c.** 0,01   **d.** 0,4

2. La probabilité $p(R_0)$ est égale à :

   a. 0,99   **b.** 0,02   **c.** 0,408   **d.** 0,931

3. Une valeur, approchée au millième, de la probabilité $p_{R_1}(E_0)$ est égale

   a. 0,004   **b.** 0,001   **c.** 0,007   **d.** 0,010

4. La probabilité de l'évènement « il y a une erreur de transmission » est égale à :

   a. 0,03   **b.** 0,016   **c.** 0,16   **d.** 0,015

Un message de longueur huit bits est appelé un octet.
On admet que la probabilité qu'un octet soit transmis sans erreur est égale à 0,88.

5. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité, à 10^{-3} près, qu'exactement 7 octets soient transmis sans erreur est égale à :

   a. 0,915   **b.** 0,109   **c.** 0,976   **d.** 0,085

6. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.
   La probabilité qu'au moins 1 octet soit transmis sans erreur est égale à :

   a. $1-0,12^{10}$ **b.** $0,12^{10}$ **c.** $0,88^{10}$ **d.** $1-0,88^{10}$

7. Soit N un entier naturel. On transmet successivement N octets de façon indépendante.
   Soit N_0 la plus grande valeur de N pour laquelle la probabilité que les N octets soient tous transmis sans erreur est supérieure ou égale à $0,1$.
   On peut affirmer que :

   a. $N_0=17$ **b.** $N_0=18$ **c.** $N_0=19$ **d.** $N_0=20$

Exercice 20 - Nouvelle-Calédonie jour 2 (27 octobre 2022)

Principaux domaines abordés : suites, fonctions, primitives

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par

$$u_n = \frac{(-1)^n}{n+1}.$$

On peut affirmer que :

a. la suite (u_n) diverge vers $+\infty$.
b. la suite (u_n) diverge vers $-\infty$.
c. la suite (u_n) n'a pas de limite.
d. la suite (u_n) converge.

✧✧✧

Dans les questions 2 et 3, on considère deux suites (v_n) et (w_n) vérifiant la relation :

$$w_n = \mathrm{e}^{-2v_n} + 2.$$

2. Soit a un nombre réel strictement positif. On a $v_0 = \ln(a)$.

a. $w_0 = \dfrac{1}{a^2} + 2$
b. $w_0 = \dfrac{1}{a^2 + 2}$
c. $w_0 = -2a + 2$
d. $w_0 = \dfrac{1}{-2a} + 2$

3. On sait que la suite (v_n) est croissante. On peut affirmer que la suite (w_n) est :

a. décroissante et majorée par 3.
b. décroissante et minorée par 2 .
c. croissante et majorée par 3 .
d. croissante et minorée par 2.

4. On considère la suite (a_n) ainsi définie :

$$a_0 = 2 \text{ et, pour tout entier naturel } n, \quad a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n + \frac{8}{3}.$$

Pour tout entier naturel n, on a :

a. $a_n = 4 \times \left(\dfrac{1}{3}\right)^n - 2$
b. $a_n = -\dfrac{2}{3^n} + 4$
c. $a_n = 4 - \left(\dfrac{1}{3}\right)^n$
d. $a_n = 2 \times \left(\dfrac{1}{3}\right)^n + \dfrac{8n}{3}$

5. On considère une suite (b_n) telle que, pour tout entier naturel n, on a :

$$b_{n+1} = b_n + \ln\left(\frac{2}{(b_n)^2+3}\right).$$

On peut affirmer que :

a. la suite (b_n) est croissante.
b. la suite (b_n) est décroissante.
c. la suite (b_n) n'est pas monotone.
d. le sens de variation de la suite (b_n) dépend de b_0.

6. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{\mathrm{e}^{x}}{x}.$$

On note $\mathscr{C}_g$ la courbe représentative de la fonction g dans un repère orthogonal.
La courbe $\mathscr{C}_g$ admet :

a. une asymptote verticale et une asymptote horizontale.
b. une asymptote verticale et aucune asymptote horizontale.
c. aucune asymptote verticale et une asymptote horizontale.
d. aucune asymptote verticale et aucune asymptote horizontale.

7. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x\,\mathrm{e}^{x^2+1}.$$

Soit F une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f. Pour tout réel x, on a :

a. $F(x) = \frac{1}{2}x^2\,\mathrm{e}^{x^2+1}$
b. $F(x) = \left(1+2x^2\right)\mathrm{e}^{x^2+1}$
c. $F(x) = \mathrm{e}^{x^2+1}$
d. $F(x) = \frac{1}{2}\,\mathrm{e}^{x^2+1}$

Exercice 21 - Centres Etrangers Groupe 1 jour 1 (13 mars 2023)

Thèmes : suites, fonctions, probabilités

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, une seule des quatre propositions est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la proposition choisie. Aucune justification n'est demandée.

Pour chaque question, une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

Question 1 :

On considère la suite numérique (u_n) définie pour tout n entier naturel par

$$u_n = \frac{1+2^n}{3+5^n}.$$

Cette suite :

a. diverge vers $+\infty$

b. converge vers $\frac{2}{5}$

c. converge vers 0

d. converge vers $\frac{1}{3}$.

Question 2 :

Soit f la fonction définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = x^2 \ln x$.
L'expression de la fonction dérivée de f est :

a. $f'(x) = 2x \ln x$.

b. $f'(x) = x(2\ln x + 1)$.

c. $f'(x) = 2$.

d. $f'(x) = x$.

Question 3 :

On considère une fonction h définie et continue sur $\mathbb{R}$ dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
Variations de h			$+\infty$
		0	
	$-\infty$		

On note H la primitive de h définie sur $\mathbb{R}$ qui s'annule en 0.
Elle vérifie la propriété :

a. H est positive sur $]-\infty\ ;\ 0]$.

b. H est croissante sur $]-\infty\ ;\ 1]$.

c. H est négative sur $]-\infty\ ;\ 1]$.

d. H est croissante sur $\mathbb{R}$.

Question 4 :

Soit deux réels a et b avec $a < b$.
On considère une fonction f définie, continue, strictement croissante sur l'intervalle $[a\,;\,b]$ et qui s'annule en un réel α.
Parmi les propositions suivantes, la fonction en langage Python qui permet de donner une valeur approchée de α à $0,001$ est :

a.

```
def racine(a, b) :
    while abs(b − a) >= 0.001 :
        m = (a + b)/2
        if f(m) < 0 :
            b = m
        else :
            a = m
    return m
```

b.

```
def racine(a, b) :
    m = (a + b)/2
    while abs(b − a) >= 0.001 :
        if f(m) < 0 :
            a = m
        else :
            b = m
    return m
```

c.

```
def racine(a, b) :
    m = (a + b)/2
    while abs(b − a) <= 0.001 :
        if f(m) < 0 :
            a = m
        else :
            b = m
    return m
```

d.

```
def racine (a, b) :
    while abs (b − a) >= 0.001 :
        m = (a + b)/2
        if f(m) < 0 :
            a = m
        else :
            b = m
    return m
```

Question 5 :

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher dont 7 sont bleues et les autres vertes.
On effectue trois tirages successifs avec remise. La probabilité d'obtenir exactement deux boules vertes est :

a. $\left(\dfrac{7}{10}\right)^2 \times \dfrac{3}{10}$

b. $\left(\dfrac{3}{10}\right)^2$

c. $\dbinom{10}{2}\left(\dfrac{7}{10}\right)\left(\dfrac{3}{10}\right)^2$

d. $\dbinom{3}{2}\left(\dfrac{7}{10}\right)\left(\dfrac{3}{10}\right)^2$

Exercice 22 - Polynésie jour 1 (13 mars 2023)

Thème : fonction exponentielle, algorithmique

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.
Chaque réponse doit être justifiée.
Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. **Affirmation :** La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^x - x$ est convexe.
2. **Affirmation :** L'équation $(2\mathrm{e}^x - 6)(\mathrm{e}^x + 2) = 0$ admet $\ln(3)$ comme unique solution dans $\mathbb{R}$.
3. **Affirmation :**
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\mathrm{e}^{2x} - 1}{\mathrm{e}^x - x} = 0.$$
4. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (6x+5)\mathrm{e}^{3x}$ et F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
   $F(x) = (2x+1)\mathrm{e}^{3x} + 4$.
   Affirmation : F est la primitive de f sur $\mathbb{R}$ qui prend la valeur 5 quand $x = 0$.
5. On considère la fonction `mystere` définie ci-dessous qui prend une liste L de nombres en paramètre.
   On rappelle que `len`(L) représente la longueur de la liste L.

```
def mystere(L) :
    S = 0
    for i in range(len(L)) :
        S = S + L[i]
    return S / len(L)
```

Affirmation : L'exécution de `mystere`([1, 9, 9, 5, 0, 3, 6, 12, 0, 5]) renvoie 50.

Exercice 23 - Centres Etrangers Groupe 1 jour 2 (14 mars 2023)

Thèmes : fonctions, probabilités, suites, python

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question, une seule des quatre propositions est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la proposition choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Pour chaque question, une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

Question 1 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x\mathrm{e}^x$.
Une primitive F sur $\mathbb{R}$ de la fonction f est définie par :

A. $F(x) = \dfrac{x^2}{2}\mathrm{e}^x$

B $F(x) = (x-1)\mathrm{e}^x$

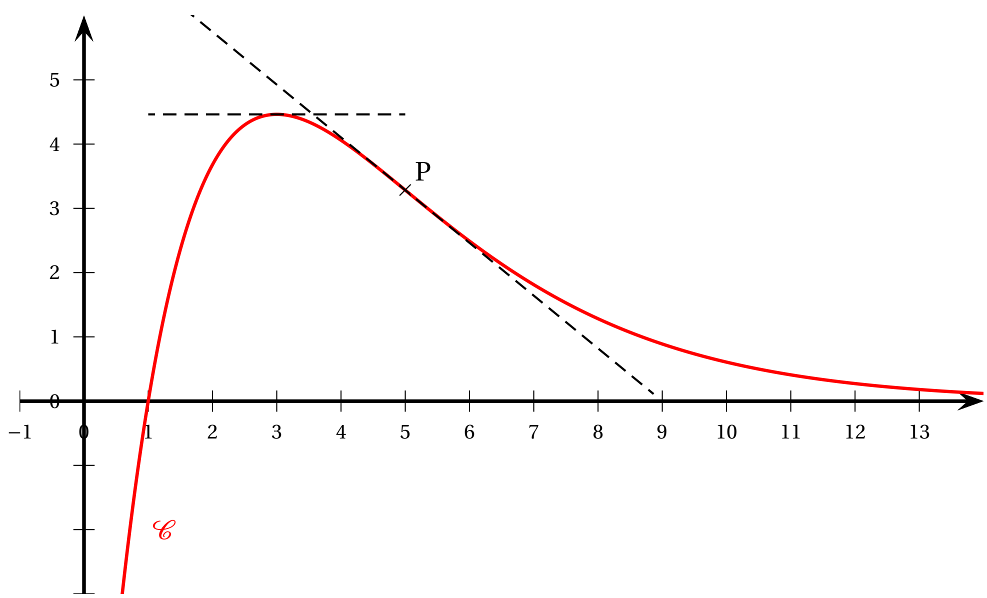
C. $F(x) = (x+1)\mathrm{e}^x$

D. $F(x) = \dfrac{2}{x}\mathrm{e}^{x^2}$.

Question 2 :

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous représente une fonction f définie et deux fois dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$. On sait que :

- le maximum de la fonction f est atteint au point d'abscisse 3 ;
- le point P d'abscisse 5 est l'unique point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}$.



On a :

A. pour tout $x \in]0\,;\,5[$, $f(x)$ et $f'(x)$ sont de même signe ;

B. pour tout $x \in]5\,;\,+\infty[$, $f(x)$ et $f'(x)$ sont de même signe ;

C. pour tout $x \in]0\,;\,5[$, $f'(x)$ et $f''(x)$ sont de même signe ;

D. pour tout $x \in]5\,;\,+\infty[$, $f(x)$ et $f''(x)$ sont de même signe.

Question 3 :

On considère la fonction g définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $g(t) = \dfrac{a}{b + \mathrm{e}^{-t}}$ où a et b sont deux nombres réels.
On sait que $g(0) = 2$ et $\lim\limits_{t \to +\infty} g(t) = 3$.
Les valeurs de a et b sont :

A. $a = 2$ et $b = 3$

B. $a = 4$ et $b = \dfrac{4}{3}$

C. $a = 4$ et $b = 1$

D. $a = 6$ et $b = 2$

Question 4 :

Alice dispose de deux urnes A et B contenant chacune quatre boules indiscernables au toucher.
L'urne A contient deux boules vertes et deux boules rouges.
L'urne B contient trois boules vertes et une boule rouge.
Alice choisit au hasard une urne puis une boule dans cette urne. Elle obtient une boule verte.
La probabilité qu'elle ait choisi l'urne B est :

A. $\dfrac{3}{8}$

B. $\dfrac{1}{2}$

C. $\dfrac{3}{5}$

D. $\dfrac{5}{8}$

Question 5 :

On pose $S = 1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4} + \ldots + \dfrac{1}{100}$.
Parmi les scripts Python ci-dessous, celui qui permet de calculer la somme S est :

a.
```
def somme_a() :
    S = 0
    for k in range(100) :
        S=1/(k+1)
    return S
```

b.
```
def somme_b() :
    S = 0
    for k in range(100) :
        S = S + 1/(k + 1)
    return S
```

c.
```
def somme_c() :
    k = 0
    while S < 100 :
        S = S+1/(k+1)
    return S
```

d.
```
def somme_d() :
    k = 0
    while k < 100 :
        S = S + 1/(k + 1)
    return S
```

Exercice 24 - Polynésie jour 2 (14 mars 2023)

Thème : suites, fonction logarithme, algorithmique

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point :

1. **Affirmation :** La suite u définie pour tout entier naturel n par $u_n = \dfrac{(-1)^n}{n+1}$ est bornée.
2. **Affirmation :** Toute suite bornée est convergente.
3. **Affirmation :** Toute suite croissante tend vers $+\infty$.
4. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \ln\left(x^2 + 2x + 2\right)$.
   Affirmation : La fonction f est convexe sur l'intervalle $[-3\ ;\ 1]$.
5. On considère la fonction **mystere** définie ci-dessous qui prend une liste L de nombres en paramètre.
   On rappelle que `len(L)` renvoie la longueur, c'est-à-dire le nombre d'éléments de la liste L.

```
def mystere(L) :
    M = L[0]
    # On initialise M avec le premier élément de la liste L
    for i in range(len(L)) :
        if L[i] > M :
            M = L[i]
    return M
```

   Affirmation : L'exécution de **mystere**([2, 3, 7,0 ,6, 3, 2, 0, 5]) renvoie 7.

Exercice 25 - Métropole jour 1 (20 mars 2023)

Thème : Probabilités

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Aucun point n'est enlevé en l'absence de réponse ou en cas de réponse inexacte.
Les questions sont indépendantes.

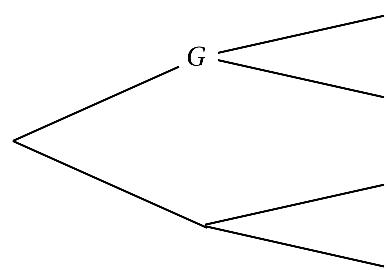
Un technicien contrôle les machines équipant une grande entreprise. Toutes ces machines sont identiques.
On sait que :

- 20 % des machines sont sous garantie ;
- 0,2 % des machines sont à la fois défectueuses et sous garantie ;
- 8,2 % des machines sont défectueuses.

Le technicien teste une machine au hasard.
On considère les évènements suivants :

- G : « la machine est sous garantie » ;
- D : « la machine est défectueuse » ;
- $\overline{G}$ et $\overline{D}$ désignent respectivement les évènements contraires de G et D.

Pour répondre aux questions 1 à 3, on pourra s'aider de l'arbre proposé ci-contre.



1. La probabilité $p_G(D)$ de l'évènement D sachant que G est réalisé est égale à :

a. 0,002 **b.** 0,01 **c.** 0,024 **d.** 0,2

2. La probabilité $p\left(\overline{G} \cap D\right)$ est égale à :

a. 0,01 b. 0,08 **c.** 0,1 **d.** 0,21

3. La machine est défectueuse. La probabilité qu'elle soit sous garantie est environ égale, à 10^{-3} près, à :

a. 0,01 **b.** 0,024 **c.** 0,082 **d.** 0,1

Pour les questions 4 et 5, on choisit au hasard et de façon indépendante n machines de l'entreprise, où n désigne un entier naturel non nul.
On assimile ce choix à un tirage avec remise, et on désigne par X la variable aléatoire qui associe à chaque lot de n machines le nombre de machines défectueuses dans ce lot.
On admet que X suit la loi binomiale de paramètres n et $p = 0,082$.

4. Dans cette question, on prend $n = 50$.
La valeur de la probabilité $p(X > 2)$, arrondie au millième, est de :

a. 0,136 **b.** 0,789 **c.** 0,864 d. 0,924

5. On considère un entier n pour lequel la probabilité que toutes les machines d'un lot de taille n fonctionnent correctement est supérieure à $0,4$.

La plus grande valeur possible pour n est égale à :

a. 5 **b.** 6 **c.** 10 d. 11

Exercice 26 - Métropole jour 2 (21 mars 2023)

Thème : Probabilités

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Aucun point n'est enlevé en l'absence de réponse ou en cas de réponse inexacte.

Un jeu vidéo possède une vaste communauté de joueurs en ligne. Avant de débuter une partie, le joueur doit choisir entre deux « mondes » : soit le monde A, soit le monde B.

On choisit au hasard un individu dans la communauté des joueurs.
Lorsqu'il joue une partie, on admet que :

- la probabilité que le joueur choisisse le monde A est égale à $\dfrac{2}{5}$;
- si le joueur choisit le monde A, la probabilité qu'il gagne la partie est de $\dfrac{7}{10}$;
- la probabilité que le joueur gagne la partie est de $\dfrac{12}{25}$.

On considère les évènements suivants :

- A : « Le joueur choisit le monde A » ;
- B : « Le joueur choisit le monde B » ;
- G : « Le joueur gagne la partie ».

1. La probabilité que le joueur choisisse le monde A et gagne la partie est égale à :

a. $\dfrac{7}{10}$ **b.** $\dfrac{3}{25}$ **c.** $\dfrac{7}{25}$ **d.** $\dfrac{24}{125}$

2. La probabilité $P_B(G)$ de l'événement G sachant que B est réalisé est égale à :

a. $\dfrac{1}{5}$ **b.** $\dfrac{1}{3}$ **c.** $\dfrac{7}{15}$ **d.** $\dfrac{5}{12}$

Dans la suite de l'exercice, un joueur effectue 10 parties successives.
On assimile cette situation à un tirage aléatoire avec remise.
On rappelle que la probabilité de gagner une partie est de $\dfrac{12}{25}$.

3. La probabilité, arrondie au millième, que le joueur gagne exactement 6 parties est égale à :

a. $0,859$ **b.** 0,671 **c.** 0,188 **d.** 0,187

4. On considère un entier naturel n pour lequel la probabilité, arrondie au millième, que le joueur gagne au plus n parties est de $0,207$. Alors :

a. $n = 2$ **b.** $n = 3$ **c.** $n = 4$ **d.** $n = 5$

5. La probabilité que le joueur gagne au moins une partie est égale à :

a. $1-\left(\dfrac{12}{25}\right)^{10}$ **b.** $\left(\dfrac{13}{25}\right)^{10}$ **c.** $\left(\dfrac{12}{25}\right)^{10}$ **d.** $1-\left(\dfrac{13}{25}\right)^{10}$

Exercice 27 - Centres Etrangers jour 1 (21 mars 2023)

Thèmes : fonctions, suites

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Les cinq questions sont indépendantes.

Dans tout l'exercice, $\mathbb{R}$ désigne l'ensemble des nombres réels.

1. Une primitive de la fonction f, définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x\mathrm{e}^x$, est la fonction F, définie sur $\mathbb{R}$, par :

a. $F(x) = \dfrac{x^2}{2}\mathrm{e}^x$
b. $F(x) = (x-1)\mathrm{e}^x$
c. $F(x) = (x+1)\mathrm{e}^x$
d. $F(x) = x^2\mathrm{e}^{x^2}$

2. On considère la fonction g définie par $g(x) = \ln\left(\dfrac{x-1}{2x+4}\right)$.

La fonction g est définie sur :

a. $\mathbb{R}$
c. $]-2\,;\,+\infty[$
c. $]-\infty\,;\,-2[\cup]1\,;\,+\infty[$
d. $]-2\,;\,1[$

3. La fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (x+1)\mathrm{e}^x$ est :

a. concave sur $\mathbb{R}$
b. convexe sur $\mathbb{R}$
c. convexe sur $]-\infty\,;\,-3]$ et concave sur $[-3\,;\,+\infty[$
d. concave sur $]-\infty\,;\,-3]$ et convexe sur $[-3\,;\,+\infty[$

4. Une suite (u_n) est minorée par 3 et converge vers un réel ℓ.

On peut affirmer que :

a. $\ell = 3$
b. $\ell \geqslant 3$
c. La suite (u_n) est décroissante.
d. La suite (u_n) est constante à partir d'un certain rang.

5. La suite (w_n) est définie par $w_1 = 2$ et pour tout entier naturel n strictement positif, $w_{n+1} = \dfrac{1}{n}w_n$.

a. La suite (w_n) est géométrique
b. La suite (w_n) n'admet pas de limite
c. $w_5 = \dfrac{1}{15}$
d. La suite (w_n) converge vers 0.

Exercice 28 - Centres Etrangers jour 2 (22 mars 2023)

Thèmes : Probabilités, Python

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Les cinq questions sont indépendantes.

Une chaîne de fabrication produit des pièces mécaniques. On estime que 4 % des pièces produites par cette chaîne sont défectueuses.
On choisit au hasard n pièces produites par la chaîne de fabrication.
Le nombre de pièces produites est suffisamment grand pour que ce choix puisse être assimilé à un tirage avec remise.
On note X la variable aléatoire égale au nombre de pièces défectueuses tirées.
Dans les trois questions suivantes, on prend $n = 50$.

1. Quelle est la probabilité, arrondie au millième, de tirer au moins une pièce défectueuse ?

a. 1 **b.** 0,870 **c.** 0,600 **d.** 0,599

2. La probabilité $p(3 < X \leqslant 7)$ est égale à :

a. $p(X \leqslant 7) - p(X > 3)$ **b.** $p(X \leqslant 7) - p(X \leqslant 3)$
c. $p(X < 7) - p(X > 3)$ **d.** $p(X < 7) - p(X \geqslant 3)$

3. Quel est le plus petit entier naturel k tel que la probabilité de tirer au plus k pièces défectueuses soit supérieure ou égale à 95 % ?

a. 2 **b.** 3 **c.** 4 **d.** 5

Dans les questions suivantes, n ne vaut plus nécessairement 50.

4. Quelle est la probabilité de ne tirer que des pièces défectueuses ?

a. $0,04^n$ **b.** $0,96^n$ **c.** $1-0,04^n$ **d.** $1-0,96^n$

5. On considère la fonction Python ci-dessous. Que renvoie-t-elle ?

```
def seuil (x) :
    n=1
    while 1-0.96**n < x :
        n = n + 1
    return n
```

a. Le plus petit nombre n tel que la probabilité de tirer au moins une pièce défectueuse soit supérieure ou égale à x.

b. Le plus petit nombre n tel que la probabilité de ne tirer aucune pièce défectueuse soit supérieure ou égale à x.

c. Le plus grand nombre n tel que la probabilité de ne tirer que des pièces défectueuses soit supérieure ou égale à x.

d. Le plus grand nombre n tel que la probabilité de ne tirer aucune pièce défectueuse soit supérieure ou égale à x.

Exercice 29 - Asie jour 1 (23 mars 2023)

Thèmes : Probabilités, Variables aléatoires

Pour chacune des cinq questions de cet exercice, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

Une urne contient 15 billes indiscernables au toucher, numérotées de 1 à 15.
La bille numérotée 1 est rouge.
Les billes numérotées 2 à 5 sont bleues.
Les autres billes sont vertes.

On choisit une bille au hasard dans l'urne.
On note R (respectivement B et V) l'évènement : « La bille tirée est rouge » (respectivement bleue et verte).

Question 1 :

Quelle est la probabilité que la bille tirée soit bleue ou numérotée d'un nombre pair ?

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$\dfrac{7}{15}$	$\dfrac{9}{15}$	$\dfrac{11}{10}$	Aucune des affirmations précédentes n'est juste.

Question 2 :

Sachant que la bille tirée est verte, quelle est la probabilité qu'elle soit numérotée 7 ?

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$\dfrac{1}{15}$	$\dfrac{7}{15}$	$\dfrac{1}{10}$	Aucune des affirmations précédentes n'est juste.

Un jeu est mis en place. Pour pouvoir jouer, le joueur paie la somme de 10 euros appelée la mise.
Ce jeu consiste à tirer une bille au hasard dans l'urne.

- Si la bille tirée est bleue, le joueur remporte, en euro, trois fois le numéro de la bille.
- Si la bille tirée est verte, le joueur remporte, en euro, le numéro de la bille.
- Si la bille tirée est rouge, le joueur ne remporte rien.

On note G la variable aléatoire qui donne le gain algébrique du joueur, c'est-à-dire la différence entre ce qu'il remporte et sa mise de départ.
Par exemple, si le joueur tire la bille bleue numérotée 3, alors son gain algébrique est -1 euro.

Question 3 :

Que vaut P(G = 5) ?

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{3}$	Aucune des affirmations précédentes n'est juste.

Question 4 :

Quelle est la valeur de $P_R(G=0)$?

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
0	$\frac{1}{15}$	1	Aucune des affirmations précédentes n'est juste.

Question 5 :

Que vaut $P_{(G=-4)}(V)$?

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$\frac{1}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{2}$	Aucune des affirmations précédentes n'est juste.

Exercice 30 - Asie jour 2 (24 mars 2023)

Thème : Probabilités

Pour chacune des cinq questions de cet exercice, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

On considère L une liste de nombres constituée de termes consécutifs d'une suite arithmétique de premier terme 7 et de raison 3, le dernier nombre de la liste est 2 023 soit :

$$\text{L} = [7, 10, \ldots, 2\,023].$$

Question 1 : Le nombre de termes de cette liste est :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
2 023	673	672	2 016

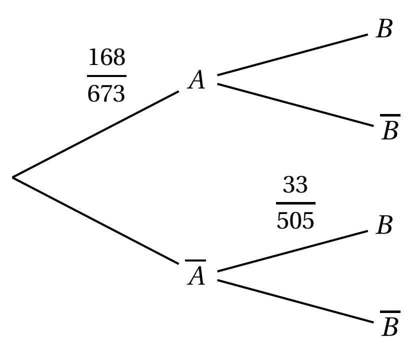
Question 2 : On choisit au hasard un nombre dans cette liste. La probabilité de tirer un nombre pair est :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{34}{673}$	$\dfrac{336}{673}$	$\dfrac{337}{673}$

On rappelle qu'on choisit au hasard un nombre dans cette liste.
On s'intéresse aux évènements suivants :

- Évènement A : « obtenir un multiple de 4 »
- Évènement B : « obtenir un nombre dont le chiffre des unités est 6 »

Pour répondre aux questions suivantes on pourra utiliser l'arbre pondéré ci-dessous et on donne $p(A \cap B) = \dfrac{34}{673}$.



Question 3 :
La probabilité d'obtenir un multiple de 4 ayant 6 comme chiffre des unités est :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$\dfrac{168}{673} \times \dfrac{34}{673}$	$\dfrac{34}{673}$	$\dfrac{17}{84}$	$\dfrac{168}{34}$

Question 4 : $P_B(A)$ est égale à :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$\dfrac{36}{168}$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{33}{168}$	$\dfrac{34}{67}$

Question 5 : On choisit, au hasard, successivement, 10 éléments de cette liste.
Un élément peut être choisi plusieurs fois. La probabilité qu'aucun de ces 10 nombres ne soit un multiple de 4 est :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$\left(\dfrac{505}{673}\right)^{10}$	$1-\left(\dfrac{505}{673}\right)^{10}$	$\left(\dfrac{168}{673}\right)^{10}$	$1-\left(\dfrac{168}{673}\right)^{10}$

Exercice 31 - Amérique du Nord jour 1 (27 mars 2023)

Thème : Géométrie dans l'espace

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Les cinq questions sont indépendantes.

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.
On considère les points $A(-1 ; 2 ; 5)$, $B(3 ; 6 ; 3)$, $C(3 ; 0 ; 9)$ et $D(8 ; -3 ; -8)$.
On admet que les points A, B et C ne sont pas alignés.

1. ABC est un triangle :
   - **a.** isocèle rectangle en A
   - **b.** isocèle rectangle en B
   - **c.** isocèle rectangle en C
   - **d.** équilatéral
2. Une équation cartésienne du plan (BCD) est :
   - **a.** $2x + y + z - 15 = 0$
   - **b.** $9x - 5y + 3 = 0$
   - **c.** $4x + y + z - 21 = 0$
   - **d.** $11x + 5z - 73 = 0$
3. On admet que le plan (ABC) a pour équation cartésienne $x - 2y - 2z + 15 = 0$.
   On appelle H le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC).
   On peut affirmer que :
   - **a.** $H(-2 ; 17 ; 12)$
   - **b.** $H(3 ; 7 ; 2)$
   - **c.** $H(3 ; 2 ; 7)$
   - **d.** $H(-15 ; 1 ; -1)$
4. Soit la droite Δ de représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{l} x = 5 + t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + 3t \end{array}\right.$, avec t réel.
   Les droites (BC) et Δ sont :
   - **a.** confondues
   - **b.** strictement parallèles
   - **c.** sécantes
   - **d.** non coplanaires
5. On considère le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $2x - y + 2z - 6 = 0$.
   On admet que le plan (ABC) a pour équation cartésienne $x - 2y - 2z + 15 = 0$.
   On peut affirmer que :
   - **a.** les plans $\mathscr{P}$ et (ABC) sont strictement parallèles
   - **b.** les plans $\mathscr{P}$ et (ABC) sont sécants et leur intersection est la droite (AB)
   - **c.** les plans $\mathscr{P}$ et (ABC) sont sécants et leur intersection est la droite (AC)
   - **d.** les plans $\mathscr{P}$ et (ABC) sont sécants et leur intersection est la droite (BC)

Exercice 32 - Amérique du Nord jour 2 (28 mars 2023)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Les cinq questions sont indépendantes.

1. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]1\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = 0,05 - \frac{\ln x}{x-1}.$$

La limite de la fonction f en $+\infty$ est égale à :

a. $+\infty$ **b.** 0,05 **c.** $-\infty$ **d.** 0

2. On considère une fonction h continue sur l'intervalle $[-2;4]$ telle que :

$$h(-1) = 0, \qquad h(1) = 4, \qquad h(3) = -1.$$

On peut affirmer que :

a. la fonction h est croissante sur l'intervalle $[-1\,;\,1]$.
b. la fonction h est positive sur l'intervalle $[-1\,;\,1]$.
c. il existe au moins un nombre réel a dans l'intervalle $[1\,;\,3]$ tel que $h(a) = 1$.
d. l'équation $h(x) = 1$ admet exactement deux solutions dans l'intervalle $[-2\,;\,4]$.

3. On considère deux suites (u_n) et (v_n) à termes strictement positifs telles que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ et (v_n) converge vers 0 .
On peut affirmer que :

a. la suite $\left(\frac{1}{v_n}\right)$ converge. **b.** la suite $\left(\frac{v_n}{u_n}\right)$ converge.
c. la suite (u_n) est croissante. **d.** $\lim\limits_{n\to+\infty} (-u_n)^n = -\infty$

4. Pour participer à un jeu, un joueur doit payer 4 €.
Il lance ensuite un dé équilibré à six faces :

— s'il obtient 1, il remporte 12 €;
— s'il obtient un nombre pair, il remporte 3€;
— sinon, il ne remporte rien.

En moyenne, le joueur :

a. gagne 3,50 € **b.** perd 3 €.
c. perd 1,50 € **d.** perd 0,50 €.

5. On considère la variable aléatoire X suivant la loi binomiale $\mathscr{B}(3\ ;\ p)$.

On sait que $P(X=0)=\dfrac{1}{125}$. On peut affirmer que :

a. $p=\dfrac{1}{5}$

b. $P(X=1)=\dfrac{124}{125}$

c. $p=\dfrac{4}{5}$

d. $P(X=1)=\dfrac{4}{5}$

Exercice 33 - La Réunion (29 mars 2023)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse fausse, une absence de réponse, ou une réponse multiple, ne rapporte ni n'enlève de point.

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x\,\mathrm{e}^{x}$.
   Le nombre de solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation $f(x) = -\dfrac{73}{100}$ est égal à :

   a. 0 **b.** 1 **c.** 2 **d.** une infinité.

2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :
   $$g(x) = \frac{x+1}{\mathrm{e}^{x}}.$$
   La limite de la fonction g en $-\infty$ est égale à :

   a. $-\infty$ **b.** $+\infty$ **c.** 0 **d**elle n'existe pas.

3. On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par :
   $$h(x) = (4x-16)\,\mathrm{e}^{2x}.$$
   On note $\mathscr{C}_h$ la courbe représentative de h dans un repère orthogonal.
   On peut affirmer que :

   a. h est convexe sur $\mathbb{R}$. **b.** $\mathscr{C}_h$ possède un point d'inflexion en $x = 3$.
   c. h est concave sur $\mathbb{R}$. **d.** $\mathscr{C}_h$ possède un point d'inflexion en $x = 3,5$.

4. On considère la fonction k définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par :
   $$k(x) = 3\ln(x) - x.$$
   On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction k dans un repère orthonormé.
   On note T la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $x = \mathrm{e}$.
   Une équation de T est :

   a. $y = (3-\mathrm{e})x$ **b.** $y = \left(\dfrac{3-\mathrm{e}}{\mathrm{e}}\right)x$
   c. $y = \left(\dfrac{3}{\mathrm{e}} - 1\right)x + 1$ **d.** $y = (\mathrm{e}-1)x + 1$

5. On considère l'équation $[\ln(x)]^2 + 10\ln(x) + 21 = 0$, avec $x \in]0\,;\,+\infty[$.
   Le nombre de solutions de cette équation est égal à :

   a. 0 **b.** 1 **c.** 2 **d.** une infinité.

Exercice 34 - Nouvelle-Calédonie jour 1 (28 août 2023)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

Une réponse fausse, une absence de réponse, ou une réponse multiple, ne rapporte ni n'enlève de point.

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x+1)\mathrm{e}^x$.
Une primitive F de f sur $\mathbb{R}$ est définie par :

a. $F(x) = 1 + x\,\mathrm{e}^{x}$ **b.** $F(x) = (1+x)\,\mathrm{e}^{x}$

c. $F(x) = (2+x)\,\mathrm{e}^{x}$ **d.** $F(x) = \left(\dfrac{x^2}{2} + x\right)\mathrm{e}^{x}$.

Dans toute la suite de l'exercice, on se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath},\,\vec{k}\right)$

2. On considère les droites (d_1) et (d_2) dont des représentations paramétriques sont respectivement :

$$(d_1)\left\{\begin{array}{lcl} x &=& 2+r\\ y &=& 1+r\\ z &=& -r \end{array}\right. \quad (r\in\mathbb{R}) \quad \text{et } (d_2)\left\{\begin{array}{lcl} x &=& 1-s\\ y &=& -1+s\\ z &=& 2-s \end{array}\right. \quad (s\in\mathbb{R})$$

Les droites (d_1) et (d_2) sont :

a. sécantes. **b.** strictement parallèles.
c. confondues. **d.** non coplanaires.

3. On considère le plan (P) dont une équation cartésienne est :

$$2x - y + z - 1 = 0.$$

On considère la droite (Δ) dont une représentation paramétrique est :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x &=& 2+u\\ y &=& 4+u\\ z &=& 1-u \end{array}\right. \quad (u\in\mathbb{R})$$

La droite (Δ) est :

a. sécante et non orthogonale au plan (P). b. incluse dans le plan (P).
c. strictement parallèle au plan (P). **d.** orthogonale au plan (P).

4. On considère le plan (P_1) dont une équation cartésienne est $x-2y+z+1=0$, ainsi que le plan (P_2) dont une équation cartésienne est $2x+y+z-6=0$.
Les plans (P_1) et (P_2) sont :

a. sécants et perpendiculaires.	**b.** confondus.
c. sécants et non perpendiculaires.	**d.** strictement parallèles.

5. On considère les points E(1 ; 2 ; 1), F(2 ; 4 ; 3) et G(−2 ; 2 ; 5).
On peut affirmer que la mesure α de l'angle $\widehat{\text{FEG}}$ vérifie :

a. $\alpha = 90°$ **b.** $\alpha > 90°$ **c.** $\alpha = 0°$ **d.** $\alpha \approx 71°$

Exercice 35 - Nouvelle-Calédonie jour 2 (29 août 2023)

L'énoncé ci-dessous est commun aux questions 1. et 2.

Les 200 adhérents d'un club sont des filles ou des garçons. Ces adhérents pratiquent l'aviron ou le basket selon la répartition figurant dans le tableau ci-dessous.

	Aviron	**Basket**	**Total**
Filles	25	80	105
Garçons	50	45	95
Total	75	125	200

On choisit un adhérent au hasard et on considère les évènements suivants :

F : l'adhérent est une fille ;

A : l'adhérent pratique l'aviron.

1. La probabilité de F sachant A est égale à :

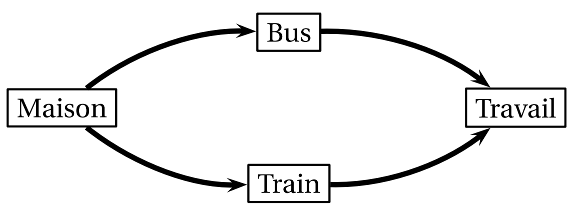
a. $\dfrac{25}{100}$ **b.** $\dfrac{25}{75}$ **c.** $\dfrac{25}{105}$ **d.** $\dfrac{75}{105}$

2. La probabilité de l'évènement $A \cup F$ est égale à :

a. $\dfrac{9}{10}$ **b.** $\dfrac{1}{8}$ **c.** $\dfrac{31}{40}$ **d.** $\dfrac{5}{36}$

L'énoncé ci-dessous est commun aux questions 3. et 4.

Pour se rendre à son travail, Albert peut utiliser au choix le bus ou le train.



La probabilité que le bus soit en panne est égale à b.
La probabilité que le train soit en panne est égale à t.
Les pannes de bus et de train surviennent de façon indépendante.

3. La probabilité p_1 que le bus ou le train soient en panne est égale à :

a. $p_1 = bt$ **b.** $p_1 = 1 - bt$ **c.** $p_1 = b + t$ **d.** $p_1 = b + t - bt$

4. La probabilité p_2 que Albert puisse se rendre à son travail est égale à :

a. $p_2 = bt$ **b.** $p_2 = 1 - bt$ **c.** $p_2 = b + t$ **d.** $p_2 = b + t - bt$

5. On considère une pièce de monnaie pour laquelle la probabilité d'obtenir FACE est égale à x.
On lance la pièce n fois. Les lancers sont indépendants.
La probabilité p d'obtenir au moins une fois FACE sur les n lancers est égale à

a. $p = x^n$ **b.** $p = (1-x)^n$ **c.** $p = 1 - x^n$ **d.** $p = 1 - (1-x)^n$

Exercice 36 - Polynésie jour 1 (7 septembre 2023)

Thème : géométrie dans l'espace

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question traitée et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath},\,\vec{k}\right)$ dans lequel on considère :

- les points A(6 ; −6 ; 6), B(−6 ; 0 ; 6) et C(−2 ; −2 ; 11).
- la droite (d) orthogonale aux deux droites sécantes (AB) et (BC) et passant par le point A;
- la droite $\left(d'\right)$ de représentation paramétrique :

$$\left\{\begin{array}{lcr} x &=& -6-8t \\ y &=& 4t, \\ z &=& 6+5t \end{array}\right. \text{ avec } t \in \mathbb{R}.$$

Question 1
Parmi les vecteurs suivants, lequel est un vecteur directeur de la droite (d) ?

a. $\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix}-6\\3\\0\end{pmatrix}$ **b.** $\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix}1\\2\\6\end{pmatrix}$ **c.** $\overrightarrow{u_3}\begin{pmatrix}1\\2\\0,2\end{pmatrix}$ **d.** $\overrightarrow{u_4}\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}$

Question 2
Parmi les équations suivantes, laquelle est une représentation paramétrique de la droite (AB) ?

a. $\left\{\begin{array}{lcr} x &=& 2t+6 \\ y &=& -6 \\ z &=& t+6 \end{array}\right.$ avec $t \in \mathbb{R}$ **b.** $\left\{\begin{array}{lcr} x &=& 2t-6 \\ y &=& -6 \\ z &=& -t-6 \end{array}\right.$ avec $t \in \mathbb{R}$

c. $\left\{\begin{array}{lcr} x &=& 2t+6 \\ y &=& -t-6 \\ z &=& 6 \end{array}\right.$ avec $t \in \mathbb{R}$ **d.** $\left\{\begin{array}{lcr} x &=& 2t+6 \\ y &=& t-6 \\ z &=& 6 \end{array}\right.$ avec $t \in \mathbb{R}$

Question 3
Un vecteur directeur de la droite $\left(d'\right)$ est :

a. $\overrightarrow{v_1}\begin{pmatrix}-6\\0\\6\end{pmatrix}$ **b.** $\overrightarrow{v_2}\begin{pmatrix}-14\\4\\11\end{pmatrix}$ **c.** $\overrightarrow{v_3}\begin{pmatrix}8\\-4\\-5\end{pmatrix}$ **d.** $\overrightarrow{v_4}\begin{pmatrix}8\\4\\5\end{pmatrix}$

Question 4
Lequel des quatre points suivants appartient à la droite $\left(d'\right)$?

a. $M_1(50\ ;\ -28\ ;\ -29)$

b. $M_2(-14\ ;\ -4\ ;\ 1)$

c. $M_3(2\ ;\ -4\ ;\ -1)$

d. $M_4(-3\ ;\ 0\ ;\ 3)$

Question 5
Le plan d'équation $x = 1$ a pour vecteur normal :

a. $\overrightarrow{n_1}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$

b. $\overrightarrow{n_2}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$

c. $\overrightarrow{n_3}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$

d. $\overrightarrow{n_4}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$

Exercice 37 - Métropole jour 1 (11 septembre 2023)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x\,\mathrm{e}^{x^2-3}.$$

Une des primitives F de la fonction f sur $\mathbb{R}$ est définie par :

a. $F(x) = 2x\,\mathrm{e}^{x^2-3}$ **b.** $F(x) = \left(2x^2+1\right)\mathrm{e}^{x^2-3}$
c. $F(x) = \dfrac{1}{2}x\,\mathrm{e}^{x^2-3}$ **d.** $F(x) = \dfrac{1}{2}\,\mathrm{e}^{x^2-3}$

2. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$u_n = \mathrm{e}^{2n+1}.$$

La suite (u_n) est :

a. arithmétique de raison 2 ; **b.** géométrique de raison e ;
c. géométrique de raison e^2 ; **d.** convergente vers e.

Pour les questions **3.** et **4.**, on considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$u_0 = 15 \quad \text{et pour tout entier naturel } n \quad : u_{n+1} = 1,2u_n + 12.$$

3. La fonction Python suivante, dont la ligne 4 est incomplète, doit renvoyer la plus petite valeur de l'entier n telle que $u_n > 10\,000$.

```
def seuil() :
    n=0
    u=15
    while ......:
      n=n+1
      u=1,2*u+12
    return(n)
```

À la ligne 4, on complète par :

a. u$\leqslant 10\,000$; **b.** u $= 10\,000$ **c.** u$> 10\,000$; **d.** $n \leqslant 10\,000$.

4. On considère la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = u_n + 60$.
La suite (v_n) est :

a. une suite décroissante ; **b.** une suite géometrique de raison 1,2 ;
c. une suite arithmétique de raison 60 ; **d.** une suite ni géométrique ni arithmétique.

Exercice 38 - Métropole jour 2 (12 septembre 2023)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.

On considère :
les points A$(-1 ; -2 ; 3)$, B$(1 ; -2 ; 7)$ et C$(1 ; 0 ; 2)$;
la droite Δ de représentation paramétrique : $\left\{\begin{array}{l} x = 1 - t \\ y = 2 \\ z = -4 + 3t \end{array}\right.$, où $t \in \mathbb{R}$;
le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne : $3x + 2y + z - 4 = 0$;
le plan $\mathscr{Q}$ d'équation cartésienne : $-6x - 4y - 2z + 7 = 0$.

1. Lequel des points suivants appartient au plan $\mathscr{P}$?

a. $R(1 ; -3 ; 1)$; **b.** $S(1 ; 2 ; -1)$; **c.** $T(1 ; 0 ; 1)$; **d.** $U(2 ; -1 ; 1)$.

2. Le triangle ABC est :

a. équilatéral ; **b.** rectangle isocèle ;
c. isocèle non rectangle ; **d.** rectangle non isocèle.

3. La droite Δ est :

a. orthogonale au plan $\mathscr{P}$; **b.** sécante au plan $\mathscr{P}$;
c. incluse dans le plan $\mathscr{P}$; **d.** strictement parallèle au plan $\mathscr{P}$.

4. On donne le produit scalaire $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 20$.
Une mesure au degré près de l'angle $\widehat{ABC}$ est :

a. $34°$; **b.** $120°$; **c.** $90°$; **d.** $0°$.

5. L'intersection des plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{Q}$ est :

a. un plan ; **b.** l'ensemble vide ;
c. une droite ; **d.** réduite à un point.

Exercice 39 - Amérique du Nord Jour 1 (21 mai 2024)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Les quatre questions sont indépendantes.

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$.

1. On considère les points A$(1\,;0\,;3)$ et B$(4\,;1\,;0)$.
   Une représentation paramétrique de la droite (AB) est :

   a. $\left\{\begin{array}{l c l}x&=&3+t\\y&=&1\\z&=&-3+3t\end{array}\right.$ avec $t\in\mathbb{R}$ **b.** $\left\{\begin{array}{l c l}x&=&1+4t\\y&=&t\\z&=&3\end{array}\right.$ avec $t\in\mathbb{R}$

   c. $\left\{\begin{array}{l c l}x&=&1+3t\\y&=&t\\z&=&3-3t\end{array}\right.$ avec $t\in\mathbb{R}$ **d.** $\left\{\begin{array}{l c l}x&=&4+t\\y&=&1\\z&=&3-3t\end{array}\right.$ avec $t\in\mathbb{R}$

   On considère la droite (d) de représentation paramétrique
   $\left\{\begin{array}{l c l}x&=&3+4t\\y&=&6t\\z&=&4-2t\end{array}\right.$ avec $t\in\mathbb{R}$

2. Parmi les points suivants, lequel appartient à la droite (d) ?

   a. M$(7\,;6\,;6)$ **b.** N$(3\,;6\,;4)$ **c.** P$(4\,;6\,;-2)$ **d.** R$(-3\,;-9\,;7)$

3. On considère la droite (d') de représentation paramétrique
   $\left\{\begin{array}{l c l}x&=&-2+3k\\y&=&-1-2k\\z&=&1+k\end{array}\right.$ avec $k\in\mathbb{R}$
   Les droites (d) et (d') sont :

   a. sécantes **b.** non coplanaires **c.** parallèles **d.** confondues

4. On considère le plan (P) passant par le point I$(2\,;1\,;0)$ et perpendiculaire à la droite (d).
   Une équation du plan (P) est :

   a. $2x+3y-z-7=0$ **b.** $-x+y-4z+1=0$
   c. $4x+6y-2z+9=0$ **d.** $2x+y+1=0$

Exercice 40 - Asie Jour 1 (10 juin 2024)

Pour chacune des affirmations suivantes, préciser si elle est vraie ou fausse puis justifier la réponse donnée.
Toute réponse non argumentée ne sera pas prise en compte.

1. **Affirmation 1** : Toute suite décroissante et minorée par 0 converge vers 0.

2. On considère une suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ telle que, pour tout entier n,on a $u_n \leqslant \dfrac{-9^n + 3^n}{7^n}$.

   Affirmation 2 : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = -\infty$.

3. On considère la fonction suivante écrite en langage Python :

```
def terme(N) :
    U =1
    for i in range(N) :
        U=U+i
    return U
```

   Affirmation 3 : terme(4) renvoie la valeur 7.

4. Lors d'un concours, le gagnant a le choix entre deux prix :

   - Prix A : il reçoit 1 000 euros par jour pendant 15 jours ;
   - Prix B : il reçoit 1 euro le 1er jour, 2 euros le 2e jour, 4 euros le 3e jour et pendant 15 jours la somme reçue double chaque jour.

   Affirmation 4 : La valeur du prix A est plus élevée que la valeur du prix B.

5. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier $n \geqslant 1$ par

$$v_n = \int_1^n \ln x \, \mathrm{d}x.$$

   Affirmation 5 : La suite (v_n) est croissante.

Exercice 41 - Asie Jour 2 (11 juin 2024)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

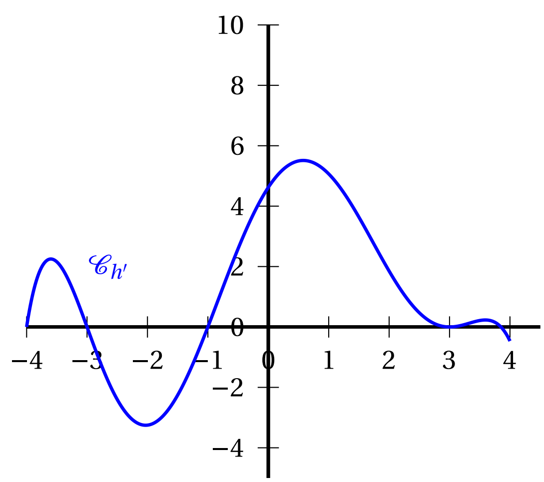
1. Soit (u_n) une suite définie pour tout entier naturel n et vérifiant la relation suivante :

$$\text{pour tout entier naturel } n,\ \frac{1}{2} < u_n \leqslant \frac{3n^2+4n+7}{6n^2+1}.$$

   Affirmation 1 $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \dfrac{1}{2}$.

2. Soit h une fonction définie et dérivable sur l'intervalle [-4 ; 4].

   La représentation graphique $\mathscr{C}_{h'}$ de sa fonction dérivée h' est donnée ci-dessous.



   Affirmation 2 : La fonction h est convexe sur $[-1 ; 3]$.

3. Le code d'un immeuble est composé de 4 chiffres (qui peuvent être identiques) suivis de deux lettres distinctes parmi A, B et C (exemple : 1232BA).

   Affirmation 3 : Il existe 20 634 codes qui contiennent au moins un 0.‘

4. On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = x\ln x$.

   Affirmation 4 : La fonction f est une solution sur $]0 ; +\infty[$ de l'équation différentielle

$$xy' - y = x.$$

Exercice 42 - Métropole Jour 1 (19 juin 2024)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\quad f(x) = 5x\mathrm{e}^{-x}$.
   On note C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

   Affirmation 1 :
   L'axe des abscisses est une asymptote horizontale à la courbe C_f.

   Affirmation 2 :
   La fonction f est solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle (E) : $y' + y = 5\mathrm{e}^{-x}$.

2. On considère les suites (u_n), (v_n) et (w_n), telles que, pour tout entier naturel n :

   $$u_n \leqslant v_n \leqslant w_n.$$

   De plus, la suite (u_n) converge vers -1 et la suite (w_n) converge vers 1 .

   Affirmation 3 :
   La suite (v_n) converge vers un nombre réel ℓ appartenant à l'intervalle $[-1; 1]$.

   On suppose de plus que la suite (u_n) est croissante et que la suite (w_n) est décroissante.

   Affirmation 4 :
   Pour tout entier naturel n, on a alors : $\quad u_0 \leqslant v_n \leqslant w_0$.

Exercice 43 - Métropole jour 2 (20 juin 2024)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les points suivants :

$$A(2\,;\,0\,;\,0), \quad B(0\,;\,4\,;\,3), \quad C(4\,;\,4\,;\,1), \quad D(0\,;\,0\,;\,4) \quad \text{et} \quad H(-1\,;\,1\,;\,2)$$

Affirmation 1 : les points A, C et D définissent un plan $\mathscr{P}$ d'équation $8x-5y+4z-16=0$.

Affirmation 2 : les points A, B, C et D sont coplanaires.

Affirmation 3 : les droites (AC) et (BH) sont sécantes.

On admet que le plan (ABC) a pour équation cartésienne $x-y+2z-2=0$.

Affirmation 4 : le point H est le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC).

Exercice 44 - Polynésie jour 2 (20 juin 2024)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM) qui comprend cinq questions. Les cinq questions sont indépendantes.
*Pour chacune des questions, **une seule des quatre réponses est exacte**. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la réponse exacte.*
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou une absence de réponse ne rapporte, ni n'enlève aucun point.

1. La solution f de l'équation différentielle $y' = -3y + 7$ telle que $f(0) = 1$ est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

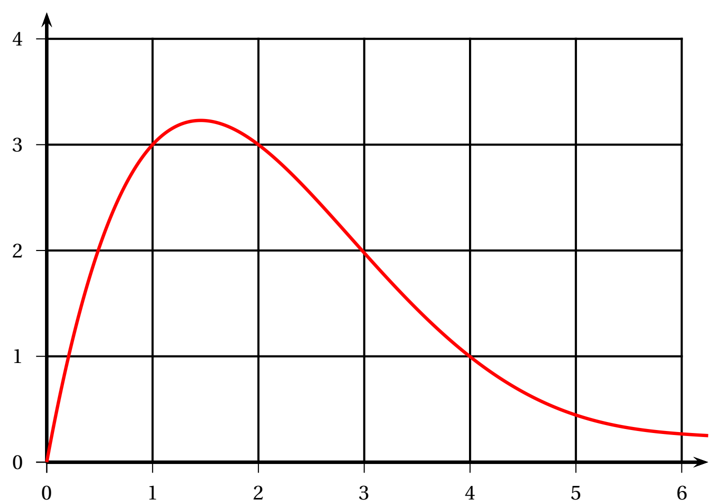
A. $f(x) = \mathrm{e}^{-3x}$

B. $f(x) = -\dfrac{4}{3}\mathrm{e}^{-3x} + \dfrac{7}{3}$

C. $f(x) = \mathrm{e}^{-3x} + \dfrac{7}{3}$

D. $f(x) = -\dfrac{10}{3}\mathrm{e}^{-3x} - \dfrac{7}{3}$

2. La courbe d'une fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ est donnée ci-dessous.



Un encadrement de l'intégrale $I = \displaystyle\int_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x$ est :

A. $0 \leqslant I \leqslant 4$

B. $1 \leqslant I \leqslant 5$

C. $5 \leqslant I \leqslant 10$

D. $10 \leqslant I \leqslant 15$

3. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 \ln\left(x^2 + 4\right)$.

Alors $\displaystyle\int_0^2 g'(x)\,\mathrm{d}x$ vaut, à 10^{-1} près :

A. 4,9

B. 8,3

C. 1,7

D. 7,5

4. Une professeure enseigne la spécialité mathématiques dans une classe de 31 élèves de terminale.

   Elle veut former un groupe de 5 élèves. De combien de façons différentes peut-elle former un tel groupe de 5 élèves ?

   A. 31^5 **B.** $31 \times 30 \times 29 \times 28 \times 27$

   C. $31 + 30 + 29 + 28 + 27$ **D.** $\binom{31}{5}$

5. La professeure s'intéresse maintenant à l'autre spécialité des 31 élèves de son groupe :

   - 10 élèves ont choisi la spécialité physique-chimie ;
   - 20 élèves ont choisi la spécialité SES ;
   - 1 élève a choisi la spécialité LLCE espagnol.

   Elle veut former un groupe de 5 élèves comportant exactement 3 élèves ayant choisi la spécialité SES. De combien de façons différentes peut-elle former un tel groupe ?

   A. $\binom{20}{3} \times \binom{11}{2}$ **B.** $\binom{20}{3} + \binom{11}{2}$

   C. $\binom{20}{3}$ **D.** $20^3 \times 11^2$

Exercice 45 - Métropole remplacement (11 septembre 2024)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.
Les cinq questions de cet exercice sont indépendantes.

1. On considère une suite (t_n) vérifiant la relation de récurrence :

$$\text{pour tout entier naturel } n,\ t_{n+1} = -0{,}8t_n + 18.$$

Affirmation 1 : La suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $w_n = t_n - 10$ est géométrique.

2. On considère une suite (S_n) qui vérifie pour tout entier naturel n non nul :

$$3n - 4 \leqslant S_n \leqslant 3n + 4.$$

La suite (u_n) est définie, pour tout entier naturel n non nul, par : $u_n = \frac{S_n}{n}$.
Affirmation 2 : La suite (u_n) converge.

3. On considère la suite (v_n) définie par :

$$v_1 = 2 \text{ et pour tout entier naturel } n \geqslant 1,\ v_{n+1} = 2 - \frac{1}{v_n}.$$

Affirmation 3 : Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $v_n = \dfrac{n+1}{n}$.

4. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = \mathrm{e}^{n} - n$.
Affirmation 4 : La suite (u_n) converge.

5. On considère la suite (u_n) définie à l'aide du script écrit ci-dessous en langage Python, qui renvoie la valeur de u_n.

```python
def u(n) :
    valeur = 2
    for k in range(n) :
        valeur = 0.5 * (valeur + 2/valeur)
    return valeur
```

On admet que (u_n) est décroissante et vérifie pour tout entier naturel n :

$$\sqrt{2} \leqslant u_n \leqslant 2.$$

Affirmation 5 : La suite (u_n) converge vers $\sqrt{2}$.

Exercice 46 - Amérique du Sud Jour 1 (21 novembre 2024)

Répondre par VRAI ou FAUX à chacune des affirmations suivantes et justifier votre réponse.
Toute réponse non justifiée ne sera pas prise en compte dans la notation.
Toutes les questions de cet exercice sont indépendantes.

1. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel non nul n par

$$u_n = \frac{25 + (-1)^n}{n}.$$

   Affirmation 1 : La suite (u_n) est divergente.

2. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $\left\{\begin{array}{lcl} w_0 & = & 1 \\ w_{n+1} & = & \dfrac{w_n}{1 + w_n} \end{array}\right.$

   On admet que pour tout entier naturel n, $w_n > 0$.

   On considère la suite (t_n) définie pour tout entier naturel n par $t_n = \dfrac{k}{w_n}$ où k est un nombre réel strictement positif.

   Affirmation 2 : La suite (t_n) est une suite arithmétique strictement croissante.

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $\left\{\begin{array}{lcl} v_0 & = & 1 \\ v_{n+1} & = & \ln(1 + v_n) \end{array}\right.$

   On admet que pour tout entier naturel n, $v_n > 0$.

   Affirmation 3 : La suite (v_n) est décroissante.

4. On considère la suite (I_n) définie pour tout entier naturel n par $I_n = \displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} [\ln(x)]^n \, \mathrm{d}x$.

   Affirmation 4 : Pour tout entier naturel n, $I_{n+1} = \mathrm{e} - (n+1) I_n$.

Exercice 47 - Amérique du Sud Jour 2 (22 novembre 2024)

Cet exercice contient 5 affirmations.
Pour chaque affirmation, répondre par VRAI ou FAUX en justifiant la réponse.
Toute absence de justification ou justification incorrecte ne sera pas prise en compte dans la notation.

Partie 1

On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 10 \text{ et pour tout entier naturel } n, u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2.$$

1. **Affirmation 1** : La suite (u_n) est décroissante minorée par 0.
2. **Affirmation 2** : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$.
3. **Affirmation 3** : La suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 3$ est géométrique.

Partie 2

On considère l'équation différentielle (E) : $y' = \frac{3}{2}y + 2$ d'inconnue y, fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. **Affirmation 4** : Il existe une fonction constante solution de l'équation différentielle (E).
2. Dans un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f solution de (E) telle que $f(0) = 0$.
3. **Affirmation 5** : La tangente au point d'abscisse 1 de $\mathscr{C}_f$ a pour coefficient directeur $2\,\mathrm{e}^{\frac{3}{2}}$.

Exercice 48 - Polynésie Septembre (05 septembre 2024)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.
Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{x} + x.$$

Affirmation A : La fonction f admet pour tableau de variations le tableau ci- dessous :

x	$-\infty$	$+\infty$
variations de f	$-\infty$	$+\infty$

Affirmation B : L'équation $f(x) = -2$ admet deux solutions dans $\mathbb{R}$.

2. Affirmation C :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x) - x^2 + 2}{3x^2} = -\frac{1}{3}.$$

3. On considère la fonction k définie et continue sur $\mathbb{R}$ par

$$k(x) = 1 + 2\,\mathrm{e}^{-x^2+1}.$$

Affirmation D : Il existe une primitive de la fonction k décroissante sur $\mathbb{R}$.

4. On considère l'équation différentielle

$$(E) : \quad 3y' + y = 1.$$

Affirmation E : La fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = 4\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{3}x} + 1$$

est solution de l'équation différentielle (E) avec $g(0) = 5$.

5. Affirmation F : Une intégration par parties permet d'obtenir :

$$\int_0^1 x\,\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x = 1 - 2\,\mathrm{e}^{-1}.$$

Exercice 49 - Polynésie jour 1 (19 juin 2024)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.
Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.
Dans cet exercice, les questions sont indépendantes les unes des autres.

Les quatre affirmations se placent dans la situation suivante :
Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$, on considère les points :

$$A(2\,;\,1\,;\,-1),\quad B(-1\,;\,2\,;\,1) \text{ et } \quad C(5\,;\,0\,;\,-3).$$

On note $\mathscr{P}$ le plan d'équation cartésienne :

$$x+5y-2z+3=0.$$

On note $\mathscr{D}$ la droite de représentation paramétrique :

$$\left\{\begin{array}{lcr} x & = & -t+3 \\ y & = & t+2 \\ z & = & 2t+1 \end{array}\right., t\in\mathbb{R}.$$

Affirmation 1 :
Le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}$ est normal au plan (OAC).

Affirmation 2 :
Les droites $\mathscr{D}$ et (AB) sont sécantes au point C.

Affirmation 3 :
La droite $\mathscr{D}$ est parallèle au plan $\mathscr{P}$.

Affirmation 4 :
Le plan médiateur du segment [BC], noté Q, a pour équation cartésienne :

$$3x-y-2z-7=0.$$

On rappelle que le plan médiateur d'un segment est le plan perpendiculaire à ce segment et passant par son milieu.

Exercice 50 - Métropole Jour 2 sujet dévoilé (20 juin 2024)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point. Les quatre questions de cet exercice sont indépendantes.

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(\text{O} ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$, on considère les points

$$\text{A}(0 ; 4 ; -1), \quad \text{B}(6 ; 1 ; 5) \quad \text{et} \quad \text{C}(6 ; -2 ; -1).$$

On admet que les points A, B et C ne sont pas alignés.

Affirmation 1 : Le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (ABC).

Affirmation 2 : Une représentation paramétrique de la droite (AB) est

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & = & 2+2t \\ y & = & 3-t \\ z & = & 1+2t \end{array}\right. \quad \text{où } t \in \mathbb{R}.$$

Affirmation 3 : Une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$ passant par le point C et orthogonal à la droite(AB) est

$$2x+2y-z-9=0.$$

On considère les droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ dont on donne ci-dessous une représentation paramétrique :

$$\mathcal{D} \quad \left\{\begin{array}{lcl} x & = & 3+t \\ y & = & 1+t \\ z & = & 2+t \end{array}\right. \quad \text{où } t \in \mathbb{R} ; \quad \mathcal{D}' \quad \left\{\begin{array}{lcl} x & = & 2t' \\ y & = & 4-t' \\ z & = & -1+2t' \end{array}\right. \quad \text{où } t' \in \mathbb{R}.$$

Affirmation 4 : $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ ne sont pas coplanaires.

Exercice 51 - Métropole Jour 1 sujet secours (19 juin 2024)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. On considère ci-dessous le tableau de variations d'une fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
f	5	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1

   a. Affirmation 1 :
   La droite d'équation $y = -2$ est asymptote horizontale à la courbe $\mathscr{C}_f$ de la fonction f.

   b. Affirmation 2 :
   $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2}{f(x) - 5} = +\infty$.

2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x\,\mathrm{e}^{-x}$.

   a. Affirmation 3 :
   Le point $\mathrm{A}\left(2\,;\, \dfrac{2}{\mathrm{e}^2}\right)$ est l'unique point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}_g$ de la fonction g.

   b. Affirmation 4 :
   Pour tout nombre réel x appartenant à $]-\infty\,;\,2[$, on a $g(x) \leqslant x$.

3. **Affirmation 5 :**
   L'équation $x\ln(x) = 1$ admet exactement deux solutions sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.

EXERCICE 65 : AMÉRIQUE DU NORD J1 (21 MAI 2025)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.
On considère la droite (d) dont une représentation paramétrique est :

$$\left\{\begin{array}{lll} x & = & 3-2t \\ y & = & -1 \\ z & = & 2-6t \end{array}\right., \text{ où } t \in \mathbb{R}$$

On considère également les points suivants :

- $A(3 ; -3 ; -2)$
- $B(5 ; -4 ; -1)$
- C le point de la droite (d) d'abscisse 2
- H le projeté orthogonal du point B sur le plan $\mathscr{P}$ d'équation $x+3z-7=0$

Affirmation 1
La droite (d) et l'axe des ordonnées sont deux droites non coplanaires.

Affirmation 2
Le plan passant par A et orthogonal à la droite (d) a pour équation cartésienne :

$$x+3z+3=0$$

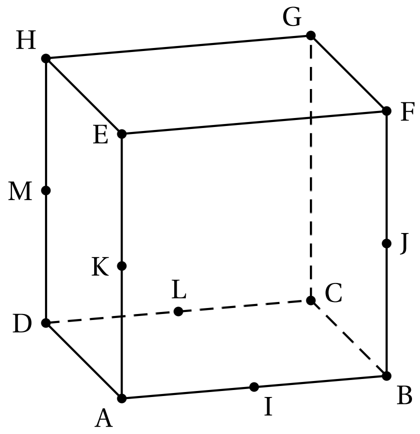
Affirmation 3
Une mesure, exprimée en radian, de l'angle géométrique $\widehat{BAC}$ est $\dfrac{\pi}{6}$.

Affirmation 4
La distance BH est égale à $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

EXERCICE 66 : AMÉRIQUE DU NORD J2 (22 MAI 2025)

PARTIE A

ABCDEFGH est un cube d'arête de longueur 1.
Les points I, J, K, L et M sont les milieux respectifs des arêtes [AB], [BF], [AE], [CD] et [DH].



Affirmation 1 : « $\overrightarrow{JH} = 2\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{DM} - \overrightarrow{CB}$ »
Affirmation 2 : « Le triplet de vecteurs $\left(\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AH},\ \overrightarrow{AG}\right)$ est une base de l'espace. »
Affirmation 3 : « $\overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{LM} = -\dfrac{1}{4}$. »

PARTIE B

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère :

- le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $2x - y + 3z + 6 = 0$
- les points $A(2\ ;\ 0\ ;\ -1)$ et $B(5\ ;\ -3\ ;\ 7)$

Affirmation 4 : « Le plan $\mathscr{P}$ et la droite (AB) sont parallèles. »
Affirmation 5 : « Le plan $\mathscr{P}'$ parallèle à $\mathscr{P}$ passant par B a pour équation cartésienne $-2x+y-3z+34 = 0$ »
Affirmation 6 : « La distance du point A au plan $\mathscr{P}$ est égale à $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$. »
On note (d) la droite de représentation paramétrique

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & = & -12+2k \\ y & = & 6 \\ z & = & 3-\ 5k \end{array}\right.\ \text{, où } k \in \mathbb{R}$$

Affirmation 7 : « Les droites (AB) et (d) ne sont pas coplanaires. »

EXERCICE 67 : AMÉRIQUE DU NORD J2 SECOURS (22 MAI 2025)

Pour chacune des affirmations suivantes, préciser si elle est vraie ou fausse puis justifier la réponse donnée. Toute réponse non argumentée ne sera pas prise en compte.

$\left(O\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$ est un repère de l'espace.

On considère la droite D qui a pour représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{lcr} x & = & 3-\ t \\ y & = & -2+3t \\ z & = & 1+4t \end{array}\right.$, $t \in \mathbb{R}$ et le plan P qui a pour équation cartésienne : $2x-3y+z-6=0$.

1. **Affirmation :** La droite D′, qui a pour représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{l} x=2+2t \\ y=4-6t \\ z=9-8t \end{array}\right.$, $t \in \mathbb{R}$, est parallèle à la droite D.

2. On admet que les points A(−2 ; 3 ; 1), B(1 ; 3 ; −4) et C(6 ; 3 ; 9) ne sont pas alignés.

   Affirmation : La droite D est orthogonale au plan défini par les trois points A, B et C.

3. **Affirmation :** La droite D est sécante avec la droite Δ qui a pour représentation paramétrique : $\left\{\begin{array}{lcr} x & = & -4+2t' \\ y & = & 1-3t' \\ z & = & 2+\ t' \end{array}\right.$ $t' \in \mathbb{R}$

4. **Affirmation :** Le point F(−3 ; −3 ; 3) est le projeté orthogonal du point E(−5 ; 0 ; 2) sur le plan P.

5. **Affirmation :** Il existe exactement une valeur du paramètre réel a telle que le plan P' d'équation $-3x+y-a^2z+3=0$ soit parallèle à la droite D.

Note du rédacteur : pour certaines questions, il est indispensable que le repère soit orthonormé.