

Recueil d'exercices du Baccalauréat sur les Probabilités Conditionnelles, les Variables aléatoires et la loi Binomiale

Session 2021	page 2
Session 2022	page 12
Session 2023	page 31
Session 2024	page 59

EXERCICE 1 - Polynésie jour 2 (2 juin 2021)

Un test est mis au point pour détecter une maladie dans un pays.

Selon les autorités sanitaires de ce pays, 7 % des habitants sont infectés par cette maladie.

Parmi les individus infectés, 20 % sont déclarés négatifs.

Parmi les individus sains, 1 % sont déclarés positifs.

Une personne est choisie au hasard dans la population.

On note :

- M l'évènement : « la personne est infectée par la maladie » ;
- T l'évènement : « le test est positif ».

1. Construire un arbre pondéré modélisant la situation proposée.
2.
 - a. Quelle est la probabilité pour que la personne soit infectée par la maladie et que son test soit positif?
 - b. Montrer que la probabilité que son test soit positif est de 0,065 3.
3. On sait que le test de la personne choisie est positif.
Quelle est la probabilité qu'elle soit infectée?
On donnera le résultat sous forme approchée à 10^{-2} près.
4. On choisit dix personnes au hasard dans la population. La taille de la population de ce pays permet d'assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.
On note X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre d'individus ayant un test positif parmi les dix personnes.
 - a. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ? Préciser ses paramètres.
 - b. Déterminer la probabilité pour qu'exactement deux personnes aient un test positif.
On donnera le résultat sous forme approchée à 10^{-2} près.
5. Déterminer le nombre minimum de personnes à tester dans ce pays pour que la probabilité qu'au moins une de ces personnes ait un test positif, soit supérieure à 99 %.

EXERCICE 2 - Asie jour 1 (7 juin 2021)

Un sac contient les huit lettres suivantes : A B C D E F G H (2 voyelles et 6 consonnes).

Un jeu consiste à tirer simultanément au hasard deux lettres dans ce sac.

On gagne si le tirage est constitué d'une voyelle **et** d'une consonne.

1. Un joueur extrait simultanément deux lettres du sac.
 - a. Déterminer le nombre de tirages possibles.
 - b. Déterminer la probabilité que le joueur gagne à ce jeu.

Les questions 2 et 3 de cet exercice sont indépendantes.

Pour la suite de l'exercice, on admet que la probabilité que le joueur gagne est égale à $\frac{3}{7}$.

2. Pour jouer, le joueur doit payer k euros, k désignant un entier naturel non nul.
Si le joueur gagne, il remporte la somme de 10 euros, sinon il ne remporte rien.
On note G la variable aléatoire égale au gain algébrique d'un joueur (c'est-à-dire la somme remportée à laquelle on soustrait la somme payée).
 - a. Déterminer la loi de probabilité de G .
 - b. Quelle doit être la valeur maximale de la somme payée au départ pour que le jeu reste favorable au joueur?
3. Dix joueurs font chacun une partie. Les lettres tirées sont remises dans le sac après chaque partie.
On note X la variable aléatoire égale au nombre de joueurs gagnants.
 - a. Justifier que X suit une loi binomiale et donner ses paramètres.
 - b. Calculer la probabilité, arrondie à 10^{-3} , qu'il y ait exactement quatre joueurs gagnants.
 - c. Calculer $P(X \geq 5)$ en arrondissant à 10^{-3} . Donner une interprétation du résultat obtenu.
 - d. Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $P(X \leq n) \geq 0,9$.

EXERCICE 3 - Asie jour 2 (8 juin 2021)

Une société de jeu en ligne propose une nouvelle application pour smartphone nommée « Tickets cœurs! ».

Chaque participant génère sur son smartphone un ticket comportant une grille de taille 3×3 sur laquelle sont placés trois cœurs répartis au hasard, comme par exemple ci-dessous.

	♥	
♥		
		♥

Le ticket est gagnant si les trois cœurs sont positionnés côte à côte sur une même ligne, sur une même colonne ou sur une même diagonale.

1. Justifier qu'il y a exactement 84 façons différentes de positionner les trois cœurs sur une grille.
2. Montrer que la probabilité qu'un ticket soit gagnant est égale à $\frac{2}{21}$.
3. Lorsqu'un joueur génère un ticket, la société prélève 1 € sur son compte en banque. Si le ticket est gagnant, la société verse alors au joueur 5 €. Le jeu est-il favorable au joueur?
4. Un joueur décide de générer 20 tickets sur cette application. On suppose que les générations des tickets sont indépendantes entre elles.
 - a. Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X qui compte le nombre de tickets gagnants parmi les 20 tickets générés.
 - b. Calculer la probabilité, arrondie à 10^{-3} , de l'évènement $(X = 5)$.
 - c. Calculer la probabilité, arrondie à 10^{-3} , de l'évènement $(X \geq 1)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 4 - Métropole jour 1 (7 juin 2021)

Une chaîne de fabrication produit des pièces mécaniques. On estime que 5 % des pièces produites par cette chaîne sont défectueuses.

Un ingénieur a mis au point un test à appliquer aux pièces. Ce test a deux résultats possibles :

« positif » ou bien « négatif ».

On applique ce test à une pièce choisie au hasard dans la production de la chaîne.

On note $p(E)$ la probabilité d'un événement E .

On considère les événements suivants :

- D : « la pièce est défectueuse »;
- T : « la pièce présente un test positif »;
- $\overline{D}$ et $\overline{T}$ désignent respectivement les événements contraires de D et T .

Compte tenu des caractéristiques du test, on sait que :

- La probabilité qu'une pièce présente un test positif sachant qu'elle est défectueuse est égale à 0,98;
- la probabilité qu'une pièce présente un test négatif sachant qu'elle n'est pas défectueuse est égale à 0,97.

Les parties I et II peuvent être traitées de façon indépendante.

PARTIE I

1. Traduire la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2.
 - a. Déterminer la probabilité qu'une pièce choisie au hasard dans la production de la chaîne soit défectueuse et présente un test positif.
 - b. Démontrer que : $p(T) = 0,0775$.
3. On appelle **valeur prédictive positive** du test la probabilité qu'une pièce soit défectueuse sachant que le test est positif. On considère que pour être efficace, un test doit avoir une valeur prédictive positive supérieure à 0,95.

Calculer la valeur prédictive positive de ce test et préciser s'il est efficace.

PARTIE II

On choisit un échantillon de 20 pièces dans la production de la chaîne, en assimilant ce choix à un tirage avec remise. On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de pièces défectueuses dans cet échantillon.

On rappelle que : $p(D) = 0,05$.

1. Justifier que X suit une loi binomiale et déterminer les paramètres de cette loi.
2. Calculer la probabilité que cet échantillon contienne au moins une pièce défectueuse.
On donnera un résultat arrondi au centième.
3. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat obtenu.

EXERCICE 5 - Métropole jour 2 (8 juin 2021)

B_lq acrcvcpagac* j_cq p_âqsr_rq bcq np_m`\_`g_jgr_âq bc k_lb_âcq qcp_ml_r* q_g l_âacq_gpc* _pp_ml b_gq _s k_g+ j_gg_g k_c,

J_jcsamq_c d_âj_gl_c c_qr s_lc k_j_b_gc r_msaf_l_l_rj_cq af_rq⁹ c_jj_c c_qr np_mt_mos_âc n_ps_l t_gp_sq,

B_lq s_l ep_lb ac_lrp_c t_âr_âp_gl_gpc* m_l c_qrg k_c Ć 2. # j_j np_mnm_prg_ml bc af_rq np_mrc_sp_q bc j_j k_j_b_gc,

M_l p_âj_gq_c s_l rc_qr bc b_âng_qr_{ec} bc j_j k_j_b_gc n_pk_g j_cq af_rq np_âq_cl_rq b_lq ac_lrp_c t_âr_âp_gl_gpc,

Ac rc_qr nm_qq_gbc j_cq a_p_ar_âp_gq_{rg}os_cq q_sg_t_l_rq_c,

- Jmp_qos_c j_c af_rq c_qr np_mrc_sp_q bc j_j k_j_b_gc* q_ml rc_qr c_qr nm_qg_{rg}d b_lq 7. # bc_q a_q,
- Jmp_qos_c j_c af_rl_qc_qr n_q np_mrc_sp_q bc j_j k_j_b_gc* q_ml rc_qr c_qr l_âe_{rg}d b_lq 63 # bc_q a_q,

M_l af_mg_qrg s_l af_r_s f_q_p_b b_lq j_c ac_lrp_c t_âr_âp_gl_gpc cr m_l a_ml q_gb_gpc j_cq â_tg_lc k_cl_rq q_sg_t_l_rq 8

- $M \approx J$ c_qr np_mrc_sp_q bc j_j k_j_b_gc ¶ 9
- $T \approx J$ c_qr bs af_rq c_qr nm_qg_{rg}d ¶ 9
- $\overline{M}$ cr $\overline{T}$ b_âq_gel_cl_rj_cq â_tg_lc k_cl_rq a_ml_rp_gpc bc q_ât_gl_c k_cl_rq M cr T pc_qnc_qrg_tc k_cl_r,

- a. R_p_b_sg_pc j_j q_grs_{rg}m_l n_ps_l_p_c n_ml b_âp_â,
 - b. A_jas_jcp j_j np_m`\_`g_jgr_â o_sc j_c af_rq m_gr np_mrc_sp_q bc j_j k_j_b_gc cr o_sc q_ml rc_qr q_mg_r nm_qg_{rg}d,
 - c. K_ml_rpc_p o_sc j_j np_m`\_`g_jgr_â o_sc j_c rc_qr bs af_rq m_gr nm_qg_{rg}d c_qr â_e_j_c Ć *23,
 - d. M_l af_mg_qrg s_l af_r n_pk_g ac_sv b_ml_rj_c rc_qr c_qr nm_qg_{rg}d, A_jas_jcp j_j np_m`\_`g_jgr_â o_s%j_g q_mg_r np_m+rc_sp_q bc j_j k_j_b_gc,

- M_l af_mg_qrg b_lq j_c ac_lrp_c t_âr_âp_gl_gpc s_l â_af_lrg_jj_ml bc 0. af_rq_s f_q_p_b, M_l _b_k cr o_sc j_jm_l n_cs_r_q_qg k_gj_cp ac af_mg_v Ć s_l r_gp_{ec}_t_ca_pc k_gq_c,

M_l l_mrc X j_j t_g_p_g`\_j<sub>c</sub> j<sub>â</sub>\_r<sub>m</sub>g<sub>p</sub>c b<sub>m</sub>l<sub>l</sub>\_l<sub>r</sub>j<sub>c</sub> l<sub>m</sub>k<sub>g</sub>`_p_c bc af_rq np_âq_cl_r_l_rs_l rc_qr nm_qg_{rg}d b_lq j_ââ_f_l_{rg}j_jm_l af_mg_qg,

- a. B_ârcp k_gl_cp* c_l h_sq_{rg}<_l_r* j_j j_mg q_sg_tg_c n_pj_j t_g_p_g`_j_c j_â_r_mg_pc X ,
- b. A_jas_jcp j_j np_m`\_`g_jgr_â o_s%j_g w_{rg} b_lq j_ââ_f_l_{rg}j_jm_l cv_{arc} k_cl_r 3 af_rq np_âq_cl_r_l_rs_l rc_qr nm_qg_{rg}d,
- c. A_jas_jcp j_j np_m`\_`g_jgr_â o_s%j_g w_{rg} b_lq j_ââ_f_l_{rg}j_jm_l _s n_js_q 6 af_rq np_âq_cl_r_l_rs_l rc_qr nm_qg_{rg}d,
- d. B_ârcp k_gl_cp j_âc_qn_âp_l ac bc j_j t_g_p_g`_j_c j_â_r_mg_pc X cr g_lrc_pnp_ârc_p j_c p_âq_sj_r_r b_lq j_c a_ml rc_vrc bc j_âcvc_pag_ac,

- B_lq ac_{rr}c o_sc_qrg_ml* m_l af_mg_qrg s_l â_af_lrg_jj_ml bc n af_rq b_lq j_c ac_lrp_c* o_s%m_l _q_qg k_gj_c cl_amp_c Ć s_l r_gp_{ec}_t_ca_pc k_gq_c, M_l l_mrc p_n j_j np_m`\_`g_jgr_â o_s%j_g w_{rg}_s k_mg_lq s_l af_rq np_âq_cl_r_l_rs_l rc_qr nm_qg_{rg}d b_lq ac_r â_af_lrg_jj_ml,

- a. K_ml_rpc_p o_sc $p_n = / - . * 33^n$,
- b. B_âap_gc j_c p_îj_c bs np_mep_k k_c ag₊ a_ml_rp_c â_ap_gr c_l j_{le}_ec N_wr_fm_l* b_lq j_cos_cj_j t_g_p_g`\_j<sub>c</sub>  $n$  c<sub>q</sub>r s<sub>l</sub> c<sub>l</sub>rg<sub>c</sub>p<sub>l</sub>\_rs<sub>+</sub> p<sub>c</sub>j<sub>c</sub> r<sub>j</sub> t<sub>g</sub>\_p<sub>g</sub>`_j_c P s_l l_mk_g`_p_c p_âc_j,

bcd qcs_gj&' 8

$n = .$

$P = .$

u f_gj_c $P < . * 77$ 8

$n = n + /$

$P = / - . * 33 * * n$

pc_rs_pl_r n

- c. B_ârcp k_gl_cp* c_l np_âag_l_l_rj_j k_âr_fm_bc c_k n_jm_wâ_c* j_j t_jc_sp_pl_r t_mw_âc n_p ac np_mep_k k_c,

EXERCICE 6 - Centres Etrangers jour 1 (9 juin 2021)

Dans tout cet exercice, les probabilités seront arrondies, si nécessaire, à 10^{-3} .

D'après une étude, les utilisateurs réguliers de transports en commun représentent 17 % de la population française.

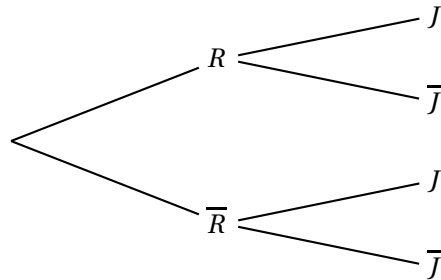
Parmi ces utilisateurs réguliers, 32 % sont des jeunes âgés de 18 à 24 ans. (Source : TNS-Sofres)

Partie A :

On interroge une personne au hasard et on note :

- R l'évènement : « La personne interrogée utilise régulièrement les transports en commun ».
- J l'évènement : « La personne interrogée est âgée de 18 à 24 ans ».

1. Représentez la situation à l'aide de cet arbre pondéré, que vous recopierez sur votre copie, en y reportant les données de l'énoncé.



2. Calculer la probabilité $P(R \cap J)$.
3. D'après cette même étude, les jeunes de 18 à 24 ans représentent 11 % de la population française.
Montrer que la probabilité que la personne interrogée soit un jeune de 18 à 24 ans n'utilisant pas régulièrement les transports en commun est 0,056 à 10^{-3} près.
4. En déduire la proportion de jeunes de 18 à 24 ans parmi les utilisateurs non réguliers des transports en commun.

Partie B :

Lors d'un recensement sur la population française, un recenseur interroge au hasard 50 personnes en une journée sur leur pratique des transports en commun.

La population française est suffisamment importante pour assimiler ce recensement à un tirage avec remise.

Soit X la variable aléatoire dénombrant les personnes utilisant régulièrement les transports en commun parmi les 50 personnes interrogées.

1. Déterminer, en justifiant, la loi de X et préciser ses paramètres.
2. Calculer $P(X = 5)$ et interpréter le résultat.
3. Le recenseur indique qu'il y a plus de 95 % de chance pour que, parmi les 50 personnes interrogées, moins de 13 d'entre elles utilisent régulièrement les transports en commun.
Cette affirmation est-elle vraie ? Justifier votre réponse.
4. Quel est le nombre moyen de personnes utilisant régulièrement les transports en commun parmi les 50 personnes interrogées ?

EXERCICE 7 - Centres Etrangers jour 2 (10 juin 2021)

Partie A :

Dans un pays, une maladie touche la population avec une probabilité de 0,05.

On possède un test de dépistage de cette maladie.

On considère un échantillon de n personnes ($n \geq 20$) prises au hasard dans la population assimilé à un tirage avec remise.

On teste l'échantillon suivant cette méthode : on mélange le sang de ces n individus, on teste le mélange.

Si le test est positif, on effectue une analyse individuelle de chaque personne.

Soit X_n la variable aléatoire qui donne le nombre d'analyses effectuées.

1. Montrer X_n prend les valeurs 1 et $(n + 1)$.

2. Prouver que $P(X_n = 1) = 0,95^n$.

Établir la loi de X_n en recopiant sur la copie et en complétant le tableau suivant :

x_i	1	$n + 1$
$P(X_n = x_i)$		

3. Que représente l'espérance de X_n dans le cadre de l'expérience?

Montrer que $E(X_n) = n + 1 - n \times 0,95^n$.

Partie B :

1. On considère la fonction f définie sur $[20 ; +\infty[$ par $f(x) = \ln(x) + x \ln(0,95)$.

Montrer que f est décroissante sur $[20 ; +\infty[$.

2. On rappelle que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$. Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.

3. Montrer que $f(x) = 0$ admet une unique solution a sur $[20 ; +\infty[$.

Donner un encadrement à 0,1 près de cette solution.

4. En déduire le signe de f sur $[20 ; +\infty[$.

Partie C :

On cherche à comparer deux types de dépistages.

La première méthode est décrite dans la partie A, la seconde, plus classique, consiste à tester tous les individus.

La première méthode permet de diminuer le nombre d'analyses dès que $E(X_n) < n$.

En utilisant la partie B, montrer que la première méthode diminue le nombre d'analyses pour des échantillons comportant 87 personnes maximum.

EXERCICE 8 - Métropole jour 1 (13 septembre 2021)

Dans le parc national des Pyrénées, un chercheur travaille sur le déclin d'une espèce protégée dans les lacs de haute-montagne : le « crapaud accoucheur ».
Les parties I et II peuvent être abordées de façon indépendante.

Partie I : Effet de l'introduction d'une nouvelle espèce.

Dans certains lacs des Pyrénées, des truites ont été introduites par l'homme afin de permettre des activités de pêche en montagne. Le chercheur a étudié l'impact de cette introduction sur la population de crapauds accoucheurs d'un lac.

Ses études précédentes l'amènent à modéliser l'évolution de cette population en fonction du temps par la fonction f suivante :

$$f(t) = (0,04t^2 - 8t + 400)e^{\frac{t}{50}} + 40 \text{ pour } t \in [0; 120]$$

La variable t représente le temps écoulé, en jour, à partir de l'introduction à l'instant $t = 0$ des truites dans le lac, et $f(t)$ modélise le nombre de crapauds à l'instant t .

1. Déterminer le nombre de crapauds présents dans le lac lors de l'introduction des truites.
2. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0; 120]$ et on note f' sa fonction dérivée.

Montrer, en faisant apparaître les étapes du calcul, que pour tout nombre réel t appartenant à l'intervalle $[0; 120]$ on a :

$$f'(t) = t(t - 100)e^{\frac{t}{50}} \times 8 \times 10^{-4}.$$

3. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 120]$, puis dresser le tableau de variations de f sur cet intervalle (on donnera des valeurs approchées au centième).
4. Selon cette modélisation :
 - a. Déterminer le nombre de jours J nécessaires afin que le nombre de crapauds atteigne son minimum. Quel est ce nombre minimum ?
 - b. Justifier que, après avoir atteint son minimum, le nombre de crapauds dépassera un jour 140 individus.
 - c. À l'aide de la calculatrice, déterminer la durée en jour à partir de laquelle le nombre de crapauds dépassera 140 individus ?

Partie II : Effet de la Chytridiomycose sur une population de têtards

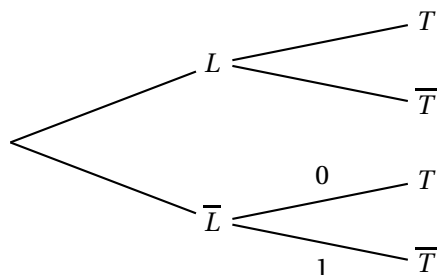
Une des principales causes du déclin de cette espèce de crapaud en haute montagne est une maladie, la « Chytridiomycose », provoquée par un champignon.

Le chercheur considère que :

- Les trois quarts des lacs de montagne des Pyrénées ne sont pas infectés par le champignon, c'est-à-dire qu'ils ne contiennent aucun têtard (larve du crapaud) contaminé.
- Dans les lacs restants, la probabilité qu'un têtard soit contaminé est de 0,74.

Le chercheur choisit au hasard un lac des Pyrénées, et y procède à des prélèvements.
Pour la suite de l'exercice, les résultats seront arrondis au millièème lorsque cela est nécessaire.
 Le chercheur prélève au hasard un têtard du lac choisi afin d'effectuer un test avant de le relâcher.
 On notera T l'évènement « Le têtard est contaminé par la maladie » et L l'évènement « Le lac est infecté par le champignon ».
 On notera $\bar{L}$ l'évènement contraire de L et $\bar{T}$ l'évènement contraire de T .

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité suivant en utilisant les données de l'énoncé :



2. Montrer que la probabilité $P(T)$ que le têtard prélevé soit contaminé est de 0,185.
3. Le têtard n'est pas contaminé. Quelle est la probabilité que le lac soit infecté?

EXERCICE 9 - Métropole jour 2 (13 septembre 2021)

Une entreprise reçoit quotidiennement de nombreux courriels (courriers électroniques). Parmi ces courriels, 8 % sont du « spam », c'est-à-dire des courriers à intention publicitaire, voire malveillante, qu'il est souhaitable de ne pas ouvrir.

On choisit au hasard un courriel reçu par l'entreprise.

Les propriétés du logiciel de messagerie utilisé dans l'entreprise permettent d'affirmer que :

- La probabilité que le courriel choisi soit classé comme « indésirable » sachant que c'est un spam est égale à 0,9.
- La probabilité que le courriel choisi soit classé comme « indésirable » sachant que ce n'est pas un spam est égale à 0,01.

On note :

- S l'évènement « le courriel choisi est un spam »;
- I l'évènement « le courriel choisi est classé comme indésirable par le logiciel de messagerie ».
- $\bar{S}$ et $\bar{I}$ les évènements contraires de S et I respectivement.

1. Modéliser la situation étudiée par un arbre pondéré, sur lequel on fera apparaître les probabilités associées à chaque branche.
2.
 - a. Démontrer que la probabilité que le courriel choisi soit un message de spam et qu'il soit classé indésirable est égale à 0,072.
 - b. Calculer la probabilité que le message choisi soit classé indésirable.
 - c. Le message choisi est classé comme indésirable. Quelle est la probabilité que ce soit effectivement un message de spam ? On donnera un résultat arrondi au centième.
3. On choisit au hasard 50 courriels parmi ceux reçus par l'entreprise. On admet que ce choix se ramène à un tirage au hasard avec remise de 50 courriels parmi l'ensemble des courriels reçus par l'entreprise.

On appelle Z la variable aléatoire dénombrant les courriels de spam parmi les 50 choisis.

- a. Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire Z , et quels sont ses paramètres ?
- b. Quelle est la probabilité que, parmi les 50 courriels choisis, deux au moins soient du spam ? On donnera un résultat arrondi au centième.

EXERCICE 10 - Polynésie jour 1 (4 mai 2022)

Selon les autorités sanitaires d'un pays, 7 % des habitants sont affectés par une certaine maladie. Dans ce pays, un test est mis au point pour détecter cette maladie. Ce test a les caractéristiques suivantes :

- Pour les individus malades, le test donne un résultat négatif dans 20 % des cas ;
- Pour les individus sains, le test donne un résultat positif dans 1 % des cas.

Une personne est choisie au hasard dans la population et testée.

On considère les événements suivants :

- M « la personne est malade » ;
- T « le test est positif ».

1. Calculer la probabilité de l'évènement $M \cap T$. On pourra s'appuyer sur un arbre pondéré.
2. Démontrer que la probabilité que le test de la personne choisie au hasard soit positif, est de 0,0653.
3. Dans un contexte de dépistage de la maladie, est-il plus pertinent de connaître $P_M(T)$ ou $P_T(M)$?
4. On considère dans cette question que la personne choisie au hasard a eu un test positif. Quelle est la probabilité qu'elle soit malade ? On arrondira le résultat à 10^{-2} près.
5. On choisit des personnes au hasard dans la population. La taille de la population de ce pays permet d'assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.
On note X la variable aléatoire qui donne le nombre d'individus ayant un test positif parmi les 10 personnes.
 - a. Préciser la nature et les paramètres de la loi de probabilité suivie par X .
 - b. Déterminer la probabilité pour qu'exactement deux personnes aient un test positif. On arrondira le résultat à 10^{-2} près.
6. Déterminer le nombre minimum de personnes à tester dans ce pays pour que la probabilité qu'au moins l'une d'entre elle ait un test positif, soit supérieur à 99%.

EXERCICE 11 - Polynésie jour 2 (6 mai 2022)

Les douanes s'intéressent aux importations de casques audio portant le logo d'une certaine marque. Les saisies des douanes permettent d'estimer que :

- 20 % des casques audio portant le logo de cette marque sont des contrefaçons ;
- 2 % des casques non contrefaits présentent un défaut de conception ;
- 10 % des casques contrefaits présentent un défaut de conception.

L'agence des fraudes commande au hasard sur un site internet un casque affichant le logo de la marque. On considère les événements suivants :

- C : « le casque est contrefait » ;
- D : « le casque présente un défaut de conception » ;
- $\overline{C}$ et $\overline{D}$ désignent respectivement les événements contraires de C et D .

Dans l'ensemble de l'exercice, les probabilités seront arrondies à 10^{-3} si nécessaire.

Partie 1

1. Calculer $P(C \cap D)$. On pourra s'appuyer sur un arbre pondéré.
2. Démontrer que $P(D) = 0,036$.
3. Le casque a un défaut. Quelle est la probabilité qu'il soit contrefait ?

Partie 2

On commande n casques portant le logo de cette marque. On assimile cette expérience à un tirage aléatoire avec remise. On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de casques présentant un défaut de conception dans ce lot.

1. Dans cette question, $n = 35$.
 - a. Justifier que X suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$ où $n = 35$ et $p = 0,036$.
 - b. Calculer la probabilité qu'il y ait parmi les casques commandés, exactement un casque présentant un défaut de conception.
 - c. Calculer $P(X \leq 1)$.
2. Dans cette question, n n'est pas fixé.

Quel doit être le nombre minimal de casques à commander pour que la probabilité qu'au moins un casque présente un défaut soit supérieur à 0,99 ?

EXERCICE 12 - Métropole jour 1 (11 mai 2022)

Le directeur d'une grande entreprise a proposé à l'ensemble de ses salariés un stage de formation à l'utilisation d'un nouveau logiciel.

Ce stage a été suivi par 25 % des salariés.

1. Dans cette entreprise, 52 % des salariés sont des femmes, parmi lesquelles 40 % ont suivi le stage.

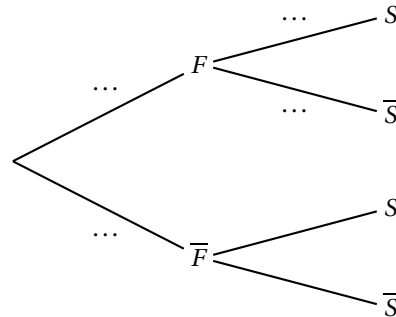
On interroge au hasard un salarié de l'entreprise et on considère les événements :

- F : « le salarié interrogé est une femme »,
- S : « le salarié interrogé a suivi le stage ».

$\bar{F}$ et $\bar{S}$ désignent respectivement les événements contraires des événements F et S .

- a. Donner la probabilité de l'évènement S .
b. Recopier et compléter les pointillés de l'arbre pondéré ci-contre sur les quatre branches indiquées.
c. Démontrer que la probabilité que la personne interrogée soit une femme ayant suivi le stage est égale à 0,208.
d. On sait que la personne interrogée a suivi le stage. Quelle est la probabilité que ce soit une femme ?
e. Le directeur affirme que, parmi les hommes salariés de l'entreprise, moins de 10 % ont suivi le stage.

Justifier l'affirmation du directeur.



2. On note X la variable aléatoire qui à un échantillon de 20 salariés de cette entreprise choisis au hasard associe le nombre de salariés de cet échantillon ayant suivi le stage. On suppose que l'effectif des salariés de l'entreprise est suffisamment important pour assimiler ce choix à un tirage avec remise.

- a. Déterminer, en justifiant, la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X .
b. Déterminer, à 10^{-3} près, la probabilité que 5 salariés dans un échantillon de 20 aient suivi le stage.
c. Le programme ci-dessous, écrit en langage Python, utilise la fonction **binomiale**(i, n, p) créée pour l'occasion qui renvoie la valeur de la probabilité $P(X = i)$ dans le cas où la variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres n et p .

```
def proba(k) :  
    P=0  
    for i in range(0,k+1) :  
        P=P+binomiale(i,20,0.25)  
    return P
```

Déterminer, à 10^{-3} près, la valeur renvoyée par ce programme lorsque l'on saisit proba(5) dans la console Python.

Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

- d. Déterminer, à 10^{-3} près, la probabilité qu'au moins 6 salariés dans un échantillon de 20 aient suivi le stage.
3. Cette question est indépendante des questions 1 et 2.
- Pour inciter les salariés à suivre le stage, l'entreprise avait décidé d'augmenter les salaires des salariés ayant suivi le stage de 5 %, contre 2 % d'augmentation pour les salariés n'ayant pas suivi le stage.
- Quel est le pourcentage moyen d'augmentation des salaires de cette entreprise dans ces conditions ?

EXERCICE 13 - Centres Etrangers jour 1 (11 mai 2022)

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

Au cours de la fabrication d'une paire de lunettes, la paire de verres doit subir deux traitements notés T1 et T2.

Partie A

On prélève au hasard une paire de verres dans la production.

On désigne par A l'évènement : « la paire de verres présente un défaut pour le traitement T1 ».

On désigne par B l'évènement : « la paire de verres présente un défaut pour le traitement T2 ».

On note respectivement $\bar{A}$ et $\bar{B}$ les évènements contraires de A et B .

Une étude a montré que :

- la probabilité qu'une paire de verres présente un défaut pour le traitement T1 notée $P(A)$ est égale à 0,1.
- la probabilité qu'une paire de verres présente un défaut pour le traitement T2 notée $P(B)$ est égale à 0,2.
- la probabilité qu'une paire de verres ne présente aucun des deux défauts est 0,75.

1. Recopier et compléter le tableau suivant avec les probabilités correspondantes.

	A	$\bar{A}$	Total
B			
$\bar{B}$			
Total			1

2.
 - a. Déterminer, en justifiant la réponse, la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour au moins un des deux traitements T1 ou T2.
 - b. Donner la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente deux défauts, un pour chaque traitement T1 et T2.
 - c. Les évènements A et B sont-ils indépendants? Justifier la réponse.
3. Calculer la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour un seul des deux traitements.
4. Calculer la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour le traitement T2, sachant que cette paire de verres présente un défaut pour le traitement T1.

Partie B

On prélève, au hasard, un échantillon de 50 paires de verres dans la production. On suppose que la production est suffisamment importante pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.

On note X la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de ce type, associe le nombre de paires de verres qui présentent le défaut pour le traitement T1.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale et préciser les paramètres de cette loi.
2. Donner l'expression permettant de calculer la probabilité d'avoir, dans un tel échantillon, exactement 10 paires de verres qui présentent ce défaut.
Effectuer ce calcul et arrondir le résultat à 10^{-3} .
3. En moyenne, combien de paires de verres ayant ce défaut peut-on trouver dans un échantillon de 50 paires?

EXERCICE 14 - Métropole jour 2 (12 mai 2022)

Le coyote est un animal sauvage proche du loup, qui vit en Amérique du Nord.

Dans l'état d'Oklahoma, aux États-Unis, 70 % des coyotes sont touchés par une maladie appelée ehrlichiose.

Il existe un test aidant à la détection de cette maladie. Lorsque ce test est appliqué à un coyote, son résultat est soit positif, soit négatif, et on sait que :

- Si le coyote est malade, le test est positif dans 97 % des cas.
- Si le coyote n'est pas malade, le test est négatif dans 95 % des cas.

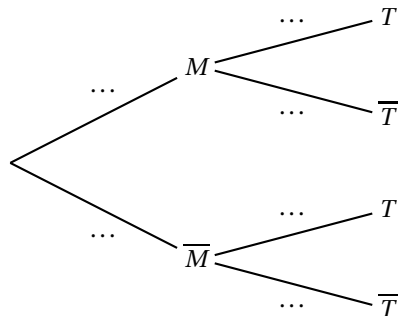
Partie A

Des vétérinaires capturent un coyote d'Oklahoma au hasard et lui font subir un test pour l'ehrlichiose. On considère les événements suivants :

- M : « le coyote est malade » ;
- T : « le test du coyote est positif ».

On note $\overline{M}$ et $\overline{T}$ respectivement les événements contraires de M et T .

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous qui modélise la situation.



2. Déterminer la probabilité que le coyote soit malade et que son test soit positif.
3. Démontrer que la probabilité de T est égale à 0,694.
4. On appelle « valeur prédictive positive du test » la probabilité que le coyote soit effectivement malade sachant que son test est positif.
Calculer la valeur prédictive positive du test. On arrondira le résultat au millièmes.
5.
 - a. Par analogie avec la question précédente, proposer une définition de la « valeur prédictive négative du test » et calculer cette valeur en arrondissant au millièmes.
 - b. Comparer les valeurs prédictives positive et négative du test, et interpréter.

Partie B

On rappelle que la probabilité qu'un coyote capturé au hasard présente un test positif est de 0,694.

1. Lorsqu'on capture au hasard cinq coyotes, on assimile ce choix à un tirage avec remise.
On note X la variable aléatoire qui à un échantillon de cinq coyotes capturés au hasard associe le nombre de coyotes dans cet échantillon ayant un test positif.
 - a. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ? Justifier et préciser ses paramètres.
 - b. Calculer la probabilité que dans un échantillon de cinq coyotes capturés au hasard, un seul ait un test positif. On arrondira le résultat au centième.
 - c. Un vétérinaire affirme qu'il y a plus d'une chance sur deux qu'au moins quatre coyotes sur cinq aient un test positif : cette affirmation est-elle vraie? Justifier la réponse.
2. Pour tester des médicaments, les vétérinaires ont besoin de disposer d'un coyote présentant un test positif. Combien doivent-ils capturer de coyotes pour que la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux présente un test positif soit supérieure à 0,99?

EXERCICE 15 - Centres Etrangers jour 2 (12 mai 2022)

Une urne contient des jetons blancs et noirs tous indiscernables au toucher.

Une partie consiste à prélever au hasard successivement et avec remise deux jetons de cette urne.

On établit la règle de jeu suivante :

- un joueur perd 9 euros si les deux jetons tirés sont de couleur blanche;
- un joueur perd 1 euro si les deux jetons tirés sont de couleur noire;
- un joueur gagne 5 euros si les deux jetons tirés sont de couleurs différentes.

1. On considère que l'urne contient 2 jetons noirs et 3 jetons blancs.

- a. Modéliser la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
- b. Calculer la probabilité de perdre 9 € sur une partie.

2. On considère maintenant que l'urne contient 3 jetons blancs et au moins deux jetons noirs mais on ne connaît pas le nombre exact de jetons noirs. On appellera N le nombre de jetons noirs.

- a. Soit X la variable aléatoire donnant le gain du jeu pour une partie.
Déterminer la loi de probabilité de cette variable aléatoire.
- b. Résoudre l'inéquation pour x réel :

$$-x^2 + 30x - 81 > 0$$

- c. En utilisant le résultat de la question précédente, déterminer le nombre de jetons noirs que l'urne doit contenir afin que ce jeu soit favorable au joueur.
 - d. Combien de jetons noirs le joueur doit-il demander afin d'obtenir un gain moyen maximal?
3. On observe 10 joueurs qui tentent leur chance en effectuant une partie de ce jeu, indépendamment les uns des autres. On suppose que 7 jetons noirs ont été placés dans l'urne (avec 3 jetons blancs).
Quelle est la probabilité d'avoir au moins 1 joueur gagnant 5 euros?

EXERCICE 16 - Asie jour 1 (17 mai 2022)

Lors d'une kermesse, un organisateur de jeux dispose, d'une part, d'une roue comportant quatre cases blanches et huit cases rouges et, d'autre part, d'un sac contenant cinq jetons portant les numéros 1, 2, 3, 4 et 5.

Le jeu consiste à faire tourner la roue, chaque case ayant la même probabilité d'être obtenue, puis à extraire un ou deux jetons du sac selon la règle suivante :

- si la case obtenue par la roue est blanche, alors le joueur extrait un jeton du sac ;
- si la case obtenue par la roue est rouge, alors le joueur extrait successivement et sans remise deux jetons du sac.

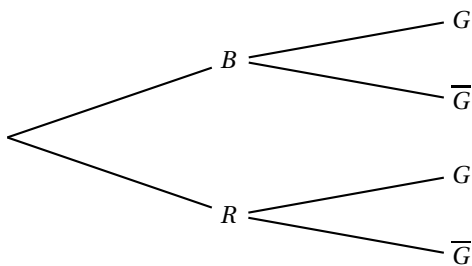
Le joueur gagne si le ou les jetons tirés portent tous un numéro impair.

1. Un joueur fait une partie et on note B l'évènement « la case obtenue est blanche », R l'évènement « la case obtenue est rouge » et G l'évènement « le joueur gagne la partie ».

a. Donner la valeur de la probabilité conditionnelle $P_B(G)$.

b. On admettra que la probabilité de tirer successivement et sans remise deux jetons impairs est égale à 0,3.

Recopier et compléter l'arbre de probabilité suivant :



2. a. Montrer que $P(G) = 0,4$.
b. Un joueur gagne la partie.
Quelle est la probabilité qu'il ait obtenu une case blanche en lançant la roue?
3. Les évènements B et G sont-ils indépendants? Justifier.
4. Un même joueur fait dix parties. Les jetons tirés sont remis dans le sac après chaque partie. On note X la variable aléatoire égale au nombre de parties gagnées.
- a. Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.
b. Calculer la probabilité, arrondie à 10^{-3} près, que le joueur gagne exactement trois parties sur les dix parties jouées.
c. Calculer $P(X \geq 4)$ arrondie à 10^{-3} près.
Donner une interprétation du résultat obtenu.
5. Un joueur fait n parties et on note p_n la probabilité de l'évènement « le joueur gagne au moins une partie ».
- a. Montrer que $p_n = 1 - 0,6^n$.
b. Déterminer la plus petite valeur de l'entier n pour laquelle la probabilité de gagner au moins une partie est supérieure ou égale à 0,99.

EXERCICE 17 - Asie jour 2 (18 mai 2022)

Partie 1

Julien doit prendre l'avion ; il a prévu de prendre le bus pour se rendre à l'aéroport.

S'il prend le bus de 8 h, il est sûr d'être à l'aéroport à temps pour son vol.

Par contre, le bus suivant ne lui permettrait pas d'arriver à temps à l'aéroport.

Julien est parti en retard de son appartement et la probabilité qu'il manque son bus est de 0,8.

S'il manque son bus, il se rend à l'aéroport en prenant une compagnie de voitures privées ; il a alors une probabilité de 0,5 d'être à l'heure à l'aéroport.

On notera :

- B l'évènement : « Julien réussit à prendre son bus » ;
- V l'évènement : « Julien est à l'heure à l'aéroport pour son vol ».

1. Donner la valeur de $P_B(V)$.
2. Représenter la situation par un arbre pondéré.
3. Montrer que $P(V) = 0,6$.
4. Si Julien est à l'heure à l'aéroport pour son vol, quelle est la probabilité qu'il soit arrivé à l'aéroport en bus ? Justifier.

Partie 2

Les compagnies aériennes vendent plus de billets qu'il n'y a de places dans les avions car certains passagers ne se présentent pas à l'embarquement du vol sur lequel ils ont réservé. On appelle cette pratique le surbooking.

Au vu des statistiques des vols précédents, la compagnie aérienne estime que chaque passager a 5 % de chance de ne pas se présenter à l'embarquement.

Considérons un vol dans un avion de 200 places pour lequel 206 billets ont été vendus. On suppose que la présence à l'embarquement de chaque passager est indépendante des autres passagers et on appelle X la variable aléatoire qui compte le nombre de passagers se présentant à l'embarquement.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. En moyenne, combien de passagers vont-ils se présenter à l'embarquement ?
3. Calculer la probabilité que 201 passagers se présentent à l'embarquement. Le résultat sera arrondi à 10^{-3} près.
4. Calculer $P(X \leq 200)$, le résultat sera arrondi à 10^{-3} près. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
5. La compagnie aérienne vend chaque billet à 250 euros.

Si plus de 200 passagers se présentent à l'embarquement, la compagnie doit rembourser le billet d'avion et payer une pénalité de 600 euros à chaque passager lésé.

On appelle :

Y la variable aléatoire égale au nombre de passagers qui ne peuvent pas embarquer bien qu'ayant acheté un billet ;

C la variable aléatoire qui totalise le chiffre d'affaire de la compagnie aérienne sur ce vol.

On admet que Y suit la loi de probabilité donnée par le tableau suivant :

y_i	0	1	2	3	4	5	6
$P(Y = y_i)$	0,947 75	0,030 63	0,014 41	0,005 39	0,001 51	0,000 28	

- a. Compléter la loi de probabilité donnée ci-dessus en calculant $P(Y = 6)$.
- b. Justifier que : $C = 51\,500 - 850Y$.
- c. Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire C sous forme d'un tableau.
Calculer l'espérance de la variable aléatoire C à l'euro près.
- d. Comparer le chiffre d'affaires obtenu en vendant exactement 200 billets et le chiffre d'affaires moyen obtenu en pratiquant le surbooking.

EXERCICE 18 - Centres Etrangers Groupe 1 jour 1 (18 mai 2022)

Dans une station de ski, il existe deux types de forfait selon l'âge du skieur :

- un forfait JUNIOR pour les personnes de moins de 25 ans ;
- un forfait SENIOR pour les autres.

Par ailleurs, un usager peut choisir, en plus du forfait correspondant à son âge l'*option coupe-file* qui permet d'écourter le temps d'attente aux remontées mécaniques.

On admet que :

- 20 % des skieurs ont un forfait JUNIOR ;
- 80 % des skieurs ont un forfait SENIOR ;
- parmi les skieurs ayant un forfait JUNIOR, 6 % choisissent l'option coupe-file ;
- parmi les skieurs ayant un forfait SENIOR, 12,5 % choisissent l'option coupe-file.

On interroge un skieur au hasard et on considère les évènements :

- J : « le skieur a un forfait JUNIOR » ;
- C : « le skieur choisit l'option coupe-file ».

Les deux parties peuvent être traitées de manière indépendante

Partie A

1. Traduire la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité $P(J \cap C)$.
3. Démontrer que la probabilité que le skieur choisisse l'option coupe-file est égale à 0,112.
4. Le skieur a choisi l'option coupe-file. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un skieur ayant un forfait SENIOR ? Arrondir le résultat à 10^{-3} .
5. Est-il vrai que les personnes de moins de vingt-cinq ans représentent moins de 15 % des skieurs ayant choisi l'option coupe-file ? Expliquer.

Partie B

On rappelle que la probabilité qu'un skieur choisisse l'option coupe-file est égale à 0,112.

On considère un échantillon de 30 skieurs choisis au hasard.

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre des skieurs de l'échantillon ayant choisi l'option coupe-file.

1. On admet que la variable aléatoire X suit une loi binomiale.
Donner les paramètres de cette loi.
2. Calculer la probabilité qu'au moins un des 30 skieurs ait choisi l'option coupe-file. Arrondir le résultat à 10^{-3} .
3. Calculer la probabilité qu'au plus un des 30 skieurs ait choisi l'option coupe-file. Arrondir le résultat à 10^{-3} .
4. Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X .

EXERCICE 19 - Amérique du Nord jour 1 (18 mai 2022)

Chaque jour où il travaille, Paul doit se rendre à la gare pour rejoindre son lieu de travail en train. Pour cela, il prend son vélo deux fois sur trois et, si il ne prend pas son vélo, il prend sa voiture.

1. Lorsqu'il prend son vélo pour rejoindre la gare, Paul ne rate le train qu'une fois sur 50 alors que, lorsqu'il prend sa voiture pour rejoindre la gare Paul rate son train une fois sur 10. On considère une journée au hasard lors de laquelle Paul sera à la gare pour prendre le train qui le conduira au travail.

On note :

- V l'évènement « Paul prend son vélo pour rejoindre la gare » ;
 - R l'évènement « Paul rate son train ».
- a. Faire un arbre pondéré résumant la situation.
 - b. Montrer que la probabilité que Paul rate son train est égale à $\frac{7}{150}$.
 - c. Paul a raté son train. Déterminer la valeur exacte de la probabilité qu'il ait pris son vélo pour rejoindre la gare.
2. On choisit au hasard un mois pendant lequel Paul s'est rendu 20 jours à la gare pour rejoindre son lieu de travail selon les modalités décrites en préambule. On suppose que, pour chacun de ces 20 jours, le choix entre le vélo et la voiture est indépendant des choix des autres jours. On note X la variable aléatoire donnant le nombre de jours où Paul prend son vélo sur ces 20 jours.
 - a. Déterminer la loi suivie par la variable aléatoire X . Préciser ses paramètres.
 - b. Quelle est la probabilité que Paul prenne son vélo exactement 10 jours sur ces 20 jours pour se rendre à la gare? On arrondira la probabilité cherchée à 10^{-3} .
 - c. Quelle est la probabilité que Paul prenne son vélo au moins 10 jours sur ces 20 jours pour se rendre à la gare? On arrondira la probabilité cherchée à 10^{-3} .
 - d. En moyenne, combien de jours sur une période choisie au hasard de 20 jours pour se rendre à la gare, Paul prend-il son vélo? On arrondira la réponse à l'entier.
 3. Dans le cas où Paul se rend à la gare en voiture, on note T la variable aléatoire donnant le temps de trajet nécessaire pour se rendre à la gare. La durée du trajet est donnée en minutes, arrondie à la minute. La loi de probabilité de T est donnée par le tableau ci-dessous :

k (en minutes)	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$P(T = k)$	0,14	0,13	0,13	0,12	0,12	0,11	0,10	0,08	0,07

Déterminer l'espérance de la variable aléatoire T et interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 20 - Centres Etrangers Groupe 1 jour 2 (19 mai 2022)

Les résultats seront arrondis si besoin à 10^{-4} près

Une étude statistique réalisée dans une entreprise fournit les informations suivantes :

- 48 % des salariés sont des femmes. Parmi elles, 16,5 % exercent une profession de cadre;
- 52 % des salariés sont des hommes. Parmi eux, 21,5 % exercent une profession de cadre.

On choisit une personne au hasard parmi les salariés. On considère les évènements suivants :

- F : « la personne choisie est une femme »;
- C : « la personne choisie exerce une profession de cadre ».

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que la personne choisie soit une femme qui exerce une profession de cadre.
3.
 - a. Démontrer que la probabilité que la personne choisie exerce une profession de cadre est égale à 0,191.
 - b. Les évènements F et C sont-ils indépendants? Justifier.
4. Calculer la probabilité de F sachant C , notée $P_C(F)$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
5. On choisit au hasard un échantillon de 15 salariés. Le grand nombre de salariés dans l'entreprise permet d'assimiler ce choix à un tirage avec remise.
On note X la variable aléatoire donnant le nombre de cadres au sein de l'échantillon de 15 salariés.
On rappelle que la probabilité qu'un salarié choisi au hasard soit un cadre est égale à 0,191.
 - a. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
 - b. Calculer la probabilité que l'échantillon contienne au plus 1 cadre.
 - c. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire X .
6. Soit n un entier naturel.

On considère dans cette question un échantillon de n salariés.

Quelle doit être la valeur minimale de n pour que la probabilité qu'il y ait au moins un cadre au sein de l'échantillon soit supérieure ou égale à 0,99?

EXERCICE 21 - Amérique du Nord jour 2 (19 mai 2022)

Dans une région touristique, une société propose un service de location de vélos pour la journée. La société dispose de deux points de location distinctes, le point A et le point B. Les vélos peuvent être empruntés et restitués indifféremment dans l'un ou l'autre des deux points de location.

On admettra que le nombre total de vélos est constant et que tous les matins, à l'ouverture du service, chaque vélo se trouve au point A ou au point B.

D'après une étude statistique :

- Si un vélo se trouve au point A un matin, la probabilité qu'il se trouve au point A le matin suivant est égale à 0,84 ;
- Si un vélo se trouve au point B un matin la probabilité qu'il se trouve au point B le matin suivant est égale à 0,76.

À l'ouverture du service le premier matin, la société a disposé la moitié de ses vélos au point A, l'autre moitié au point B.

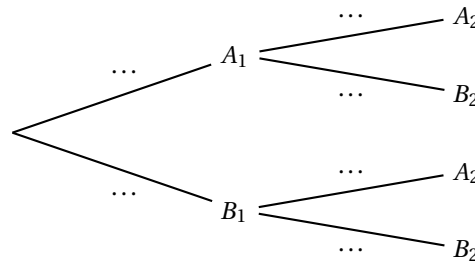
On considère un vélo de la société pris au hasard.

Pour tout entier naturel non nul n , on définit les événements suivants :

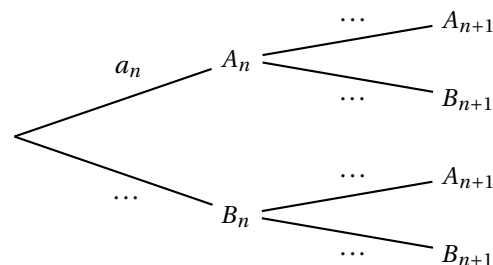
- A_n : « le vélo se trouve au point A le n -ième matin »
- B_n : « le vélo se trouve au point B le n -ième matin ».

Pour tout entier naturel non nul n , on note a_n la probabilité de l'évènement A_n et b_n la probabilité de l'évènement B_n . Ainsi $a_1 = 0,5$ et $b_1 = 0,5$.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous qui modélise la situation pour les deux premiers matins :



2.
 - a. Calculer a_2 .
 - b. Le vélo se trouve au point A le deuxième matin. Calculer la probabilité qu'il se soit trouvé au point B le premier matin. La probabilité sera arrondie au millièmes.
3.
 - a. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous qui modélise la situation pour les n -ième et $n+1$ -ième matins.



- b. Justifier que pour tout entier naturel non nul n , $a_{n+1} = 0,6a_n + 0,24$.
4. Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel non nul n , $a_n = 0,6 - 0,1 \times 0,6^{n-1}$.
5. Déterminer la limite de la suite (a_n) et interpréter cette limite dans le contexte de l'exercice.
6. Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $a_n \geq 0,599$ et interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 22 - Polynésie jour 1 (30 août 2022)

Parmi les angines, un quart nécessite la prise d'antibiotiques, les autres non.

Afin d'éviter de prescrire inutilement des antibiotiques, les médecins disposent d'un test de diagnostic ayant les caractéristiques suivantes :

- lorsque l'angine nécessite la prise d'antibiotiques, le test est positif dans 90 % des cas;
- lorsque l'angine ne nécessite pas la prise d'antibiotiques, le test est négatif dans 95 % des cas.

Les probabilités demandées dans la suite de l'exercice seront arrondies à 10^{-4} près si nécessaire.

Partie 1

Un patient atteint d'angine et ayant subi le test est choisi au hasard.

On considère les événements suivants :

- A : « le patient est atteint d'une angine nécessitant la prise d'antibiotiques »;
- T : « le test est positif »;
- $\bar{A}$ et $\bar{T}$ sont respectivement les événements contraires de A et T .

1. Calculer $P(A \cap T)$. On pourra s'appuyer sur un arbre pondéré.
2. Démontrer que $P(T) = 0,2625$.
3. On choisit un patient ayant un test positif. Calculer la probabilité qu'il soit atteint d'une angine nécessitant la prise d'antibiotiques.
4.
 - a. Parmi les événements suivants, déterminer ceux qui correspondent à un résultat erroné du test : $A \cap T$, $\bar{A} \cap T$, $A \cap \bar{T}$, $\bar{A} \cap \bar{T}$.
 - b. On définit l'événement E : « le test fournit un résultat erroné ».
Démontrer que $p(E) = 0,0625$.

Partie 2

On sélectionne au hasard un échantillon de n patients qui ont été testés.

On admet que l'on peut assimiler ce choix d'échantillon à un tirage avec remise.

On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de patients de cet échantillon ayant un test erroné.

1. On suppose que $n = 50$.
 - a. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$ de paramètres $n = 50$ et $p = 0,0625$.
 - b. Calculer $P(X = 7)$.
 - c. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins un patient dans l'échantillon dont le test est erroné.
2. Quelle valeur minimale de la taille de l'échantillon faut-il choisir pour que $P(X \geq 10)$ soit supérieure à 0,95?

EXERCICE 23 - Métropole jour 1 (8 septembre 2022)

Un hôtel situé à proximité d'un site touristique dédié à la préhistoire propose deux visites dans les environs, celle d'un musée et celle d'une grotte.

Une étude a montré que 70 % des clients de l'hôtel visitent le musée. De plus, parmi les clients visitant le musée, 60 % visitent la grotte.

Cette étude montre aussi que 6 % des clients de l'hôtel ne font aucune visite.

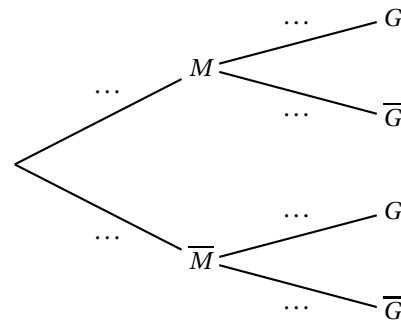
On interroge au hasard un client de l'hôtel et on note :

- M l'évènement : « le client visite le musée » ;
- G l'évènement : « le client visite la grotte ».

On note $\overline{M}$ l'évènement contraire de M , $\overline{G}$ l'évènement contraire de G , et pour tout évènement E , on note $p(E)$ la probabilité de E .

Ainsi, d'après l'énoncé, on a : $p(\overline{M} \cap \overline{G}) = 0,06$.

- Vérifier que $p_{\overline{M}}(\overline{G}) = 0,2$, où $p_{\overline{M}}(\overline{G})$ désigne la probabilité que le client interrogé ne visite pas la grotte sachant qu'il ne visite pas le musée.
 - L'arbre pondéré ci-contre modélise la situation. Recopier et compléter cet arbre en indiquant sur chaque branche la probabilité associée.
 - Quelle est la probabilité de l'évènement « le client visite la grotte et ne visite pas le musée » ?
 - Montrer que $p(G) = 0,66$.



- Le responsable de l'hôtel affirme que parmi les clients qui visitent la grotte, plus de la moitié visitent également le musée. Cette affirmation est-elle exacte ?
- Les tarifs pour les visites sont les suivants :
 - visite du musée : 12 euros ;
 - visite de la grotte : 5 euros.

On considère la variable aléatoire T qui modélise la somme dépensée par un client de l'hôtel pour ces visites.

- Donner la loi de probabilité de T . On présentera les résultats sous la forme d'un tableau.
 - Calculer l'espérance mathématique de T .
 - Pour des questions de rentabilité, le responsable de l'hôtel estime que le montant moyen des recettes des visites doit être supérieur à 700 euros par jour.
Déterminer le nombre moyen de clients par journée permettant d'atteindre cet objectif.
- Pour augmenter les recettes, le responsable souhaite que l'espérance de la variable aléatoire modélisant la somme dépensée par un client de l'hôtel pour ces visites passe à 15 euros, sans modifier le prix de visite du musée qui demeure à 12 euros.
Quel prix faut-il fixer pour la visite de la grotte afin d'atteindre cet objectif ? (On admettra que l'augmentation du prix d'entrée de la grotte ne modifie pas la fréquentation des deux sites).
 - On choisit au hasard 100 clients de l'hôtel, en assimilant ce choix à un tirage avec remise.
Quelle est la probabilité qu'au moins les trois quarts de ces clients aient visité la grotte à l'occasion de leur séjour à l'hôtel ?
On donnera une valeur du résultat à 10^{-3} près.

EXERCICE 24 - Métropole jour 2 (9 septembre 2022)

Dans le magasin d'Hugo, les clients peuvent louer deux types de vélos : vélos de route ou bien vélos tout terrain.

Chaque type de vélo peut être loué dans sa version électrique ou non.

On choisit un client du magasin au hasard, et on admet que :

- Si le client loue un vélo de route, la probabilité que ce soit un vélo électrique est de 0,4;
- Si le client loue un vélo tout terrain, la probabilité que ce soit un vélo électrique est de 0,7;
- La probabilité que le client loue un vélo électrique est de 0,58.

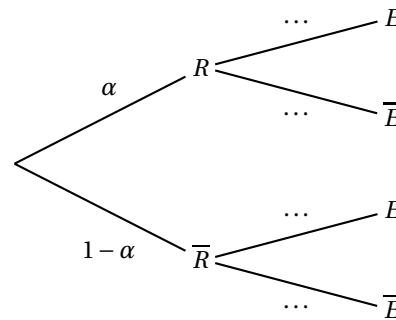
On appelle α la probabilité que le client loue un vélo de route, avec $0 \leq \alpha \leq 1$.

On considère les événements suivants :

- R : « le client loue un vélo de route »;
- E : « le client loue un vélo électrique »;
- $\bar{R}$ et $\bar{E}$, événements contraires de R et E .

On modélise cette situation aléatoire à l'aide de l'arbre reproduit ci-contre :

Si F désigne un événement quelconque, on notera $p(F)$ la probabilité de F .



1. Recopier cet arbre sur la copie et le compléter.
2.
 - a. Montrer que $p(E) = 0,7 - 0,3\alpha$.
 - b. En déduire que : $\alpha = 0,4$.
3. On sait que le client a loué un vélo électrique.
Déterminer la probabilité qu'il ait loué un vélo tout terrain. On donnera le résultat arrondi au centième.
4. Quelle est la probabilité que le client loue un vélo tout terrain électrique?
5. Le prix de la location à la journée d'un vélo de route non électrique est de 25 euros, celui d'un vélo tout terrain non électrique de 35 euros.
Pour chaque type de vélo, le choix de la version électrique augmente le prix de location à la journée de 15 euros.
On appelle X la variable aléatoire modélisant le prix de location d'un vélo à la journée.
 - a. Donner la loi de probabilité de X . On présentera les résultats sous forme d'un tableau.
 - b. Calculer l'espérance mathématique de X et interpréter ce résultat.
6. Lorsqu'on choisit 30 clients d'Hugo au hasard, on assimile ce choix à un tirage avec remise.
On note Y la variable aléatoire associant à un échantillon de 30 clients choisis au hasard le nombre de clients qui louent un vélo électrique.
On rappelle que la probabilité de l'événement E est : $p(E) = 0,58$.
 - a. Justifier que Y suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
 - b. Déterminer la probabilité qu'un échantillon contienne exactement 20 clients qui louent un vélo électrique. On donnera le résultat arrondi au millièm.
 - c. Déterminer la probabilité qu'un échantillon contienne au moins 15 clients qui louent un vélo électrique. On donnera le résultat arrondi au millièm.

EXERCICE 25 - Amérique du Sud jour 1 (26 septembre 2022)

PARTIE A

Le système d'alarme d'une entreprise fonctionne de telle sorte que, si un danger se présente, l'alarme s'active avec une probabilité de 0,97.

La probabilité qu'un danger se présente est de 0,01 et la probabilité que l'alarme s'active est de 0,014 65.

On note A l'évènement « l'alarme s'active » et D l'évènement « un danger se présente ».

On note $\overline{M}$ l'évènement contraire d'un évènement M et $P(M)$ la probabilité de l'évènement M .

1. Représenter la situation par un arbre pondéré qui sera complété au fur et à mesure de l'exercice.
2.
 - a. Calculer la probabilité qu'un danger se présente et que l'alarme s'active.
 - b. En déduire la probabilité qu'un danger se présente sachant que l'alarme s'active. Arrondir le résultat à 10^{-3} .
3. Montrer que la probabilité que l'alarme s'active sachant qu'aucun danger ne s'est présenté est 0,005.
4. On considère qu'une alarme ne fonctionne pas normalement lorsqu'un danger se présente et qu'elle ne s'active pas ou bien lorsqu'aucun danger ne se présente et qu'elle s'active.
Montrer que la probabilité que l'alarme ne fonctionne pas normalement est inférieure à 0,01.

PARTIE B

Une usine fabrique en grande quantité des systèmes d'alarme. On prélève successivement et au hasard 5 systèmes d'alarme dans la production de l'usine. Ce prélèvement est assimilé à un tirage avec remise.

On note S l'évènement « l'alarme ne fonctionne pas normalement » et on admet que $P(S) = 0,00525$.

On considère X la variable aléatoire qui donne le nombre de systèmes d'alarme ne fonctionnant pas normalement parmi les 5 systèmes d'alarme prélevés.

Les résultats seront arrondis à 10^{-4} .

1. Donner la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X et préciser ses paramètres.
2. Calculer la probabilité que, dans le lot prélevé, un seul système d'alarme ne fonctionne pas normalement.
3. Calculer la probabilité que, dans le lot prélevé, au moins un système d'alarme ne fonctionne pas normalement.

PARTIE C

Soit n un entier naturel non nul. On prélève successivement et au hasard n systèmes d'alarme. Ce prélèvement est assimilé à un tirage avec remise.

Déterminer le plus petit entier n tel que la probabilité d'avoir, dans le lot prélevé, au moins un système d'alarme qui ne fonctionne pas normalement soit supérieure à 0,07.

EXERCICE 26 - Amérique du Sud jour 2 (27 septembre 2022)

Une entreprise fabrique des composants pour l'industrie automobile. Ces composants sont conçus sur trois chaînes de montage numérotées de 1 à 3.

- La moitié des composants est conçue sur la chaîne n° 1 ;
- 30 % des composants sont conçus sur la chaîne n° 2 ;
- les composants restant sont conçus sur la chaîne n° 3.

À l'issue du processus de fabrication, il apparaît que 1 % des pièces issues de la chaîne n° 1 présentent un défaut, de même que 0,5 % des pièces issues de la chaîne n° 2 et 4 % des pièces issues de la chaîne n° 3.

On prélève au hasard un de ces composants. On note :

- C_1 l'évènement «le composant provient de la chaîne n° 1 » ;
- C_2 l'évènement «le composant provient de la chaîne n° 2 » ;
- C_3 l'évènement «le composant provient de la chaîne n° 3 » ;
- D l'évènement «le composant est défectueux» et $\overline{D}$ son évènement contraire.

Dans tout l'exercice, les calculs de probabilité seront donnés en valeur décimale exacte ou arrondie à 10^{-4} si nécessaire.

PARTIE A

1. Représenter cette situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que le composant prélevé provienne de la chaîne n° 3 et soit défectueux.
3. Montrer que la probabilité de l'évènement D est $P(D) = 0,0145$.
4. Calculer la probabilité qu'un composant défectueux provienne de la chaîne n° 3.

PARTIE B

L'entreprise décide de conditionner les composants produits en constituant des lots de n unités. On note X la variable aléatoire qui, à chaque lot de n unités, associe le nombre de composants défectueux de ce lot.

Compte tenu des modes de production et de conditionnement de l'entreprise, on peut considérer que X suit la loi binomiale de paramètres n et $p = 0,0145$.

1. Dans cette question, les lots possèdent 20 unités. On pose $n = 20$.
 - a. Calculer la probabilité pour qu'un lot possède exactement trois composants défectueux.
 - b. Calculer la probabilité pour qu'un lot ne possède aucun composant défectueux.
En déduire la probabilité qu'un lot possède au moins un composant défectueux.
2. Le directeur de l'entreprise souhaite que la probabilité de n'avoir aucun composant défectueux dans un lot de n composants soit supérieure à 0,85.
Il propose de former des lots de 11 composants au maximum. A-t-il raison? Justifier la réponse.

PARTIE C

Les coûts de fabrication des composants de cette entreprise sont de 15 euros s'ils proviennent de la chaîne de montage n° 1, 12 euros s'ils proviennent de la chaîne de montage n° 2 et 9 euros s'ils proviennent de la chaîne de montage n° 3.

Calculer le coût moyen de fabrication d'un composant pour cette entreprise.

EXERCICE 27 - Nouvelle-Calédonie jour 1 (26 octobre 2022)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

On considère un système de communication binaire transmettant des 0 et des 1.

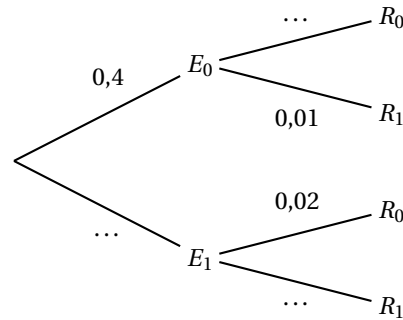
Chaque 0 ou 1 est appelé bit.

En raison d'interférences, il peut y avoir des erreurs de transmission :

un 0 peut être reçu comme un 1 et, de même, un 1 peut être reçu comme un 0.

Pour un bit choisi au hasard dans le message, on note les événements :

- E_0 : « le bit envoyé est un 0 » ;
- E_1 : « le bit envoyé est un 1 » ;
- R_0 : « le bit reçu est un 0 »
- R_1 : « le bit reçu est un 1 ».



On sait que :

$$p(E_0) = 0,4; \quad p_{E_0}(R_1) = 0,01; \quad p_{E_1}(R_0) = 0,02.$$

On rappelle que la probabilité conditionnelle de A sachant B est notée $p_B(A)$.

On peut ainsi représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-dessus.

1. La probabilité que le bit envoyé soit un 0 et que le bit reçu soit un 0 est égale à :

- a. 0,99 b. 0,396 c. 0,01 d. 0,4

2. La probabilité $p(R_0)$ est égale à :

- a. 0,99 b. 0,02 c. 0,408 d. 0,931

3. Une valeur, approchée au millièm, de la probabilité $p_{R_1}(E_0)$ est égale

- a. 0,004 b. 0,001 c. 0,007 d. 0,010

4. La probabilité de l'évènement « il y a une erreur de transmission » est égale à :

- a. 0,03 b. 0,016 c. 0,16 d. 0,015

Un message de longueur huit bits est appelé un octet.

On admet que la probabilité qu'un octet soit transmis sans erreur est égale à 0,88.

5. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.

La probabilité, à 10^{-3} près, qu'exactement 7 octets soient transmis sans erreur est égale à :

- a. 0,915 b. 0,109 c. 0,976 d. 0,085

6. On transmet successivement 10 octets de façon indépendante.

La probabilité qu'au moins 1 octet soit transmis sans erreur est égale à :

- a. $1 - 0,12^{10}$ b. $0,12^{10}$ c. $0,88^{10}$ d. $1 - 0,88^{10}$

7. Soit N un entier naturel. On transmet successivement N octets de façon indépendante.

Soit N_0 la plus grande valeur de N pour laquelle la probabilité que les N octets soient tous transmis sans erreur est supérieure ou égale à 0,1.

On peut affirmer que :

- a. $N_0 = 17$ b. $N_0 = 18$ c. $N_0 = 19$ d. $N_0 = 20$

EXERCICE 28 - Nouvelle-Calédonie jour 2 (27 octobre 2022)

Au basket-ball, il existe deux sortes de tir :

- les tirs à deux points.
Ils sont réalisés près du panier et rapportent deux points s'ils sont réussis.
- les tirs à trois points.
Ils sont réalisés loin du panier et rapportent trois points s'ils sont réussis.

Stéphanie s'entraîne au tir. On dispose des données suivantes :

- Un quart de ses tirs sont des tirs à deux points. Parmi eux, 60 % sont réussis.
- Trois quarts de ses tirs sont des tirs à trois points. Parmi eux, 35 % sont réussis.

1. Stéphanie réalise un tir.

On considère les événements suivants :

D : « Il s'agit d'un tir à deux points ».

R : « le tir est réussi ».

- a.** Représenter la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
 - b.** Calculer la probabilité $p(\overline{D} \cap R)$.
 - c.** Démontrer que la probabilité que Stéphanie réussisse un tir est égale à 0,4125.
 - d.** Stéphanie réussit un tir. Calculer la probabilité qu'il s'agisse d'un tir à trois points. Arrondir le résultat au centième.
- 2. Stéphanie réalise à présent une série de 10 tirs à trois points.**
On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de tirs réussis.
On considère que les tirs sont indépendants. On rappelle que la probabilité que Stéphanie réussisse un tir à trois points est égale à 0,35.
- a.** Justifier que X suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.
 - b.** Calculer l'espérance de X . Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
 - c.** Déterminer la probabilité que Stéphanie rate 4 tirs ou plus. Arrondir le résultat au centième.
 - d.** Déterminer la probabilité que Stéphanie rate au plus 4 tirs. Arrondir le résultat au centième.
- 3. Soit n un entier naturel non nul.**
Stéphanie souhaite réaliser une série de n tirs à trois points.
On considère que les tirs sont indépendants. On rappelle que la probabilité qu'elle réussisse un tir à trois points est égale à 0,35.
Déterminer la valeur minimale de n pour que la probabilité que Stéphanie réussisse au moins un tir parmi les n tirs soit supérieure ou égale à 0,99.

EXERCICE 29 - Centres Etrangers Groupe 1 jour 1 (13 mars 2023)

Dans une grande ville française, des trottinettes électriques sont mises à disposition des usagers. Une entreprise, chargée de l'entretien du parc de trottinettes, contrôle leur état chaque lundi.

Partie A

On estime que :

- lorsqu'une trottinette est en bon état un lundi, la probabilité qu'elle soit encore en bon état le lundi suivant est 0,9;
- lorsqu'une trottinette est en mauvais état un lundi, la probabilité qu'elle soit en bon état le lundi suivant est 0,4.

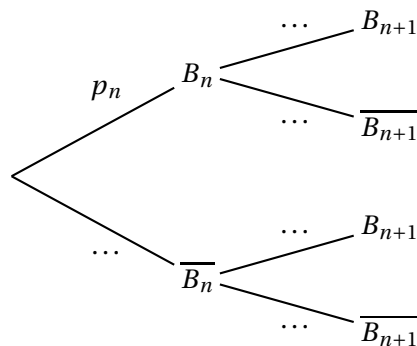
On s'intéresse à l'état d'une trottinette lors des phases de contrôle.

Soit n un entier naturel.

On note B_n l'évènement « la trottinette est en bon état n semaines après sa mise en service » et p_n la probabilité de B_n .

Lors de sa mise en service, la trottinette est en bon état. On a donc $p_0 = 1$.

1. Donner p_1 et montrer que $p_2 = 0,85$.
On pourra s'appuyer sur un arbre pondéré.
2. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous :



3. En déduire que, pour tout entier naturel n , $p_{n+1} = 0,5p_n + 0,4$.
4.
 - a. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $p_n \geq 0,8$.
 - b. À partir de ce résultat, quelle communication l'entreprise peut-elle envisager pour valoriser la fiabilité du parc?
5.
 - a. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = p_n - 0,8$. Montrer que (u_n) est une suite géométrique dont on donnera le premier terme et la raison.
 - b. En déduire l'expression de u_n puis de p_n en fonction de n .
 - c. En déduire la limite de la suite (p_n) .

Partie B

Dans cette partie, on modélise la situation de la façon suivante :

- l'état d'une trottinette est indépendant de celui des autres;
- la probabilité qu'une trottinette soit en bon état est égale à 0,8.

On note X la variable aléatoire qui, à un lot de 15 trottinettes, associe le nombre de trottinettes en bon état.

Le nombre de trottinettes du parc étant très important, le prélèvement de 15 trottinettes peut être assimilé à un tirage avec remise.

1. Justifier que X suit une loi binomiale et préciser les paramètres de cette loi.
2. Calculer la probabilité que les 15 trottinettes soient en bon état.
3. Calculer la probabilité qu'au moins 10 trottinettes soient en bon état dans un lot de 15.
4. On admet que $E(X) = 12$. Interpréter le résultat.

EXERCICE 30 - Polynésie jour 1 (13 mars 2023)

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment

Les utilisateurs de vélo d'une ville sont classés en deux catégories disjointes :

- ceux qui utilisent le vélo dans leurs déplacements professionnels;
- ceux qui utilisent le vélo uniquement pour leurs loisirs.

Un sondage donne les résultats suivants :

- 21 % des utilisateurs ont moins de 35 ans.
Parmi eux, 68 % utilisent leur vélo uniquement pour leurs loisirs alors que les autres l'utilisent dans leurs déplacements professionnels;
- parmi les 35 ans ou plus, seuls 20 % utilisent leur vélo dans leurs déplacements professionnels, les autres l'utilisent uniquement pour leurs loisirs.

On interroge au hasard un utilisateur de vélo de cette ville.

Dans tout l'exercice on considère les événements suivants :

- J : « la personne interrogée a moins de 35 ans »;
- T : « la personne interrogée utilise le vélo dans ses déplacements professionnels »;
- $\bar{J}$ et $\bar{T}$ sont les événements contraires de J et T .

Partie A

1. Calculer la probabilité que la personne interrogée ait moins de 35 ans et utilise son vélo dans ses déplacements professionnels.

On pourra s'appuyer sur un arbre pondéré.

2. Calculer la valeur exacte de la probabilité de T .
3. On considère à présent un habitant qui utilise son vélo dans ses déplacements professionnels.

Démontrer que la probabilité qu'il ait moins de 35 ans est $0,30$ à 10^{-2} près.

Partie B

Dans cette partie, on s'intéresse uniquement aux personnes utilisant leur vélo dans leurs déplacements professionnels.

On admet que 30 % d'entre elles ont moins de 35 ans.

On sélectionne au hasard parmi elles un échantillon de 120 personnes auxquelles on va soumettre un questionnaire supplémentaire.

On assimile la sélection de cet échantillon à un tirage aléatoire avec remise.

On demande à chaque individu de cet échantillon son âge.

X représente le nombre de personnes de l'échantillon ayant moins de 35 ans.

Dans cette partie, les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

1. Déterminer la nature et les paramètres de la loi de probabilité suivie par X .
2. Calculer la probabilité qu'au moins 50 utilisateurs de vélo parmi les 120 aient moins de 35 ans.

EXERCICE 31 - Centres Etrangers Groupe 1 jour 2 (14 mars 2023)

Une société de production s'interroge sur l'opportunité de programmer un jeu télévisé. Ce jeu réunit quatre candidats et se déroule en deux phases :

- La première phase est une phase de qualification.

Cette phase ne dépend que du hasard. Pour chaque candidat, la probabilité de se qualifier est 0,6.

- La deuxième phase est une compétition entre les candidats qualifiés.

Elle n'a lieu que si deux candidats au moins sont qualifiés.

Sa durée dépend du nombre de candidats qualifiés comme l'indique le tableau ci-dessous (lorsqu'il n'y a pas de deuxième phase, on considère que sa durée est nulle).

Nombre de candidats qualifiés pour la deuxième phase	0	1	2	3	4
Durée de la deuxième phase en minutes	0	0	5	9	11

Pour que la société décide de retenir ce jeu, il faut que les deux conditions suivantes soient vérifiées :

Condition n° 1 : La deuxième phase doit avoir lieu dans au moins 80 % des cas.

Condition n° 2 : La durée moyenne de la deuxième phase ne doit pas excéder 6 minutes.

Le jeu peut-il être retenu ?

EXERCICE 32 - Polynésie jour 2 (14 mars 2023)

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment

Partie A

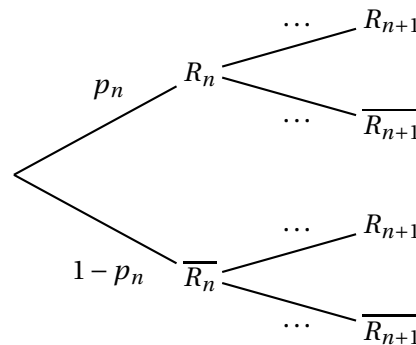
Chaque jour, un athlète doit sauter une haie en fin d'entraînement. Son entraîneur estime, au vu de la saison précédente que

- si l'athlète franchit la haie un jour, alors il la franchira dans 90% des cas le jour suivant;
- si l'athlète ne franchit pas la haie un jour, alors dans 70% des cas il ne la franchira pas non plus le lendemain.

On note pour tout entier naturel n :

- R_n l'évènement : « L'athlète réussit à franchir la haie lors de la n -ième séance »,
- p_n la probabilité de l'évènement R_n . On considère que $p_0 = 0,6$.

1. Soit n un entier naturel, recopier l'arbre pondéré ci-dessous et compléter les pointillés.



2. Justifier en vous aidant de l'arbre que, pour tout entier naturel n , on a :

$$p_{n+1} = 0,6p_n + 0,3.$$

3. On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n , par $u_n = p_n - 0,75$.

- a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
- b. Démontrer que, pour tout entier n naturel n : $p_n = 0,75 - 0,15 \times 0,6^n$.
- c. En déduire que la suite (p_n) est convergente et déterminer sa limite ℓ .
- d. Interpréter la valeur de ℓ dans le cadre de l'exercice.

Partie B

Après de nombreuses séances d'entraînement, l'entraîneur estime maintenant que l'athlète franchit chaque haie avec une probabilité de 0,75 et ce indépendamment d'avoir franchi ou non les haies précédentes.

On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de haies franchies par l'athlète à l'issue d'un 400 mètres haies qui comporte 10 haies,

1. Préciser la nature et les paramètres de la loi de probabilité suivie par X .
2. Déterminer, à 10^{-3} près, la probabilité que l'athlète franchisse les 10 haies.
3. Calculer $p(X \geq 9)$, à 10^{-3} près.

EXERCICE 33 - Métropole jour 1 (20 mars 2023)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.

Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

Aucun point n'est enlevé en l'absence de réponse ou en cas de réponse inexacte.

Les questions sont indépendantes.

Un technicien contrôle les machines équipant une grande entreprise. Toutes ces machines sont identiques.

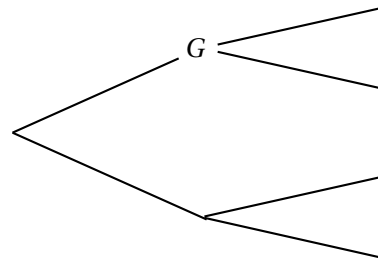
On sait que :

- 20 % des machines sont sous garantie;
- 0,2 % des machines sont à la fois défectueuses et sous garantie;
- 8,2 % des machines sont défectueuses.

Le technicien teste une machine au hasard.

On considère les événements suivants :

- G : « la machine est sous garantie »;
- D : « la machine est défectueuse »;
- $\overline{G}$ et $\overline{D}$ désignent respectivement les événements contraires de G et D .



Pour répondre aux questions 1 à 3, on pourra s'aider de l'arbre proposé ci-contre.

1. La probabilité $p_G(D)$ de l'évènement D sachant que G est réalisé est égale à :
a. 0,002 b. 0,01 c. 0,024 d. 0,2
2. La probabilité $p(\overline{G} \cap D)$ est égale à :
a. 0,01 b. 0,08 c. 0,1 d. 0,21
3. La machine est défectueuse. La probabilité qu'elle soit sous garantie est environ égale, à 10^{-3} près, à :
a. 0,01 b. 0,024 c. 0,082 d. 0,1

Pour les questions 4 et 5, on choisit au hasard et de façon indépendante n machines de l'entreprise, où n désigne un entier naturel non nul.

On assimile ce choix à un tirage avec remise, et on désigne par X la variable aléatoire qui associe à chaque lot de n machines le nombre de machines défectueuses dans ce lot.

On admet que X suit la loi binomiale de paramètres n et $p = 0,082$.

4. Dans cette question, on prend $n = 50$.
La valeur de la probabilité $p(X > 2)$, arrondie au millième, est de :
a. 0,136 b. 0,789 c. 0,864 d. 0,924
5. On considère un entier n pour lequel la probabilité que toutes les machines d'un lot de taille n fonctionnent correctement est supérieure à 0,4.
La plus grande valeur possible pour n est égale à :
a. 5 b. 6 c. 10 d. 11

EXERCICE 34 - Métropole jour 2 (21 mars 2023)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.

Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

Aucun point n'est enlevé en l'absence de réponse ou en cas de réponse inexacte.

Un jeu vidéo possède une vaste communauté de joueurs en ligne. Avant de débiter une partie, le joueur doit choisir entre deux « mondes » : soit le monde A, soit le monde B.

On choisit au hasard un individu dans la communauté des joueurs.

Lorsqu'il joue une partie, on admet que :

- la probabilité que le joueur choisisse le monde A est égale à $\frac{2}{5}$;
- si le joueur choisit le monde A, la probabilité qu'il gagne la partie est de $\frac{7}{10}$;
- la probabilité que le joueur gagne la partie est de $\frac{12}{25}$.

On considère les événements suivants :

- A : « Le joueur choisit le monde A » ;
- B : « Le joueur choisit le monde B » ;
- G : « Le joueur gagne la partie ».

1. La probabilité que le joueur choisisse le monde A et gagne la partie est égale à :

- a. $\frac{7}{10}$ b. $\frac{3}{25}$ c. $\frac{7}{25}$ d. $\frac{24}{125}$

2. La probabilité $P_B(G)$ de l'événement G sachant que B est réalisé est égale à :

- a. $\frac{1}{5}$ b. $\frac{1}{3}$ c. $\frac{7}{15}$ d. $\frac{5}{12}$

Dans la suite de l'exercice, un joueur effectue 10 parties successives.

On assimile cette situation à un tirage aléatoire avec remise.

On rappelle que la probabilité de gagner une partie est de $\frac{12}{25}$.

3. La probabilité, arrondie au millièmè, que le joueur gagne exactement 6 parties est égale à :

- a. 0,859 b. 0,671 c. 0,188 d. 0,187

4. On considère un entier naturel n pour lequel la probabilité, arrondie au millièmè, que le joueur gagne au plus n parties est de 0,207. Alors :

- a. $n = 2$ b. $n = 3$ c. $n = 4$ d. $n = 5$

5. La probabilité que le joueur gagne au moins une partie est égale à :

- a. $1 - \left(\frac{12}{25}\right)^{10}$ b. $\left(\frac{13}{25}\right)^{10}$ c. $\left(\frac{12}{25}\right)^{10}$ d. $1 - \left(\frac{13}{25}\right)^{10}$

EXERCICE 35 - Centres Etrangers Groupe 2 jour 1 (21 mars 2023)

Dans un souci de préservation de l'environnement, Monsieur Durand décide de se rendre chaque matin au travail en utilisant son vélo ou les transports en commun.

S'il choisit de prendre les transports en commun un matin, il reprend les transports en commun le lendemain avec une probabilité égale à 0,8.

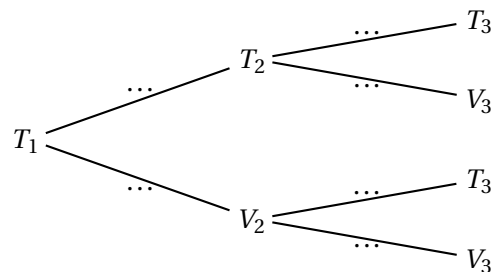
S'il utilise son vélo un matin, il reprend son vélo le lendemain avec une probabilité égale à 0,4.

Pour tout entier naturel n non nul, on note :

- T_n l'évènement « Monsieur Durand utilise les transports en commun le n -ième jour »
- V_n l'évènement « Monsieur Durand utilise son vélo le n -ième jour »
- On note p_n la probabilité de l'évènement T_n ,

Le premier matin, il décide d'utiliser les transports en commun. Ainsi, la probabilité de l'évènement T_1 est $p_1 = 1$.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous représentant la situation pour les 2^e et 3^e jours,

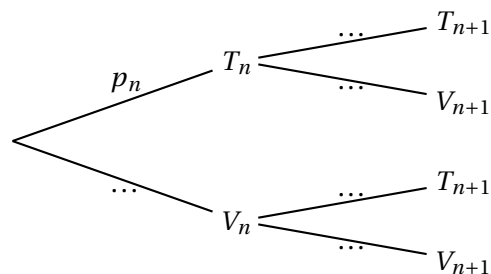


2. Calculer p_3

3. Le 3^e jour, M. Durand utilise son vélo.

Calculer la probabilité qu'il ait pris les transports en commun la veille.

4. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous représentant la situation pour les n -ième et $(n + 1)$ -ième jours.



5. Montrer que, pour tout entier naturel n non nul, $p_{n+1} = 0,2p_n + 0,6$.

6. Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n non nul, on a

$$p_n = 0,75 + 0,25 \times 0,2^{n-1}.$$

7. Déterminer la limite de la suite (p_n) et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 36 - Centres Etrangers Groupe 2 jour 2 (22 mars 2023)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.

Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

Les cinq questions sont indépendantes.

Une chaîne de fabrication produit des pièces mécaniques. On estime que 4 % des pièces produites par cette chaîne sont défectueuses.

On choisit au hasard n pièces produites par la chaîne de fabrication.

Le nombre de pièces produites est suffisamment grand pour que ce choix puisse être assimilé à un tirage avec remise.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de pièces défectueuses tirées.

Dans les trois questions suivantes, on prend $n = 50$.

1. Quelle est la probabilité, arrondie au millièmè, de tirer au moins une pièce défectueuse?

a. 1 b. 0,870 c. 0,600 d. 0,599

2. La probabilité $p(3 < X \leq 7)$ est égale à :

a. $p(X \leq 7) - p(X > 3)$ b. $p(X \leq 7) - p(X \leq 3)$
c. $p(X < 7) - p(X > 3)$ d. $p(X < 7) - p(X \geq 3)$

3. Quel est le plus petit entier naturel k tel que la probabilité de tirer au plus k pièces défectueuses soit supérieure ou égale à 95 %?

a. 2 b. 3 c. 4 d. 5

Dans les questions suivantes, n ne vaut plus nécessairement 50.

4. Quelle est la probabilité de ne tirer que des pièces défectueuses?

a. $0,04^n$ b. $0,96^n$ c. $1 - 0,04^n$ d. $1 - 0,96^n$

5. On considère la fonction Python ci-dessous. Que renvoie-t-elle?

```
def seuil (x) :  
    n=1  
    while 1-0.96**n < x :  
        n = n + 1  
    return n
```

- a. Le plus petit nombre n tel que la probabilité de tirer au moins une pièce défectueuse soit supérieure ou égale à x .
b. Le plus petit nombre n tel que la probabilité de ne tirer aucune pièce défectueuse soit supérieure ou égale à x .
c. Le plus grand nombre n tel que la probabilité de ne tirer que des pièces défectueuses soit supérieure ou égale à x .
d. Le plus grand nombre n tel que la probabilité de ne tirer aucune pièce défectueuse soit supérieure ou égale à x .

EXERCICE 37 - Asie jour 1 (23 mars 2023)

Pour chacune des cinq questions de cet exercice, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

Une urne contient 15 billes indiscernables au toucher, numérotées de 1 à 15.

La bille numérotée 1 est rouge.

Les billes numérotées 2 à 5 sont bleues.

Les autres billes sont vertes.

On choisit une bille au hasard dans l'urne.

On note R (respectivement B et V) l'évènement : « La bille tirée est rouge » (respectivement bleue et verte).

Question 1 :

Quelle est la probabilité que la bille tirée soit bleue ou numérotée d'un nombre pair ?

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$\frac{7}{15}$	$\frac{9}{15}$	$\frac{11}{10}$	Aucune des affirmations précédentes n'est juste.

Question 2 :

Sachant que la bille tirée est verte, quelle est la probabilité qu'elle soit numérotée 7 ?

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$\frac{1}{15}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{1}{10}$	Aucune des affirmations précédentes n'est juste.

Un jeu est mis en place. Pour pouvoir jouer, le joueur paie la somme de 10 euros appelée la mise.

Ce jeu consiste à tirer une bille au hasard dans l'urne.

- Si la bille tirée est bleue, le joueur remporte, en euro, trois fois le numéro de la bille.
- Si la bille tirée est verte, le joueur remporte, en euro, le numéro de la bille.
- Si la bille tirée est rouge, le joueur ne remporte rien.

On note G la variable aléatoire qui donne le gain algébrique du joueur, c'est-à-dire la différence entre ce qu'il remporte et sa mise de départ.

Par exemple, si le joueur tire la bille bleue numérotée 3, alors son gain algébrique est -1 euro.

Question 3 :

Que vaut $P(G = 5)$?

Réponse A $\frac{1}{15}$	Réponse B $\frac{2}{15}$	Réponse C $\frac{1}{3}$	Réponse D Aucune des affirmations précédentes n'est juste.
-----------------------------	-----------------------------	----------------------------	---

Question 4 :

Quelle est la valeur de $P_R(G = 0)$?

Réponse A 0	Réponse B $\frac{1}{15}$	Réponse C 1	Réponse D Aucune des affirmations précédentes n'est juste.
----------------	-----------------------------	----------------	---

Question 5 :

Que vaut $P_{(G=-4)}(V)$?

Réponse A $\frac{1}{15}$	Réponse B $\frac{4}{15}$	Réponse C $\frac{1}{2}$	Réponse D Aucune des affirmations précédentes n'est juste.
-----------------------------	-----------------------------	----------------------------	---

EXERCICE 38 - Asie jour 2 (24 mars 2023)

Pour chacune des cinq questions de cet exercice, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

On considère L une liste de nombres constituée de termes consécutifs d'une suite arithmétique de premier terme 7 et de raison 3, le dernier nombre de la liste est 2 023 soit :

$$L = [7, 10, \dots, 2\,023].$$

Question 1 : Le nombre de termes de cette liste est :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
2 023	673	672	2 016

Question 2 : On choisit au hasard un nombre dans cette liste. La probabilité de tirer un nombre pair est :

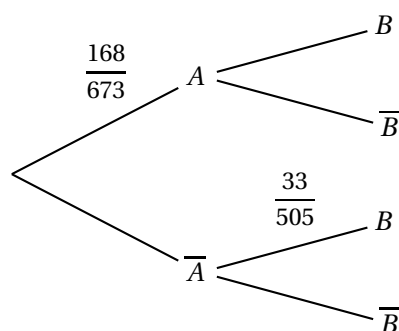
Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$\frac{1}{2}$	$\frac{34}{673}$	$\frac{336}{673}$	$\frac{337}{673}$

On rappelle qu'on choisit au hasard un nombre dans cette liste.

On s'intéresse aux événements suivants :

- Évènement A : « obtenir un multiple de 4 »
- Évènement B : « obtenir un nombre dont le chiffre des unités est 6 »

Pour répondre aux questions suivantes on pourra utiliser l'arbre pondéré ci-dessous et on donne $p(A \cap B) = \frac{34}{673}$.



Question 3 :

La probabilité d'obtenir un multiple de 4 ayant 6 comme chiffre des unités est :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$\frac{168}{673} \times \frac{34}{673}$	$\frac{34}{673}$	$\frac{17}{84}$	$\frac{168}{34}$

Question 4 : $P_B(A)$ est égale à :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$\frac{36}{168}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{33}{168}$	$\frac{34}{67}$

Question 5 : On choisit, au hasard, successivement, 10 éléments de cette liste.
Un élément peut être choisi plusieurs fois. La probabilité qu'aucun de ces 10 nombres ne soit un multiple de 4 est :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$\left(\frac{505}{673}\right)^{10}$	$1 - \left(\frac{505}{673}\right)^{10}$	$\left(\frac{168}{673}\right)^{10}$	$1 - \left(\frac{168}{673}\right)^{10}$

EXERCICE 39 - Amérique du Nord jour 1 (27 mars 2023)

Dans un souci d'améliorer sa politique en matière de développement durable, une entreprise a réalisé une enquête statistique sur sa production de déchets.

Dans cette enquête, les déchets sont classés en trois catégories :

- 69 % des déchets sont minéraux et non dangereux;
- 28 % des déchets sont non minéraux et non dangereux;
- les déchets restants sont des déchets dangereux.

Cette enquête statistique nous apprend également que :

- 73 % des déchets minéraux et non dangereux sont recyclables;
- 49 % des déchets non minéraux et non dangereux sont recyclables;
- 35 % des déchets dangereux sont recyclables.

Les parties A et B sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

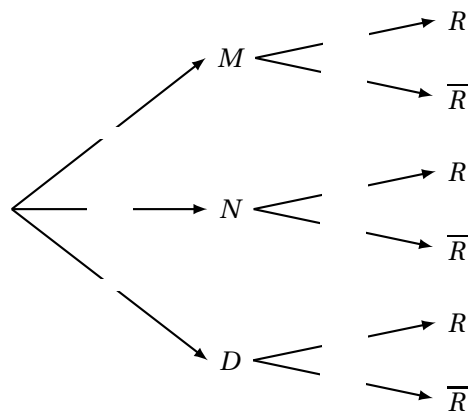
Partie A

Dans cette entreprise, on prélève au hasard un déchet. On considère les événements suivants :

- M : « Le déchet prélevé est minéral et non dangereux »;
- N : « Le déchet prélevé est non minéral et non dangereux »;
- D : « Le déchet prélevé est dangereux »;
- R : « Le déchet prélevé est recyclable ».

On note $\bar{R}$ l'évènement contraire de l'évènement R .

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous représentant la situation de l'énoncé.



2. Justifier que la probabilité que le déchet soit dangereux et recyclable est égale à 0,0105.
3. Déterminer la probabilité $P(M \cap \bar{R})$ et interpréter la réponse obtenue dans le contexte de l'exercice.

4. Démontrer que la probabilité de l'évènement R est $P(R) = 0,6514$.
5. On suppose que le déchet prélevé est recyclable. Déterminer la probabilité que ce déchet soit non minéral et non dangereux. *On donnera la valeur arrondie au dix-millième.*

Partie B

On rappelle que la probabilité qu'un déchet prélevé au hasard soit recyclable est égale à 0,6514.

1. Afin de contrôler la qualité de la collecte dans l'entreprise, on prélève un échantillon de 20 déchets pris au hasard dans la production. On suppose que le stock est suffisamment important pour assimiler le prélèvement de cet échantillon à un tirage avec remise.
On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de déchets recyclables dans cet échantillon.
 - a. On admet que la variable aléatoire X suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.
 - b. Donner la probabilité que l'échantillon contienne exactement 14 déchets recyclables. *On donnera la valeur arrondie au dix-millième.*
2. Dans cette question, on prélève désormais n déchets, où n désigne un entier naturel strictement positif.
 - a. Donner l'expression en fonction de n de la probabilité p_n qu'aucun déchet de cet échantillon ne soit recyclable.
 - b. Déterminer la valeur de l'entier naturel n à partir de laquelle la probabilité qu'au moins un déchet du prélèvement soit recyclable est supérieure ou égale à 0,9999.

EXERCICE 40 - La Réunion jour 1 (28 mars 2023)

Une entreprise appelle des personnes par téléphone pour leur vendre un produit.

- L'entreprise appelle chaque personne une première fois :
 - la probabilité que la personne ne décroche pas est égale à 0,6;
 - si la personne décroche, la probabilité qu'elle achète le produit est égale à 0,3.
- Si la personne n'a pas décroché au premier appel, on procède à un second appel :
 - la probabilité que la personne ne décroche pas est égale à 0,3;
 - si la personne décroche, la probabilité qu'elle achète le produit est égale à 0,2.
- Si une personne ne décroche pas au second appel, on cesse de la contacter.

On choisit une personne au hasard et on considère les événements suivants :

D_1 : « la personne décroche au premier appel » ;

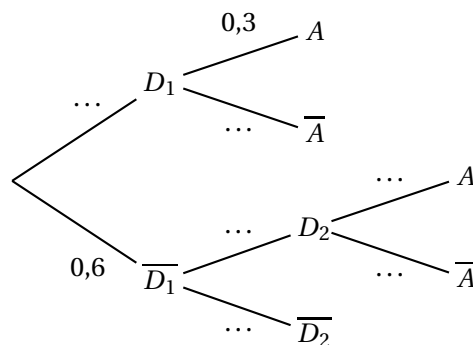
D_2 : « la personne décroche au deuxième appel » ;

A : « la personne achète le produit ».

Les deux parties peuvent être traitées de manière indépendante

Partie A

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-contre.
2. En utilisant l'arbre pondéré, montrer que la probabilité de l'évènement A est $P(A) = 0,204$.
3. On sait que la personne a acheté le produit.
Quelle est la probabilité qu'elle ait décroché au premier appel?



Partie B

On rappelle que, pour une personne donnée, la probabilité qu'elle achète le produit est égale à 0,204.

1. On considère un échantillon aléatoire de 30 personnes.
On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de personnes de l'échantillon qui achètent le produit.
 - a. On admet que X suit une loi binomiale. Donner, sans justifier, ses paramètres.
 - b. Déterminer la probabilité qu'exactement 6 personnes de l'échantillon achètent le produit. Arrondir le résultat au millième.
 - c. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X .

Interpréter le résultat.

2. Soit n un entier naturel non nul.
On considère désormais un échantillon de n personnes.
Déterminer la plus petite valeur de n telle que la probabilité qu'au moins l'une des personnes de l'échantillon achète le produit soit supérieure ou égale à 0,99.

EXERCICE 41 - La Réunion jour 2 (29 mars 2023)

Un commerçant vend deux types de matelas : matelas RESSORTS et matelas MOUSSE.

On suppose que chaque client achète un seul matelas.

On dispose des informations suivantes :

- 20 % des clients achètent un matelas RESSORTS.
Parmi eux, 90 % sont satisfaits de leur achat.
- 82 % des clients sont satisfaits de leur achat.

Les deux parties peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

On choisit au hasard un client et on note les événements :

- R : « le client achète un matelas RESSORTS »,
- S : « le client est satisfait de son achat ».

On note $x = P_{\bar{R}}(S)$, où $P_{\bar{R}}(S)$ désigne la probabilité de S sachant que R n'est pas réalisé.

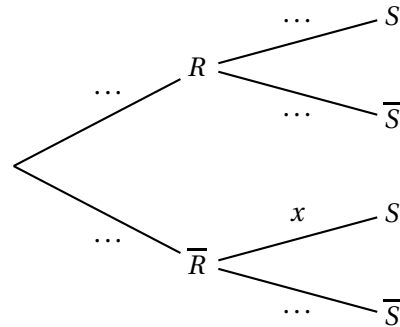
1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-contre décrivant la situation.

2. Démontrer que $x = 0,8$.

3. On choisit un client satisfait de son achat.

Quelle est la probabilité qu'il ait acheté un matelas RESSORTS?

On arrondira le résultat à 10^{-2} .



Partie B

1. On choisit 5 clients au hasard.

On considère la variable aléatoire X qui donne le nombre de clients satisfaits de leur achat parmi ces 5 clients.

- a. On admet que X suit une loi binomiale. Donner ses paramètres.
- b. Déterminer la probabilité qu'au plus trois clients soient satisfaits de leur achat.
On arrondira le résultat à 10^{-3} .

2. Soit n un entier naturel non nul.

On choisit à présent n clients au hasard. Ce choix peut être assimilé à un tirage au sort avec remise.

- a. On note p_n la probabilité que les n clients soient tous satisfaits de leur achat.
Démontrer que $p_n = 0,82^n$.
- b. Déterminer les entiers naturels n tels que $p_n < 0,01$.
Interpréter dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 42 - Nouvelle-Calédonie jour 1 (28 août 2023)

Une entreprise de location de bateaux de tourisme propose à ses clients deux types de bateaux : bateau à voile et bateau à moteur.

Par ailleurs, un client peut prendre l'option PILOTE. Dans ce cas, le bateau, qu'il soit à voile ou à moteur, est loué avec un pilote.

On sait que :

- 60 % des clients choisissent un bateau à voile ; parmi eux, 20 % prennent l'option PILOTE.
- 42 % des clients prennent l'option PILOTE.

On choisit au hasard un client et on considère les événements :

- V : « le client choisit un bateau à voile » ;
- L : « le client prend l'option PILOTE ».

Les trois parties peuvent être traitées de manière indépendante

Partie A

1. Traduire la situation par un arbre pondéré que l'on complètera au fur et à mesure.
2. Calculer la probabilité que le client choisisse un bateau à voile et qu'il ne prenne pas l'option PILOTE.
3. Démontrer que la probabilité que le client choisisse un bateau à moteur et qu'il prenne l'option PILOTE est égale à 0,30.
4. En déduire $P_{\overline{V}}(L)$, probabilité de L sachant que V n'est pas réalisé.
5. Un client a pris l'option PILOTE.

Quelle est la probabilité qu'il ait choisi un bateau à voile ? Arrondir à 0,01 près.

Partie B

Lorsqu'un client ne prend pas l'option PILOTE, la probabilité que son bateau subisse une avarie est égale à 0,12. Cette probabilité n'est que de 0,005 si le client prend l'option PILOTE.

On considère un client. On note A l'évènement : « son bateau subit une avarie ».

1. Déterminer $P(L \cap A)$ et $P(\overline{L} \cap A)$.
2. L'entreprise loue 1 000 bateaux.
À combien d'avaries peut-elle s'attendre ?

Partie C

On rappelle que la probabilité qu'un client donné prenne l'option PILOTE est égale à 0,42.

On considère un échantillon aléatoire de 40 clients. On note X la variable aléatoire comptant le nombre de clients de l'échantillon prenant l'option PILOTE.

1. On admet que la variable aléatoire X suit une loi binomiale. Donner sans justification ses paramètres.
2. Calculer la probabilité, arrondie à 10^{-3} , qu'au moins 15 clients prennent l'option PILOTE.

EXERCICE 43 - Nouvelle-Calédonie jour 2 (29 août 2023)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse fausse, une absence de réponse, ou une réponse multiple, ne rapporte ni n'en-lève de point.

L'énoncé ci-dessous est commun aux questions 1. et 2.

Les 200 adhérents d'un club sont des filles ou des garçons. Ces adhérents pratiquent l'aviron ou le basket selon la répartition figurant dans le tableau ci-dessous.

	Aviron	Basket	Total
Filles	25	80	105
Garçons	50	45	95
Total	75	125	200

On choisit un adhérent au hasard et on considère les événements suivants :

F : l'adhérent est une fille;

A : l'adhérent pratique l'aviron.

1. La probabilité de F sachant A est égale à :

a. $\frac{25}{100}$

b. $\frac{25}{75}$

c. $\frac{25}{105}$

d. $\frac{75}{105}$

2. La probabilité de l'évènement $A \cup F$ est égale à :

a. $\frac{9}{10}$

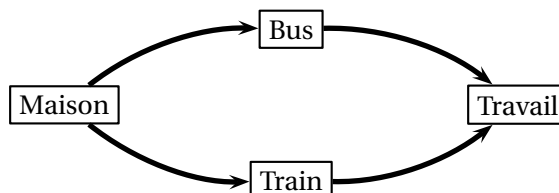
b. $\frac{1}{8}$

c. $\frac{31}{40}$

d. $\frac{5}{36}$

L'énoncé ci-dessous est commun aux questions 3. et 4.

Pour se rendre à son travail, Albert peut utiliser au choix le bus ou le train.



La probabilité que le bus soit en panne est égale à b .

La probabilité que le train soit en panne est égale à t .

Les pannes de bus et de train surviennent de façon indépendante.

3. La probabilité p_1 que le bus ou le train soient en panne est égale à :

a. $p_1 = bt$

b. $p_1 = 1 - bt$

c. $p_1 = b + t$

d. $p_1 = b + t - bt$

4. La probabilité p_2 que Albert puisse se rendre à son travail est égale à :

- a.** $p_2 = bt$ **b.** $p_2 = 1 - bt$ **c.** $p_2 = b + t$ **d.** $p_2 = b + t - bt$

5. On considère une pièce de monnaie pour laquelle la probabilité d'obtenir FACE est égale à x .

On lance la pièce n fois. Les lancers sont indépendants.

La probabilité p d'obtenir au moins une fois FACE sur les n lancers est égale à

- a.** $p = x^n$ **b.** $p = (1 - x)^n$ **c.** $p = 1 - x^n$ **d.** $p = 1 - (1 - x)^n$

EXERCICE 44 - Polynésie jour 1 (7 septembre 2023)

Une concession automobile vend des véhicules à moteur électrique et des véhicules à moteur thermique.

Certains clients, avant de se rendre sur le site de la concession, ont consulté la plate-forme numérique de la concession. On a ainsi observé que :

- 20 % des clients sont intéressés par les véhicules à moteur électrique et 80 % préfèrent s'orienter vers l'achat d'un véhicule à moteur thermique;
- lorsqu'un client souhaite acheter un véhicule à moteur électrique, la probabilité pour que le client ait consulté la plate-forme numérique est de 0,5;
- lorsqu'un client souhaite acheter un véhicule à moteur thermique, la probabilité pour que le client ait consulté la plate-forme numérique est de 0,375.

On considère les événements suivants :

- C : « un client a consulté la plate-forme numérique »;
- E : « un client souhaite acquérir un véhicule à moteur électrique »;
- T : « un client souhaite acquérir un véhicule à moteur thermique ».

Les clients font des choix indépendants les uns des autres.

- Calculer la probabilité qu'un client choisi au hasard souhaite acquérir un véhicule à moteur électrique et ait consulté la plate-forme numérique.
On pourra utiliser un arbre pondéré.
 - Démontrer que $P(C) = 0,4$.
 - On suppose qu'un client a consulté la plate-forme numérique.
Calculer la probabilité que le client souhaite acheter un véhicule à moteur électrique.
- La concession accueille quotidiennement 17 clients en moyenne.
On note X la variable aléatoire donnant le nombre de clients souhaitant acquérir un véhicule à moteur électrique.
 - Préciser la nature et les paramètres de la loi de probabilité suivie par X .
 - Calculer la probabilité qu'au moins trois des clients souhaitent acheter un véhicule à moteur électrique lors d'une journée.
Donner le résultat arrondi à 10^{-2} près.

EXERCICE 45 - Métropole jour 1 (11 septembre 2023)

Les parties **A** et **B** sont indépendantes.

Les probabilités demandées seront données à 10^{-3} près.

Pour aider à la détection de certaines allergies, on peut procéder à un test sanguin dont le résultat est soit positif, soit négatif.

Dans une population, ce test donne les résultats suivants :

- Si un individu est allergique, le test est positif dans 97 % des cas;
- Si un individu n'est pas allergique, le test est négatif dans 95,7 % des cas.

Par ailleurs, 20 % des individus de la population concernée présentent un test positif.

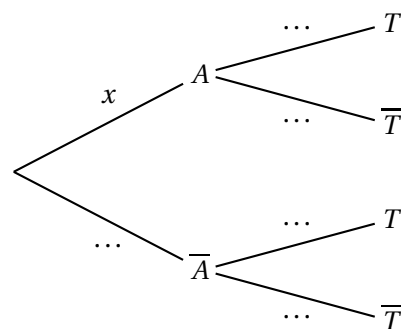
On choisit au hasard un individu dans la population, et on note :

- A l'évènement « l'individu est allergique »;
- T l'évènement « l'individu présente un test positif ».

On notera $\bar{A}$ et $\bar{T}$ les évènements contraires de A et T . On appelle par ailleurs x la probabilité de l'évènement A : $x = p(A)$.

Partie A

1. Reproduire et compléter l'arbre ci-contre décrivant la situation, en indiquant sur chaque branche la probabilité correspondante.
2.
 - a. Démontrer l'égalité : $p(T) = 0,927x + 0,043$.
 - b. En déduire la probabilité que l'individu choisi soit allergique.
3. Justifier par un calcul l'affirmation suivante :
« Si le test d'un individu choisi au hasard est positif, il y a plus de 80 % de chances que cet individu soit allergique ».



Partie B

On réalise une enquête sur les allergies dans une ville en interrogeant 150 habitants choisis au hasard, et on admet que ce choix se ramène à des tirages successifs indépendants avec remise.

On sait que la probabilité qu'un habitant choisi au hasard dans cette ville soit allergique est égale à 0,08.

On note X la variable aléatoire qui à un échantillon de 150 habitants choisis au hasard associe le nombre de personnes allergiques dans cet échantillon.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ?
Préciser ses paramètres.
2. Déterminer la probabilité que 20 personnes exactement parmi les 150 interrogées soient allergiques.
3. Déterminer la probabilité qu'au moins 10 % des personnes parmi les 150 interrogées soient allergiques.

EXERCICE 46 - Métropole jour 2 (12 septembre 2023)

La paratuberculose est une maladie digestive infectieuse qui touche les vaches. Elle est due à la présence d'une bactérie dans l'intestin de la vache.

On réalise une étude dans une région dont 0,4 % de la population de vaches est infectée. Il existe un test qui met en évidence la réaction immunitaire de l'organisme infecté par la bactérie.

Le résultat de ce test peut être soit « positif », soit « négatif ».

On choisit une vache au hasard dans la région.

Compte tenu des caractéristiques du test, on sait que :

- Si la vache est atteinte par l'infection, la probabilité que son test soit positif est de 0,992;
- Si la vache n'est pas atteinte par l'infection, la probabilité que son test soit négatif est de 0,984.

On désigne par :

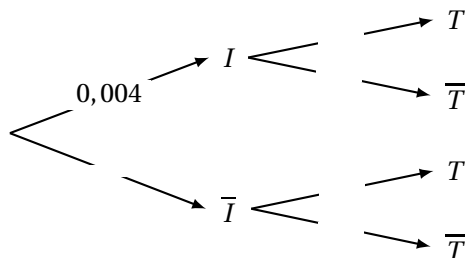
- I l'évènement « la vache est atteinte par l'infection »;
- T l'évènement « la vache présente un test positif ».

On note $\bar{I}$ l'évènement contraire de I et $\bar{T}$ l'évènement contraire de T .

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

1. Reproduire et compléter l'arbre pondéré ci-dessous modélisant la situation.



2.
 - a. Calculer la probabilité que la vache ne soit pas atteinte par l'infection et que son test soit négatif. On donnera le résultat à 10^{-3} près.
 - b. Montrer que la probabilité, à 10^{-3} près, que la vache présente un test positif est environ égale à 0,020.
 - c. La « valeur prédictive positive du test » est la probabilité que la vache soit atteinte par l'infection sachant que son test est positif. Calculer la valeur prédictive positive de ce test. On donnera le résultat à 10^{-3} près.
 - d. Le test donne une information erronée sur l'état de santé de la vache lorsque la vache n'est pas infectée et présente un résultat positif au test ou lorsque la vache est infectée et présente un résultat négatif au test.
Calculer la probabilité que ce test donne une information erronée sur l'état de santé de la vache. On donnera un résultat à 10^{-3} près.

Partie B

3. Lorsqu'on choisit au hasard dans la région un échantillon de 100 vaches, on assimile ce choix à un tirage avec remise.

On rappelle que, pour une vache choisie au hasard dans la région, la probabilité que le test soit positif est égale à 0,02.

On note X la variable aléatoire qui à un échantillon de 100 vaches de la région choisies au hasard associe le nombre de vaches présentant un test positif dans cet échantillon.

- a. Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ? Justifier la réponse et préciser les paramètres de cette loi.
 - b. Calculer la probabilité que dans un échantillon de 100 vaches, il y ait exactement 3 vaches présentant un test positif. On donnera un résultat à 10^{-3} près.
 - c. Calculer la probabilité que dans un échantillon de 100 vaches, il y ait au plus 3 vaches présentant un test positif. On donnera un résultat à 10^{-3} près.
4. On choisit à présent un échantillon de n vaches dans cette région, n étant un entier naturel non nul. On admet que l'on peut assimiler ce choix à un tirage avec remise. Déterminer la valeur minimale de n pour que la probabilité qu'il y ait, dans l'échantillon, au moins une vache testée positive, soit supérieure ou égale à 0,99.

EXERCICE 47 - Amérique du Sud jour 1 (26 septembre 2023)

1. Entre 1998 et 2020, en France 18 221 965 accouchements ont été recensés, parmi lesquels 293 898 ont donné naissance à des jumeaux et 4 921 ont donné naissance à au moins trois enfants.

a. Avec une précision de 0,1 % calculer parmi tous les accouchements recensés, le pourcentage d'accouchements donnant naissance à des jumeaux sur la période 1998-2020.

b. Vérifier que le pourcentage d'accouchements qui ont donné naissance à au moins trois enfants est inférieur à 0,1 %.

On considère alors que ce pourcentage est négligeable.

On appelle accouchement ordinaire, un accouchement donnant naissance à un seul enfant.

On appelle accouchement double, un accouchement donnant naissance à exactement deux enfants.

On considère dans la suite de l'exercice qu'un accouchement est soit ordinaire, soit double.

La probabilité d'un accouchement ordinaire est égale à 0,984 et celle d'un accouchement double est alors égale à 0,016.

Les probabilités calculées dans la suite seront arrondies au millième.

2. On admet qu'un jour donné dans une maternité, on réalise n accouchements.

On considère que ces n accouchements sont indépendants les uns des autres.

On note X la variable aléatoire qui donne le nombre d'accouchements doubles pratiqués ce jour.

a. Dans le cas où $n = 20$, préciser la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X et calculer la probabilité qu'on réalise exactement un accouchement double.

b. Par la méthode de votre choix que vous explicitez, déterminer la plus petite valeur de n telle que $p(X \geq 1) \geq 0,99$.

Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

3. Dans cette maternité, parmi les naissances double, on estime qu'il y a 30 % de jumeaux monozygotes (appelés « vrais jumeaux » qui sont obligatoirement de même sexe : deux garçons ou deux filles) et donc 70 % de jumeaux dizygotes (appelés « faux jumeaux », qui peuvent être de sexes différents : deux garçons, deux filles ou un garçon et une fille).

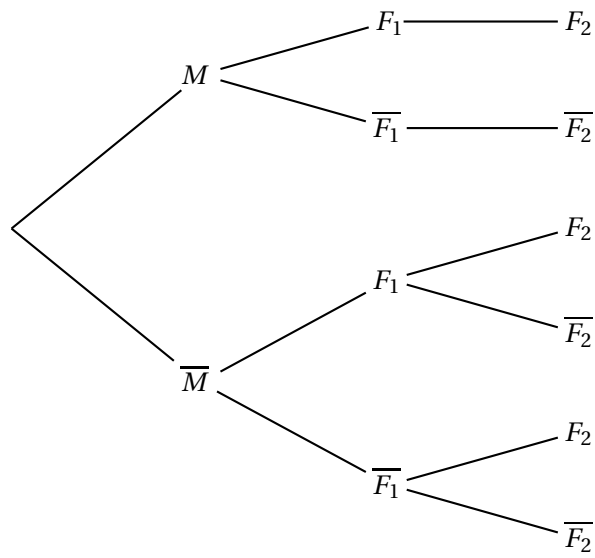
Dans le cas de naissances doubles, on admet que, comme pour les naissances ordinaires, la probabilité d'être une fille à la naissance est égale à 0,49 et que celle d'être un garçon à la naissance est égale à 0,51.

Dans le cas d'une naissance double de jumeaux dizygotes, on admet aussi que le sexe du second nouveau-né des jumeaux est indépendant du sexe du premier nouveau-né.

On choisit au hasard un accouchement double réalisé dans cette maternité et on considère les événements suivants :

- M : « les jumeaux sont monozygotes » ;
- F_1 : « le premier nouveau-né est une fille » ;
- F_2 : « le second nouveau-né est une fille ».

On notera $p(A)$ la probabilité de l'évènement A et $\bar{A}$ l'évènement contraire de A .



- a. Recopier puis compléter l'arbre pondéré ci-dessus.
- b. Montrer que la probabilité que les deux nouveaux-nés soient des filles est 0,315 07.
- c. Les deux nouveaux-nés sont des jumelles. Calculer la probabilité qu'elles soient monozygotes.

EXERCICE 48 - Amérique du Sud jour 2 (27 septembre 2023)

Partie A

Un jeu proposé dans une fête foraine consiste à effectuer trois tirs successivement sur une cible mouvante.

On a constaté que :

- Si le joueur atteint la cible lors d'un tir alors il ne l'atteint pas lors du tir suivant dans 65 % des cas ;
- Si le joueur n'atteint pas la cible lors d'un tir alors il l'atteint lors du tir suivant dans 50 % des cas.

La probabilité qu'un joueur atteigne la cible lors de son premier tir est de 0,6.

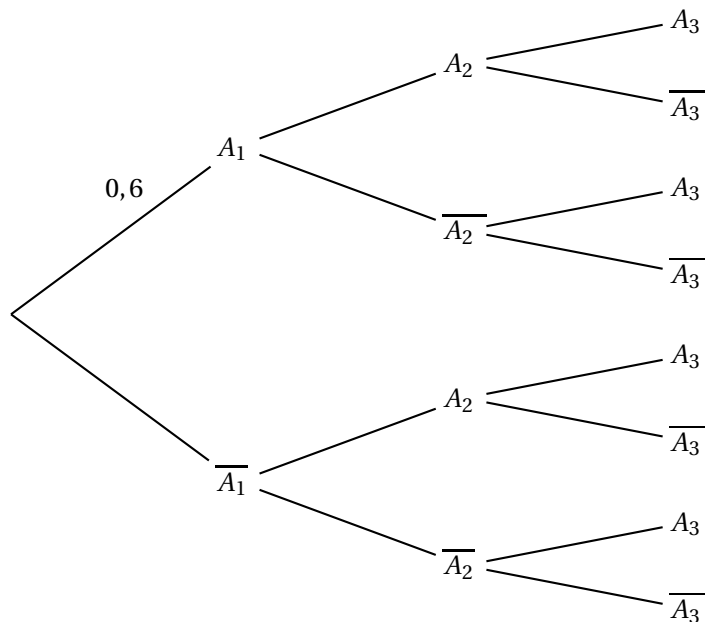
Pour tout évènement A , on note $p(A)$ sa probabilité et $\bar{A}$ l'évènement contraire de A .

On choisit au hasard un joueur à ce jeu de tirs.

On considère les évènements suivants :

- A_1 : « Le joueur atteint la cible lors du 1^{er} tir »
- A_2 : « Le joueur atteint la cible lors du 2^e tir »
- A_3 : « Le joueur atteint la cible lors du 3^e tir ».

1. Recopier et compléter, avec les probabilités correspondantes sur chaque branche, l'arbre pondéré ci-dessous modélisant la situation.



Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre de fois où le joueur atteint sa cible au cours des trois tirs.

2. Montrer que la probabilité que le joueur atteigne exactement deux fois la cible au cours des trois tirs est égale à 0,4015.
3. L'objectif de cette question est de calculer l'espérance de la variable aléatoire X , notée $E(X)$.

- a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous donnant la loi de probabilité de la variable aléatoire X .

$X = x_i$	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,1			0,073 5

- b. Calculer $E(X)$.
- c. Interpréter le résultat précédent dans le contexte de l'exercice.

Partie B

On considère N , un entier naturel supérieur ou égal à 1.

Un groupe de N personnes se présente à ce stand pour jouer à ce jeu dans des conditions identiques et indépendantes.

Un joueur est déclaré gagnant lorsqu'il atteint trois fois la cible.

On note Y la variable aléatoire qui compte parmi les N personnes le nombre de joueurs déclarés gagnants.

1. Dans cette question, $N = 15$.
 - a. Justifier que Y suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.
 - b. Donner la probabilité, arrondie à 10^{-3} , qu'exactly 5 joueurs soient gagnants à ce jeu.
2. Par la méthode de votre choix, que vous explicitez, déterminer le nombre minimum de personnes qui doivent se présenter à ce stand pour que la probabilité qu'il y ait au moins un joueur gagnant soit supérieure ou égale à 0,98.

EXERCICE 49 - Amérique du Nord jour 1 (21 mai 2024)

Un jeu vidéo récompense par un objet tiré au sort les joueurs ayant remporté un défi. L'objet tiré peut être « commun » ou « rare ». Deux types d'objets communs ou rares sont disponibles, des épées et des boucliers.

Les concepteurs du jeu vidéo ont prévu que :

- la probabilité de tirer un objet rare est de 7 %;
- si on tire un objet rare, la probabilité que ce soit une épée est de 80 %;
- si on tire un objet commun, la probabilité que ce soit une épée est de 40 %.

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Un joueur vient de remporter un défi et tire au sort un objet. On note :

- R l'évènement « le joueur tire un objet rare »;
- E l'évènement « le joueur tire une épée »;
- $\bar{R}$ et $\bar{E}$ les évènements contraires des évènements R et E .

1. Dresser un arbre pondéré modélisant la situation, puis calculer $P(R \cap E)$.
2. Calculer la probabilité de tirer une épée.
3. Le joueur a tiré une épée. Déterminer la probabilité que ce soit un objet rare. Arrondir le résultat au millièm.

Partie B

Un joueur remporte 30 défis.

On note X la variable aléatoire correspondant au nombre d'objets rares que le joueur obtient après avoir remporté 30 défis. Les tirages successifs sont considérés comme indépendants.

1. Déterminer, en justifiant, la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X . Préciser ses paramètres, ainsi que son espérance.
2. Déterminer $P(X < 6)$. Arrondir le résultat au millièm.
3. Déterminer la plus grande valeur de k telle que $P(X \geq k) \geq 0,5$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
4. Les développeurs du jeu vidéo veulent proposer aux joueurs d'acheter un « ticket d'or » qui permet de tirer N objets. La probabilité de tirer un objet rare reste de 7 %. Les développeurs aimeraient qu'en achetant un ticket d'or, la probabilité qu'un joueur obtienne au moins un objet rare lors de ces N tirages soit supérieure ou égale à 0,95.
Déterminer le nombre minimum d'objets à tirer pour atteindre cet objectif. On veillera à détailler la démarche mise en œuvre.

EXERCICE 50 - Amérique du Nord jour 2 (22 mai 2024)

Les données publiées le 1^{er} mars 2023 par le ministère de la transition écologique sur les immatriculations de véhicules particuliers en France en 2022 contiennent les informations suivantes :

- 22,86 % des véhicules étaient des véhicules neufs;
- 8,08 % des véhicules neufs étaient des hybrides rechargeables;
- 1,27 % des véhicules d'occasion (c'est-à-dire qui ne sont pas neufs) étaient des hybrides rechargeables.

Dans tout l'exercice, les probabilités seront arrondies au dix-millième.

Partie I

Dans cette partie, on considère un véhicule particulier immatriculé en France en 2022. On note :

- N l'évènement « le véhicule est neuf »;
- R l'évènement « le véhicule est hybride rechargeable »;
- $\overline{N}$ et $\overline{R}$ les évènements contraires des évènements contraires de N et R .

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que ce véhicule soit neuf et hybride rechargeable.
3. Démontrer que la valeur arrondie au dix-millième de la probabilité que ce véhicule soit hybride rechargeable est 0,0283.
4. Calculer la probabilité que ce véhicule soit neuf sachant qu'il est hybride rechargeable.

Partie II

Dans cette partie, on choisit 500 véhicules particuliers hybrides rechargeables immatriculés en France en 2022.

Dans la suite, on admettra que la probabilité qu'un tel véhicule soit neuf est égale à 0,65. On assimile le choix de ces 500 véhicules à un tirage aléatoire avec remise.

On appelle X la variable aléatoire représentant le nombre de véhicules neufs parmi les 500 véhicules choisis.

1. On admet que la variable aléatoire X suit une loi binomiale. Préciser la valeur de ses paramètres.
2. Déterminer la probabilité qu'exactement 325 de ces véhicules soient neufs.
3. Déterminer la probabilité $p(X \geq 325)$ puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie III

On choisit désormais n véhicules particuliers hybrides rechargeables immatriculés en France en 2022, où n désigne un entier naturel strictement positif.

On rappelle que la probabilité qu'un tel véhicule soit neuf est égale à 0,65.

On assimile le choix de ces n véhicules à un tirage aléatoire avec remise.

1. Donner l'expression en fonction de n de la probabilité p_n que tous ces véhicules soient d'occasion.
2. On note q_n la probabilité qu'au moins un de ces véhicules soit neuf. En résolvant une inéquation, déterminer la plus petite valeur de n telle que $q_n \geq 0,9999$.

Exercice 51 - Centres Etrangers Jour 1 (5 juin 2024)

Partie A

On définit la fonction f sur l'intervalle $[0; 1]$ par :

$$f(x) = \frac{0,96x}{0,93x + 0,03}.$$

1. Démontrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0; 1]$,

$$f'(x) = \frac{0,0288}{(0,93x + 0,03)^2}.$$

2. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0; 1]$.

Partie B

La lutte contre le dopage passe notamment par la réalisation de contrôles antidopage qui visent à déterminer si un sportif a fait usage de substances interdites.

Lors d'une compétition rassemblant 1 000 sportifs, une équipe médicale teste tous les concurrents. On propose d'étudier la fiabilité de ce test.

On appelle x le réel compris entre 0 et 1 qui désigne la proportion de sportifs dopés.

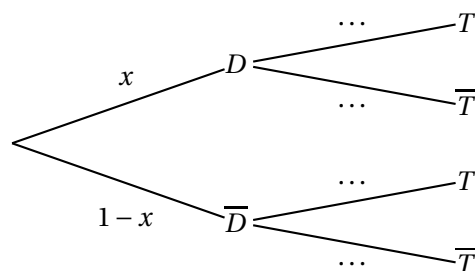
Lors de l'élaboration de ce test, on a pu déterminer que :

- la probabilité qu'un sportif soit déclaré positif sachant qu'il est dopé est égale à 0,96;
- la probabilité qu'un sportif soit déclaré positif sachant qu'il n'est pas dopé est égale à 0,03.

On note :

- D l'évènement : « le sportif est dopé ».
- T l'évènement : « le test est positif ».

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :



2. Déterminer, en fonction de x , la probabilité qu'un sportif soit dopé et ait un test positif.
3. Démontrer que la probabilité de l'évènement T est égale à $0,93x + 0,03$.
4. Pour cette question uniquement, on suppose qu'il y a 50 sportifs dopés parmi les 1 000 testés.

La fonction f désigne la fonction définie à la partie A.

Démontrer que la probabilité qu'un sportif soit dopé sachant que son test est positif est égale à $f(0,05)$. En donner une valeur arrondie au centième.

5. On appelle valeur prédictive positive d'un test la probabilité que le sportif soit réellement dopé lorsque le résultat du test est positif.

- a. Déterminer à partir de quelle valeur de x la valeur prédictive positive du test étudié sera supérieure ou égale à 0,9. Arrondir le résultat au centième.
- b. Un responsable de la compétition décide de ne plus tester l'ensemble des sportifs, mais de cibler les sportifs les plus performants supposés être plus fréquemment dopés.

Quelle est la conséquence de cette décision sur la valeur prédictive positive du test?

Argumenter en utilisant un résultat de la partie A.

Exercice 52 - Centres Etrangers Jour 2 (6 juin 2024)

Un sac opaque contient huit jetons numérotés de 1 à 8, indiscernables au toucher.

À trois reprises, un joueur pioche un jeton dans ce sac, note son numéro, puis le remet dans le sac.

Dans ce contexte, on appelle « tirage » la liste ordonnée des trois numéros obtenus.

Par exemple, si le joueur pioche le jeton numéro 4, puis le jeton numéro 5, puis le jeton numéro 1, alors le tirage correspondant est (4; 5; 1).

1. Déterminer le nombre de tirages possibles.
2.
 - a. Déterminer le nombre de tirages sans répétition de numéro.
 - b. En déduire le nombre de tirages contenant au moins une répétition de numéro.

On note X_1 la variable aléatoire égale au numéro du premier jeton pioché, X_2 celle égale au numéro du deuxième jeton pioché et X_3 celle égale au numéro du troisième jeton pioché.

Puisqu'il s'agit d'un tirage avec remise, les variables aléatoires X_1 , X_2 , et X_3 sont indépendantes et suivent la même loi de probabilité.

3. Établir la loi de probabilité de la variable aléatoire X_1
4. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire X_1

On note $S = X_1 + X_2 + X_3$ la variable aléatoire égale à la somme des numéros des trois jetons piochés.

5. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire S .
6. Déterminer $P(S = 24)$.
7. Si un joueur obtient une somme supérieure ou égale à 22, alors il gagne un lot.
 - a. Justifier qu'il existe exactement 10 tirages permettant de gagner un lot.
 - b. En déduire la probabilité de gagner un lot.

Exercice 53 - Asie jour 1 (10 juin 2024)

Dans la revue *Lancet Public Health*, les chercheurs affirment qu'au 11 mai 2020, 5,7 % des adultes français avaient déjà été infectés par la COVID 19.

Source : [https://www.thelancet.com/journals/lanpub/article/PIIS2468-2667\(21\)00064-5/fulltext](https://www.thelancet.com/journals/lanpub/article/PIIS2468-2667(21)00064-5/fulltext)

On se servira de cette donnée pour les parties A et B de cet exercice.

Partie A

1. On prélève un individu dans la population française adulte au 11 mai 2020.

On note I l'évènement : « l'adulte a déjà été infecté par la COVID 19 »

Quelle est la probabilité que cet individu prélevé ait déjà été infecté par la COVID 19?

2. On prélève un échantillon de 100 personnes de la population supposées choisies de façon indépendante les unes des autres.

On assimile ce prélèvement à un tirage avec remise.

On appelle X la variable aléatoire qui compte le nombre de personnes ayant déjà été infectées.

- a. Justifiez que X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
- b. Calculer son espérance mathématique. Interpréter ce résultat dans le cadre de l'exercice.
- c. Quelle est la probabilité qu'il n'y ait aucune personne infectée dans l'échantillon?
On donnera une valeur approchée à 10^{-4} près du résultat.
- d. Quelle est la probabilité qu'il y ait au moins 2 personnes infectées dans l'échantillon?
On donnera une valeur approchée à 10^{-4} près du résultat.
- e. Déterminer le plus petit entier n tel que $P(X \leq n) > 0,9$.
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie B :

Un test a été mis en place : celui-ci permet de déterminer (même longtemps après l'infection), si une personne a ou non déjà été infectée par la COVID 19.

Si le test est positif, cela signifie que la personne a déjà été infectée par la COVID 19.

Deux paramètres permettent de caractériser ce test : sa sensibilité et sa spécificité.

La **sensibilité** d'un test est la probabilité qu'il soit positif sachant que la personne a été infectée par la maladie. (Il s'agit donc d'un vrai positif).

La **spécificité** d'un test est la probabilité que le test soit négatif sachant que la personne n'a pas été infectée par la maladie. (Il s'agit donc d'un vrai négatif).

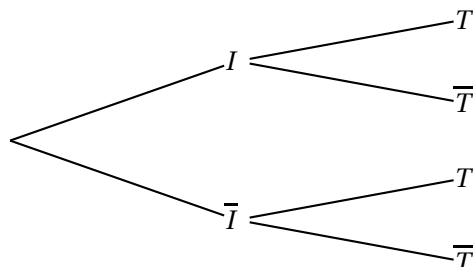
Le fabricant du test fournit les caractéristiques suivantes :

- Sa sensibilité est de 0,8.
- Sa spécificité est de 0,99.

On prélève un individu soumis au test dans la population française adulte au 11 mai 2020.

On note T l'évènement « le test réalisé est positif ».

1. Compléter l'arbre des probabilités ci-dessous avec les données de l'énoncé :



2. Montrer que $p(T) = 0,05503$.
3. Quelle est la probabilité qu'un individu ait été infecté sachant que son test est positif?

On donnera une valeur approchée à 10^{-4} près du résultat.

Partie C :

On considère un groupe d'une population d'un autre pays soumis au même test de sensibilité 0,8 et de spécificité 0,99.

Dans ce groupe la proportion d'individus ayant un test positif est de 29,44 %.

On choisit au hasard un individu de ce groupe; quelle est la probabilité qu'il ait été infecté?

Exercice 54 - Asie Jour 2 (11 juin 2024)

Léa passe une bonne partie de ses journées à jouer à un jeu vidéo et s'intéresse aux chances de victoire de ses prochaines parties.

Elle estime que si elle vient de gagner une partie, elle gagne la suivante dans 70 % des cas.

Mais si elle vient de subir une défaite, d'après elle, la probabilité qu'elle gagne la suivante est de 0,2.

De plus, elle pense avoir autant de chance de gagner la première partie que de la perdre.

On s'appuiera sur les affirmations de Léa pour répondre aux questions de cet exercice.

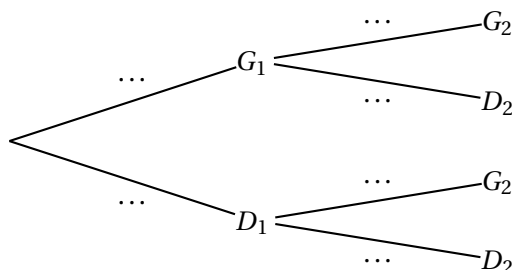
Pour tout entier naturel n non nul, on définit les événements suivants :

- G_n : « Léa gagne la n -ième partie de la journée »;
- D_n : « Léa perd la n -ième partie de la journée ».

Pour tout entier naturel n non nul, on note g_n la probabilité de l'évènement G_n .

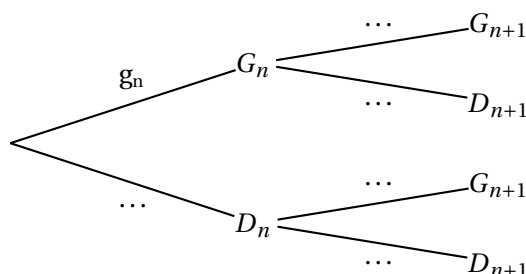
On a donc $g_1 = 0,5$.

1. Quelle est la valeur de la probabilité conditionnelle $p_{G_1}(D_2)$?
2. Recopier et compléter l'arbre des probabilités ci-dessous qui modélise la situation pour les deux premières parties de la journée :



3. Calculer g_2 .
4. Soit n un entier naturel non nul.
 - a. Recopier et compléter l'arbre des probabilités ci-dessous qui modélise la situation pour les n -ième et $(n+1)$ -ième parties de la journée.
 - b. Justifier que pour tout entier naturel n non nul,

$$g_{n+1} = 0,5g_n + 0,2.$$



5. Pour tout entier naturel n non nul, on pose $v_n = g_n - 0,4$.

a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique.

On précisera son premier terme et sa raison.

b. Montrer que, pour tout entier naturel n non nul :

$$g_n = 0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4.$$

6. Étudier les variations de la suite (g_n) .

7. Donner, en justifiant, la limite de la suite (g_n) .

Interpréter le résultat dans le contexte de l'énoncé.

8. Déterminer, par le calcul, le plus petit entier n tel que $g_n - 0,4 \leq 0,001$.

9. Recopier et compléter les lignes 4, 5 et 6 de la fonction suivante, écrite en langage Python, afin qu'elle renvoie le plus petit rang à partir duquel les termes de la suite (g_n) sont tous inférieurs ou égaux à $0,4 + e$, où e est un nombre réel strictement positif.

```
1▼ def seuil(e) :  
2    g=0.5  
3    n=1  
4▼ while ... :  
5        g = 0.5g+0.2  
6        n = ...  
7    return (n)
```

Remarque : Dans le sujet original, le symbole $*$ est omis dans la relation de récurrence de la suite à la ligne 5 du code Python. La retranscription de l'A.P.M.E.P. a corrigé cet oubli à supposer que s'en soit un. L'énoncé ci-dessus est fidèle à la version originale du sujet compte tenu de la question qui demande de compléter les lignes 4, 5 et 6.

Exercice 55 - Métropole jour 1 (19 juin 2024)

Une agence de marketing a étudié la satisfaction des clients concernant le service clientèle à l'occasion de l'achat d'un téléviseur. Ces achats ont été réalisés soit sur internet, soit dans une chaîne de magasins d'électroménager, soit dans une enseigne de grandes surfaces. Les achats sur internet représentent 60 % des ventes, les achats en magasin d'électroménager 30 % des ventes et ceux en grandes surfaces 10 % des ventes.

Une enquête montre que la proportion des clients satisfaits du service clientèle est de :

- 75 % pour les clients sur internet;
- 90 % pour les clients en magasin d'électroménager;
- 80 % pour les clients en grande surface.

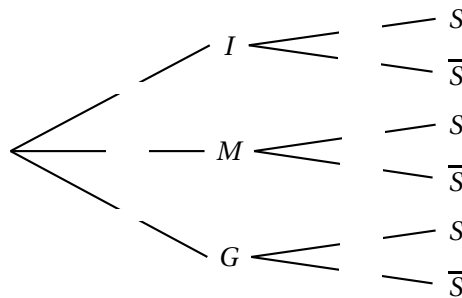
On choisit au hasard un client ayant acheté le modèle de téléviseur concerné.

On définit les événements suivants :

- I : « le client a effectué son achat sur internet »;
- M : « le client a effectué son achat en magasin d'électroménager »;
- G : « le client a effectué son achat en grande surface »;
- S : « le client est satisfait du service clientèle ».

Si A est un événement quelconque, on notera $\bar{A}$ son événement contraire et $P(A)$ sa probabilité.

1. Reproduire et compléter l'arbre ci-contre.



2. Calculer la probabilité que le client ait réalisé son achat sur internet et soit satisfait du service clientèle.
3. Démontrer que $P(S) = 0,8$.
4. Un client est satisfait du service clientèle. Quelle est la probabilité qu'il ait effectué son achat sur internet? On donnera un résultat arrondi à 10^{-3} près.

5. Pour réaliser l'étude, l'agence doit contacter chaque jour 30 clients parmi les acheteurs du téléviseur. On suppose que le nombre de clients est suffisamment important pour assimiler le choix des 30 clients à un tirage avec remise. On note X la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 30 clients, associe le nombre de clients satisfaits du service clientèle.
 - a. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
 - b. Déterminer la probabilité, arrondie à 10^{-3} près, qu'au moins 25 clients soient satisfaits dans un échantillon de 30 clients contactés sur une même journée.
6. En résolvant une inéquation, déterminer la taille minimale de l'échantillon de clients à contacter pour que la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux ne soit pas satisfait soit supérieure à 0,99.
7. Dans les deux questions a. et b. qui suivent, on ne s'intéresse qu'aux seuls achats sur internet.
 Lorsqu'une commande de téléviseur est passée par un client, on considère que le temps de livraison du téléviseur est modélisé par une variable aléatoire T égale à la somme de deux variables aléatoires T_1 et T_2 .
 La variable aléatoire T_1 modélise le nombre entier de jours pour l'acheminement du téléviseur depuis un entrepôt de stockage vers une plateforme de distribution. La variable aléatoire T_2 modélise le nombre entier de jours pour l'acheminement du téléviseur depuis cette plateforme jusqu'au domicile du client.
 On admet que les variables aléatoires T_1 et T_2 sont indépendantes, et on donne :
 - L'espérance $E(T_1) = 4$ et la variance $V(T_1) = 2$;
 - L'espérance $E(T_2) = 3$ et la variance $V(T_2) = 1$.
 - a. Déterminer l'espérance $E(T)$ et la variance $V(T)$ de la variable aléatoire T .
 - b. Un client passe une commande de téléviseur sur internet. Justifier que la probabilité qu'il reçoive son téléviseur entre 5 et 9 jours après sa commande est supérieure ou égale à $\frac{2}{3}$.

Exercice 56 - Métropole jour 2 (20 juin 2024)

La directrice d'une école souhaite réaliser une étude auprès des étudiants qui ont passé l'examen de fin d'étude, pour analyser la façon dont ils pensent avoir réussi cet examen.

Pour cette étude, on demande aux étudiants à l'issue de l'examen de répondre individuellement à la question : « Pensez-vous avoir réussi l'examen? ».

Seules les réponses « oui » ou « non » sont possibles, et on observe que 91,7 % des étudiants interrogés ont répondu « oui ».

Suite à la publication des résultats à l'examen, on découvre que :

- 65 % des étudiants ayant échoué ont répondu « non » ;
- 98 % des étudiants ayant réussi ont répondu « oui ».

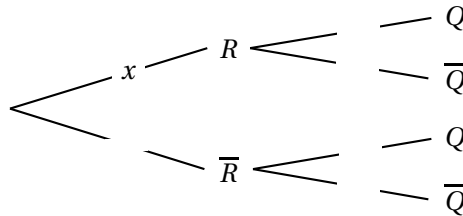
On interroge au hasard un étudiant qui a passé l'examen.

On note R l'évènement « l'étudiant a réussi l'examen » et Q l'évènement « l'étudiant a répondu « oui » à la question ».

Pour un évènement A quelconque, on note $P(A)$ sa probabilité et $\bar{A}$ son évènement contraire.

Dans tout l'exercice, les probabilités sont, si besoin, arrondies à 10^{-3} près.

1. Préciser les valeurs des probabilités $P(Q)$ et $P_{\bar{R}}(\bar{Q})$.
2. On note x la probabilité que l'étudiant interrogé ait réussi l'examen.
 - a. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous.



- b. Montrer que $x = 0,9$.
3. L'étudiant interrogé a répondu « oui » à la question.

Quelle est la probabilité qu'il ait réussi l'examen?
 4. La note obtenue par un étudiant interrogé au hasard est un nombre entier entre 0 et 20. On suppose qu'elle est modélisée par une variable aléatoire N qui suit la loi binomiale de paramètres $(20 ; 0,615)$.

La directrice souhaite attribuer une récompense aux étudiants ayant obtenu les meilleurs résultats.

À partir de quelle note doit-elle attribuer les récompenses pour que 65 % des étudiants soient récompensés?

5. On interroge au hasard dix étudiants.

Les variables aléatoires $N_1, N_2, \dots, N_{10}$ modélisent la note sur 20 obtenue à l'examen par chacun d'entre eux. On admet que ces variables sont indépendantes et suivent la même loi binomiale de paramètres $(20 ; 0,615)$.

Soit S la variable définie par $S = N_1 + N_2 + \dots + N_{10}$.

Calculer l'espérance $E(S)$ et la variance $V(S)$ de la variable aléatoire S .

6. On considère la variable aléatoire $M = \frac{S}{10}$.

a. Que modélise cette variable aléatoire M dans le contexte de l'exercice?

b. Justifier que $E(M) = 12,3$ et $V(M) = 0,47355$.

c. À l'aide de l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, justifier l'affirmation ci-dessous.

« La probabilité que la moyenne des notes de dix étudiants pris au hasard soit strictement comprise entre 10,3 et 14,3 est d'au moins 80 % ».

Exercice 57 - Polynésie jour 2 (20 juin 2024)

Un sondage réalisé en France fournit les informations suivantes :

- 60 % des plus de 15 ans ont l'intention de regarder les jeux Olympiques et Paralympiques (JOP) de Paris 2024 à la télévision ;
- parmi ceux qui ont l'intention de regarder les JOP, 8 personnes sur 9 déclarent pratiquer une activité sportive régulière.

On choisit au hasard une personne de plus de 15 ans. On considère les événements suivants :

- J : « la personne a l'intention de regarder les JOP Paris 2024 à la télévision » ;
- S : « la personne choisie déclare pratiquer une activité sportive régulière ».

On note $\bar{J}$ et $\bar{S}$ leurs événements contraires.

Dans les questions 1. et 2., les probabilités seront données sous la forme d'une fraction irréductible.

1. Démontrer que la probabilité que la personne choisie ait l'intention de regarder les JOP de Paris 2024 à la télévision et déclare pratiquer une activité sportive régulière est de $\frac{8}{15}$.

On pourra s'appuyer sur un arbre pondéré.

Selon ce sondage, deux personnes sur trois parmi les plus de 15 ans déclarent pratiquer une activité sportive régulière.

2.
 - a. Calculer la probabilité que la personne choisie n'ait pas l'intention de regarder les JOP de Paris 2024 à la télévision et déclare pratiquer une activité sportive régulière.
 - b. En déduire la probabilité de S sachant $\bar{J}$ notée $P_{\bar{J}}(S)$.

Dans la suite de l'exercice, les résultats seront arrondis au millième.

3. Dans le cadre d'une opération de promotion, 30 personnes de plus de 15 ans sont choisies au hasard.

On assimile ce choix à un tirage avec remise.

On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de personnes déclarant pratiquer une activité sportive régulière parmi les 30 personnes.

- a. Déterminer la nature et les paramètres de la loi de probabilité suivie par X .

- b.** Calculer la probabilité qu'exactement 16 personnes déclarent pratiquer une activité sportive régulière parmi les 30 personnes.
- c.** La fédération française de judo souhaite offrir une place pour la finale de l'épreuve par équipe mixte de judo à l'Arena Champ-de-Mars pour chaque personne déclarant pratiquer une activité sportive régulière parmi ces 30 personnes.
Le prix d'une place s'élève à 380 € et on dispose d'un budget de 10 000 euros pour cette opération.
Quelle est la probabilité que ce budget soit insuffisant?

Exercice 58 - Polynésie Septembre (05 septembre 2024)

Une concession automobile vend deux sortes de véhicules :

- 60 % sont des véhicules tout-électrique ;
- 40 % sont des véhicules hybrides rechargeables.

75 % des acheteurs de véhicules tout-électrique et 52 % des acheteurs de véhicules hybrides ont la possibilité matérielle d'installer une borne de recharge à domicile.

On choisit un acheteur au hasard et on considère les événements suivants :

- E : « l'acheteur choisit un véhicule tout-électrique » ;
- B : « l'acheteur a la possibilité d'installer une borne de recharge à son domicile ».

Dans l'ensemble de l'exercice, les probabilités seront arrondies au millième si nécessaire.

1. Calculer la probabilité que l'acheteur choisisse un véhicule tout-électrique et qu'il ait la possibilité d'installer une borne de recharge à son domicile.
On pourra s'appuyer sur un arbre pondéré.
2. Démontrer que $P(B) = 0,658$.
3. Un acheteur a la possibilité d'installer une borne de recharge à son domicile. Quelle est la probabilité qu'il choisisse un véhicule tout-électrique ?

4. On choisit un échantillon de 20 acheteurs. On assimile ce prélèvement à un tirage avec remise.

On note X la variable aléatoire qui donne le nombre total d'acheteurs pouvant installer une borne de recharge à leur domicile parmi l'échantillon de 20 acheteurs.

- a. Déterminer la nature et les paramètres de la loi de probabilité suivie par X .
- b. Calculer $P(X = 8)$.
- c. Calculer la probabilité qu'au moins 10 acheteurs puissent installer une borne de recharge.
- d. Calculer l'espérance de X .
- e. La directrice de la concession décide d'offrir l'installation de la borne de recharge aux acheteurs ayant la possibilité d'en installer une à leur domicile. Cette installation coûte 1 200 €.

En moyenne, quelle somme doit-elle prévoir d'engager pour cette offre lors de la vente de 20 véhicules ?

Exercice 59 - Métropole Remplacement (11 septembre 2024)

Les deux parties sont indépendantes.

Un laboratoire fabrique un médicament conditionné sous forme de cachets.

Partie A

Un contrôle de qualité, portant sur la masse des cachets, a montré que 2 % des cachets ont une masse non conforme. Ces cachets sont conditionnés par boîtes de 100 choisis au hasard dans la chaîne de production. On admet que la conformité d'un cachet est indépendante de celle des autres.

On note N la variable aléatoire qui à chaque boîte de 100 cachets associe le nombre de cachets non conformes dans cette boîte.

1. Justifier que la variable aléatoire N suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer l'espérance de N et en donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.
3. On arrondira les résultats à 10^{-3} près.
 - a. Calculer la probabilité qu'une boîte contienne exactement trois cachets non conformes.
 - b. Calculer la probabilité qu'une boîte contienne au moins 95 cachets conformes.
4. Le directeur du laboratoire veut modifier le nombre de cachets par boîte pour pouvoir affirmer : « La probabilité qu'une boîte ne contienne que des cachets conformes est supérieure à 0,5 ».
Combien de cachets une boîte doit-elle contenir au maximum pour respecter ce critère? Justifier.

Partie B

On admet que les masses des cachets sont indépendantes les unes des autres. On prélève 100 cachets et on note M_i , pour i entier naturel compris entre 1 et 100, la variable aléatoire qui donne la masse en gramme du i -ème cachet prélevé.

On considère la variable aléatoire S définie par :

$$S = M_1 + M_2 + \dots + M_{100}.$$

On admet que les variables aléatoires $M_1, M_2, \dots, M_{100}$ suivent la même loi de probabilité d'espérance $\mu = 2$ et d'écart-type σ .

1. Déterminer $E(S)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
2. On note s l'écart type de la variable aléatoire S .
Montrer que : $s = 10\sigma$.
3. On souhaite que la masse totale, en gramme, des comprimés contenus dans une boîte soit strictement comprise entre 199 et 201 avec une probabilité au moins égale à 0,9.
 - a. Montrer que cette condition est équivalente à :

$$P(|S - 200| \geq 1) \leq 0,1.$$

- b. En déduire la valeur maximale de σ qui permet, à l'aide de l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, d'assurer cette condition.

Exercice 60 - Amérique du Sud Jour 1 (21 novembre 2024)

On dispose de deux urnes opaques U_1 et U_2 .

L'urne U_1 contient 4 boules noires et 6 boules blanches.

L'urne U_2 contient 1 boule noire et 3 boules blanches.

On considère l'expérience aléatoire suivante :

On pioche au hasard une boule dans U_1 que l'on place dans U_2 , puis on pioche au hasard une boule dans U_2 .

On note :

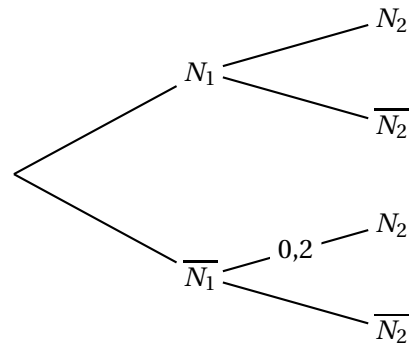
- N_1 l'évènement « Piocher une boule noire dans l'urne U_1 ».
- N_2 l'évènement « Piocher une boule noire dans l'urne U_2 ».

Pour tout évènement A , on note $\bar{A}$ son évènement contraire.

PARTIE A

1. On considère l'arbre de probabilités ci-contre.

- a. Justifier que la probabilité de piocher une boule noire dans l'urne U_2 sachant qu'on a pioché une boule blanche dans l'urne U_1 est 0,2.
- b. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre, en faisant apparaître sur chaque branche les probabilités des évènements concernés, sous forme décimale.



2. Calculer la probabilité de piocher une boule noire dans l'urne U_1 et une boule noire dans l'urne U_2 .
3. Justifier que la probabilité de piocher une boule noire dans l'urne U_2 est égale à 0,28.
4. On a pioché une boule noire dans l'urne U_2
Calculer la probabilité d'avoir pioché une boule blanche dans l'urne U_1 . On donnera le résultat sous forme décimale arrondie à 10^{-2} .

PARTIE B

n désigne un entier naturel non nul.

L'expérience aléatoire précédente est répétée n fois de façon identique et indépendante, c'est-à-dire que les urnes U_1 et U_2 sont remises dans leur configuration initiale, avec respectivement 4 boules noires et 6 boules blanches dans l'urne U_1 et 1 boule noire et 3 boules blanches dans l'urne U_2 , entre chaque expérience.

On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de fois où on pioche une boule noire dans l'urne U_2 .

On rappelle que la probabilité de piocher une boule noire dans l'urne U_2 est égale à 0,28 et celle de piocher une boule blanche dans l'urne U_2 est égale à 0,72.

1. Déterminer la loi de probabilité suivie par X . Justifier votre réponse.
2. Déterminer par le calcul le plus petit entier naturel n tel que :

$$1 - 0,72^n \geq 0,9.$$

3. Interpréter le résultat précédent dans le contexte de l'expérience.

PARTIE C

Dans cette partie les urnes U_1 et U_2 sont remises dans leur configuration initiale, avec respectivement 4 boules noires et 6 boules blanches dans l'urne U_1 et 1 boule noire et 3 boules blanches dans l'urne U_2 .

On considère la nouvelle expérience aléatoire suivante :

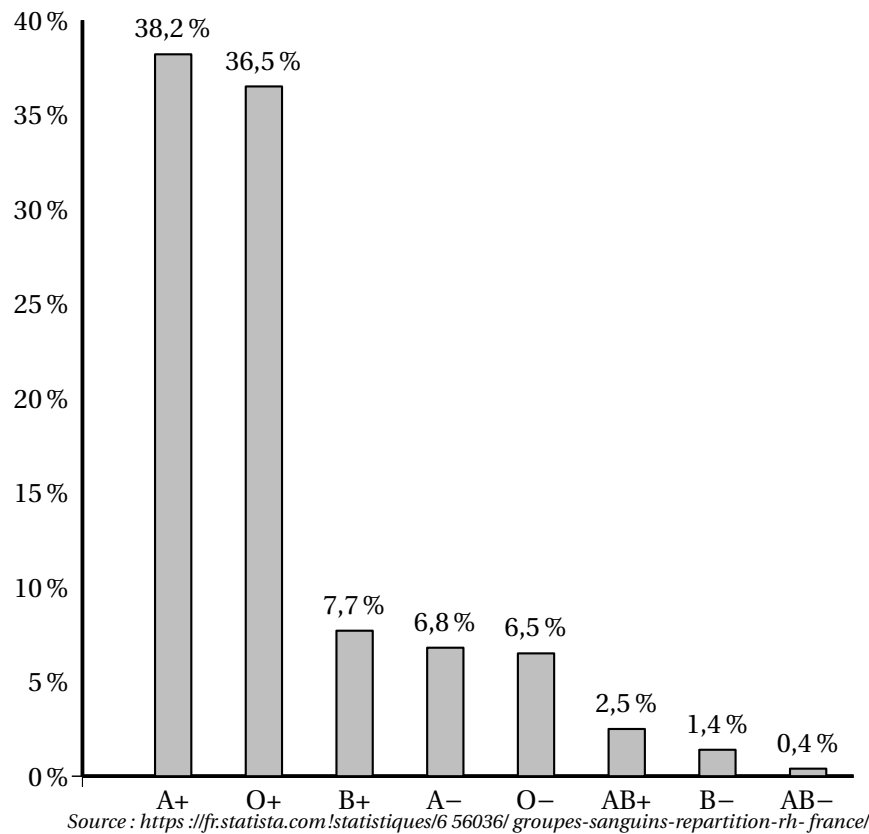
On pioche simultanément deux boules dans l'urne U_1 que l'on place dans l'urne U_2 , puis on pioche au hasard une boule dans l'urne U_2 .

1. Combien y a-t-il de tirages possibles de deux boules simultanément dans l'urne U_1 ?
2. Combien y a-t-il de tirages possibles de deux boules simultanément dans l'urne U_1 contenant exactement une boule blanche et une boule noire ?
3. La probabilité de piocher une boule noire dans l'urne U_2 avec cette nouvelle expérience est-elle supérieure à la probabilité de tirer une boule noire dans l'urne U_2 avec l'expérience de la partie A ? Justifier votre réponse.

On pourra s'aider d'un arbre pondéré modélisant cette expérience.

Exercice 61 - Amérique du Sud Jour 2 (22 novembre 2024)

Voici la répartition des principaux groupes sanguins des habitants de France :



A+, O+, B+, A-, O-, AB+, B- et AB- sont les différents groupes sanguins combinés aux rhésus.

Par exemple : A + est le groupe sanguin A de rhésus +.

Une expérience aléatoire consiste à choisir une personne au hasard dans la population française et à déterminer son groupe sanguin et son rhésus.

Dans l'exercice, on adopte les notations du type :

A + est l'évènement « la personne est de groupe sanguin A et de rhésus + »

A- est l'évènement « la personne est de groupe sanguin A et de rhésus - »

A est l'évènement « la personne est de groupe sanguin A »

Les parties 1 et 2 sont indépendantes.

Partie 1

On note $Rh+$ l'évènement « La personne est de rhésus positif ».

1. Justifier que la probabilité que la personne choisie soit de rhésus positif est égale à 0,849.
2. Démontrer à l'aide des données de l'énoncé que $P_{Rh+}(A) = 0,450$ à 0,001 près.
3. Une personne se souvient que son groupe sanguin est AB mais a oublié son rhésus. Quelle est la probabilité que son rhésus soit négatif? Arrondir le résultat à 0,001 près.

Partie 2

Dans cette partie, les résultats seront arrondis à 0,001 près.

Un donneur universel de sang est une personne de groupe sanguin O et de rhésus négatif. On rappelle que 6,5 % de la population française est de groupe O−.

1. On considère 50 personnes choisies au hasard dans la population française et on note X la variable aléatoire qui compte le nombre de donneurs universels.
 - a. Déterminer la probabilité que 8 personnes soient des donneurs universels. Justifier votre réponse.
 - b. On considère la fonction ci-dessous nommée `proba` d'argument k écrite en langage Python.

```
def proba(k) :  
    p=0  
    for i in range(k+1) :  
        p = p + binomiale(i,50,0.065)  
    return p
```

Cette fonction utilise la fonction binomiale d'argument i, n et p , créée pour l'occasion, qui renvoie la valeur de la probabilité $P(X = i)$ dans le cas où X suit une loi binomiale de paramètres n et p .

Déterminer la valeur numérique renvoyée par la fonction `proba` lorsqu'on saisit `proba(8)` dans la console Python. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

2. Quel est le nombre minimal de personnes à choisir au hasard dans la population française pour que la probabilité qu'au moins une des personnes choisies soit donneur universel, soit supérieure à 0,999.