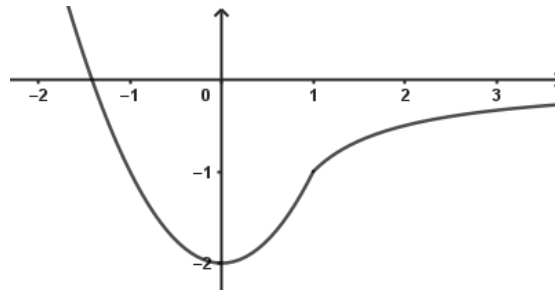


Exercice 1

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & \text{si } x < 1 \\ -\frac{1}{x}, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

1) Kelyann conjecture que la fonction f est continue sur $\mathbb{R}$ en utilisant la représentation graphique de la fonction f ci-dessous. Sur quel argument graphique s'appuie-t-il ?



2) Démontrer que la fonction f est continue sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2

Dans chacun des cas, dire si l'affirmation est vraie ou fausse en justifiant.

1. f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 2x & \text{si } x \geq 2 \\ e^{x-2} - 4 & \text{si } x < 2 \end{cases}$$

Affirmation n°1: La fonction f est continue sur $\mathbb{R}$.

2. Voici le tableau de variations d'une fonction f continue sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	-7	10	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	-1	30	0

Affirmation n°2: L'équation $f(x) = k$ admet exactement 2 solutions négatives pour tout réel k de l'intervalle $[-1; 0]$.

Exercice 3 [Ra-Ca-Co] (... / 2 pts) :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 4x - 3 & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{x+1}{x+2} & \text{si } x > -1 \end{cases}$

La fonction f est-elle continue sur $\mathbb{R}$? Justifier la réponse.

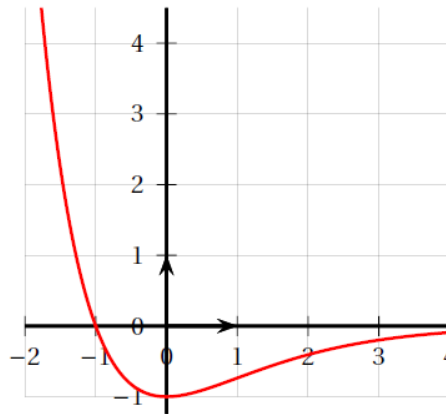
Exercice 4 [Re-Ca-Ra-Co] (/9 pts)

Partie A-Lectures Graphiques

On donne ci-dessous, dans le plan rapporté à un repère orthonormé, la courbe représentant la fonction dérivée f' d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$.

A l'aide du graphique, conjecturer, en justifiant :

- 1) les variations de f sur $\mathbb{R}$.
- 2) la convexité de f sur $\mathbb{R}$.



Courbe représentant la dérivée f' de la fonction f .

Partie B- Étude de la fonction f .

On admet que la fonction f , mentionnée dans la partie A, est définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (x + 2)e^{-x}.$$

On note C_f , la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

- 3) Déterminer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$ puis, si possible, interpréter graphiquement les résultats.
- 4) Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$ et dresser le tableau **complet** de variations de f sur $\mathbb{R}$.
- 5) Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution sur l'intervalle $] -1; +\infty[$ et en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.
- 6) Étudier la convexité de f sur $\mathbb{R}$ puis confirmer ou infirmer la conjecture émise à la question 2 de la partie A
- 7) Soit K le point de la courbe C_f , d'abscisse 0.
 - a. Que représente le point K pour la courbe C_f ?
 - b. Déterminer l'équation de la tangente T à la courbe C_f au point K d'abscisse 0.
 - c. Dédurre de ce qui précède la position relative de la courbe C_f par rapport à sa tangente T .