FONCTIONS

exponentielle

$f(x) = e^x \quad f'(x) = e^x \quad F(x) = e^x$

$(e^u)' = u'e^u$

logarithme népérien

$f(x) = \ln(x) \quad f'(x) = \frac{1}{x} \quad F(x) = x\ln(x) - x$

$(\ln(u))' = \frac{u'}{u}$

Limites par croissance comparée

$\lim\limits_{x \to -\infty} xe^x = 0 \qquad \lim\limits_{x \to +\infty} xe^{-x} = 0 \qquad \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty \qquad \lim\limits_{x \to 0} x\ln(x) = 0 \qquad \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$

Asymptotes

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = \ell$ $\Leftrightarrow C_f$ admet la droite d'équation $y = \ell$ comme asymptote horizontale.

$\lim\limits_{x \to \ell} f(x) = \pm\infty$ $\Leftrightarrow C_f$ admet la droite d'équation $x = \ell$ comme asymptote verticale.

Dérivation

Justifier la dérivabilité de f comme somme, produit, quotient ou composée de fonctions de référence.

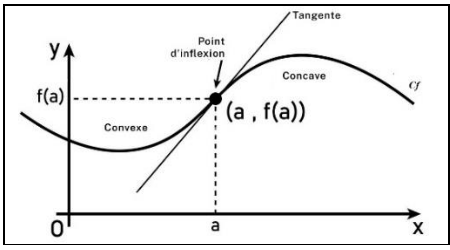
$(u \times v)' = u'v + v'u \qquad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2} \qquad \left(\sqrt{u}\right)' = \frac{u'}{2\sqrt{u}} \qquad \left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$

Tangente

$y = f'(a)(x - a) + f(a)$

$f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente

Convexité



- fonction convexe : C_f au-dessus de ses tangentes.
- fonction concave : C_f en dessous de ses tangentes.
- point d'inflexion : tangente traversante

x	$-\infty$		$+\infty$
$f''(x)$	$+$	0	$-$
f'	↗		↘
$f(x)$	convexe		concave

$f''(x) \geq 0 \Leftrightarrow f'\,croissante \Leftrightarrow f\ convexe$

$f''(x) \leq 0 \Leftrightarrow f'\,décroissante \Leftrightarrow f\ concave$

Point d'inflexion si f'' s'annule en changeant de signe

T.V.I.

Corollaire du théorème des valeurs intermédiaires : Résoudre $f(x) = k$.

f est continue (car dérivable) et strictement croissante (resp. décroissante) sur $[a\,;\ b]$.

$k \in [f(a); f(b)]$ (resp $k \in [f(b); f(a)]$).

D'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = k$ admet une unique solution α sur $[a; b]$.