GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

Vecteurs colinéaires : $\vec{u} = k\vec{v}$

Vecteurs orthogonaux : $\vec{u}.\vec{v} = 0$

Vecteurs coplanaires : $\vec{u} = \alpha\vec{v} + \beta\vec{w}$

Points A, B, C et D coplanaires : $\overrightarrow{AB} = \alpha\overrightarrow{AC} + \beta\overrightarrow{AD}$
(3 vecteurs de même origine)

Base de l'espace : 3 vecteurs non coplanaires.

GÉOMÉTRIE REPÉRÉE

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}$

$AB = \sqrt{x_{AB}^2 + y_{AB}^2 + z_{AB}^2}$

$I\ milieu\ de\ [AB]: I\left(\frac{x_A+x_B}{2}; \frac{y_A+y_B}{2}; \frac{z_A+z_B}{2}\right)$

ORTHOGONALITÉ

Vecteur normal ⇔ Vecteur orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan : on calcule 2 produits scalaires : $\vec{n}.\overrightarrow{AB} = 0$ et $\vec{n}.\overrightarrow{AC} = 0$ alors $\vec{n}$ normal au plan (ABC)

Projeté orthogonal : On montre qu'une droite est orthogonal à un plan avec le produit scalaire. On montre qu'un point appartient à la fois à la droite et au plan avec la colinéarité et la coplanarité. Ou bien on trouve l'intersection de la droite et du plan à partir des équations des deux objets quand on les connait.

ÉQUATIONS

Équation paramétrique de droite : Δ de vecteur directeur $\vec{u}$ passant par $A(x_A; y_A; z_A)$.

$$\Delta: \begin{cases} x = x_A + x_{\vec{u}} \times t \\ y = y_A + y_{\vec{u}} \times t\ , t \in \mathbb{R} \\ z = z_A + z_{\vec{u}} \times t \end{cases}$$

Équation cartésienne de plan de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$: $ax + by + cz + d = 0$. On trouve d avec les coordonnées d'un point du plan.

POSITIONS RELATIVES

1. Deux droites sont soit parallèles (voire confondues) soit sécantes, soit non coplanaires.

On vérifie la colinéarité ou non des vecteurs directeurs dont on trouve les coordonnées dans les équations paramétriques. Si colinéarité, les droites sont parallèles voire confondues.

On résout le système formé par les deux équations paramétriques :

- Si on trouve un unique couple de paramètres $(t; k)$ solutions, les droites sont sécantes.
- Si les paramètres disparaissent, les droites sont confondues.
- Si on trouve deux valeurs différentes pour un des paramètres, les droites sont non coplanaires.

(d_1) dirigée par $\vec{u}$
(d_2) dirigée par $\vec{v}$

$$\begin{cases} x_1 + x_{\vec{u}}t = x_2 + x_{\vec{v}}k \\ y_1 + y_{\vec{u}}t = y_2 + y_{\vec{v}}k \\ z_1 + z_{\vec{u}}t = z_2 + z_{\vec{v}}k \end{cases}$$

2. Une droite et un plan sont sécants ou parallèles On résout le système formé par l'équation paramétrique de la droite et l'équation cartésienne du plan.
On utilise les paramètres trouvés pour calculer les coordonnées du point d'intersection.

$$\begin{cases} x = x_1 + x_{\vec{u}}t \\ y = y_1 + y_{\vec{u}}t \\ z = z_1 + z_{\vec{u}}t \\ ax + by + cz + d = 0 \end{cases}$$