

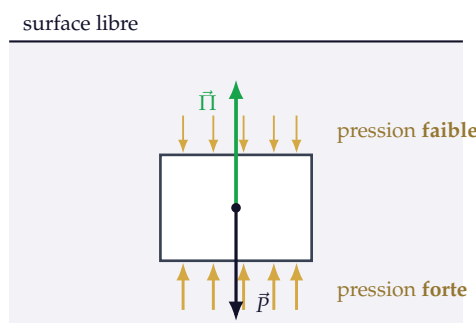
Mécanique des fluides

TERMINALE

1 L'origine de la poussée d'Archimède

Propriété

Dans un fluide au repos, la **pression augmente avec la profondeur**. Un corps immergé subit donc des forces pressantes plus intenses sur sa face **inférieure** que sur sa face **supérieure** : la résultante est dirigée **vers le haut**.



Définition

Tout corps immergé dans un fluide subit une **poussée d'Archimède** $\vec{\Pi}$, verticale, dirigée vers le haut, dont la valeur est égale au **poids du fluide déplacé** :

$$\vec{\Pi} = -\rho_{\text{fluide}} V_{\text{immergé}} \vec{g}$$

ρ en kg/m^3 , V en m^3 , Π en N. Le signe $-$ traduit le sens opposé à $\vec{g}$.

Dans cette expression, ρ est la masse volumique du **fluide**, jamais celle du solide ; et V est le volume **immergé**, qui n'est le volume total du corps que s'il est entièrement sous la surface. Ce sont les deux erreurs qui coûtent le plus de points.

Méthode — Poids apparent d'un solide immergé

Un cube d'aluminium de 10,0 cm d'arête ($\rho_{\text{Al}} = 2700 \text{ kg}/\text{m}^3$) est totalement immergé dans l'eau. On prend $g = 9,81 \text{ N}/\text{kg}$.

1. Volume et poids du cube :

$$V = (0,100)^3 = 1,00 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \quad m = \rho_{\text{Al}} V = 2700 \times 1,00 \times 10^{-3} = 2,70 \text{ kg}$$

$$P = m g = 2,70 \times 9,81 = 26,5 \text{ N}$$

2. Poussée d'Archimède, avec $\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg}/\text{m}^3$:

$$\Pi = \rho_{\text{eau}} V g = 1000 \times 1,00 \times 10^{-3} \times 9,81 = 9,81 \text{ N}$$

3. Poids apparent — ce qu'indique le dynamomètre :

$$P_{\text{app}} = P - \Pi = 26,5 - 9,81 = 16,7 \text{ N}$$

4. Le cube pèse donc 37 % moins lourd dans l'eau. Comme $\Pi < P$, il **coule** : c'est cohérent, puisque $\rho_{\text{Al}} > \rho_{\text{eau}}$.

Propriété

Condition de flottaison. Un corps flotte si $\rho_{\text{corps}} < \rho_{\text{fluide}}$. À l'équilibre, la poussée compense exactement le poids, et la fraction immergée vaut

$$\frac{V_{\text{immergé}}}{V_{\text{total}}} = \frac{\rho_{\text{corps}}}{\rho_{\text{fluide}}}$$

Méthode — La partie émergée de l'iceberg

Glace : $\rho_g = 917 \text{ kg/m}^3$; eau de mer : $\rho_m = 1025 \text{ kg/m}^3$.

1. À l'équilibre, $\Pi = P$:

$$\rho_m V_{\text{imm}} g = \rho_g V_{\text{tot}} g \quad \Rightarrow \quad \frac{V_{\text{imm}}}{V_{\text{tot}}} = \frac{\rho_g}{\rho_m} = \frac{917}{1025} = 0,895$$

2. La fraction **émergée** vaut donc $1 - 0,895 = 0,105$, soit environ **10 %**.

3. Neuf dixièmes d'un iceberg sont sous l'eau — d'où l'expression « la partie émergée de l'iceberg ». ✓

2 Débit volumique et conservation

Définition

Le **débit volumique** d'un fluide est le volume qui traverse une section par unité de temps :

$$Q_V = \frac{V}{\Delta t} = S v$$

Q_V en m^3/s , S en m^2 , v en m/s .

Propriété

Conservation du débit. Pour un fluide **incompressible** en régime **permanent**, le débit volumique est le même à travers toute section de la canalisation :

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

Une section qui se **rétrécit** impose donc une vitesse plus **grande**.

Méthode — Rétrécissement d'une canalisation

Une conduite de section $S_1 = 3,0 \text{ cm}^2$ transporte de l'eau à $v_1 = 1,5 \text{ m/s}$. Elle se rétrécit à $S_2 = 1,0 \text{ cm}^2$.

1. Débit volumique — les sections doivent être en m^2 :

$$S_1 = 3,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \quad Q_V = S_1 v_1 = 3,0 \times 10^{-4} \times 1,5 = 4,5 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

soit 0,45 L/s.

2. Vitesse dans la partie étroite :

$$v_2 = \frac{Q_V}{S_2} = \frac{4,5 \times 10^{-4}}{1,0 \times 10^{-4}} = 4,5 \text{ m/s}$$

3. Contrôle : la section a été divisée par 3, la vitesse est multipliée par 3. ✓ C'est le principe du ponceau sur le tuyau d'arrosage.

3 La relation de Bernoulli

Propriété

Pour un fluide **incompressible**, en écoulement **permanent** et **sans frottement**, la quantité suivante se conserve le long d'une ligne de courant :

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z + P = \text{constante}$$

Les trois termes sont homogènes à une **pression**, mais s'interprètent comme des *énergies volumiques* : cinétique, de pesanteur, et de pression.

La relation de Bernoulli n'est rien d'autre qu'une conservation de l'énergie mécanique, écrite par unité de volume. Les hypothèses comptent : sans elles — fluide visqueux, écoulement turbulent — elle ne s'applique plus.

Méthode — Vidange d'un réservoir

Un réservoir ouvert est percé d'un petit trou à une profondeur $h = 2,0 \text{ m}$ sous la surface libre. On cherche la vitesse d'écoulement.

1. On applique Bernoulli entre un point A de la surface libre et un point B au niveau du trou. Les deux sont à la pression atmosphérique P_0 :

$$\frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g z_A + P_0 = \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g z_B + P_0$$

2. La surface descend très lentement devant la vitesse au trou, donc $v_A \approx 0$. Les pressions se simplifient :

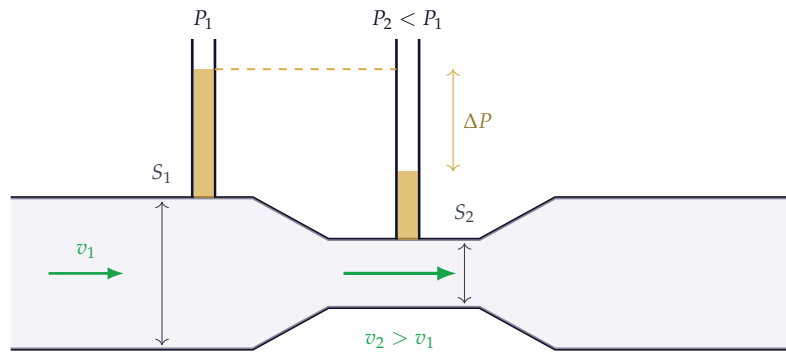
$$\rho g (z_A - z_B) = \frac{1}{2} \rho v_B^2 \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{2 g h}$$

3. Application numérique :

$$v_B = \sqrt{2 \times 9,81 \times 2,0} = 6,3 \text{ m/s}$$

4. C'est exactement la vitesse qu'aurait un objet tombant en chute libre de la hauteur h — la masse volumique a disparu du résultat.

4 L'effet Venturi



Propriété

Effet Venturi. Dans une conduite **horizontale**, le terme $\rho g z$ est constant et la relation de Bernoulli se réduit à

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + P_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + P_2$$

Là où le fluide va **plus vite**, la pression est donc **plus faible** :

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho (v_2^2 - v_1^2)$$

Méthode — Exploiter un tube de Venturi

On reprend la canalisation précédente : eau ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$), $v_1 = 1,5 \text{ m/s}$ et $v_2 = 4,5 \text{ m/s}$, la conduite étant horizontale.

1. Différence de pression :

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \times 1000 \times (4,5^2 - 1,5^2) = 500 \times (20,25 - 2,25) = 9,0 \times 10^3 \text{ Pa}$$

2. Cette dépression correspond à une dénivellation dans les tubes manométriques de

$$\Delta h = \frac{\Delta P}{\rho g} = \frac{9,0 \times 10^3}{1000 \times 9,81} = 0,92 \text{ m}$$

3. Le dispositif fonctionne donc comme un **débitmètre** : en mesurant ΔP , on remonte à v_2 , puis au débit $Q_V = S_2 v_2$.

Trois manifestations de l'effet Venturi : la portance d'une aile d'avion (l'air va plus vite au-dessus, la pression y est plus faible) ; le rideau de douche aspiré vers l'intérieur ; deux bateaux navigant côte à côte qui s'attirent. Dans chaque cas, c'est la *vitesse plus élevée* qui crée la *dépression*.

À retenir

- La pression augmente avec la profondeur : d'où la **poussée d'Archimède**, verticale et vers le haut.
- $\vec{\Pi} = -\rho_{\text{fluide}} V_{\text{immergé}} \vec{g}$: masse volumique du **fluide**, volume **immergé**.
- Un corps flotte si $\rho_{\text{corps}} < \rho_{\text{fluide}}$, et alors $\frac{V_{\text{imm}}}{V_{\text{tot}}} = \frac{\rho_{\text{corps}}}{\rho_{\text{fluide}}}$.
- **Conservation du débit** : $Q_V = S v$ et $S_1 v_1 = S_2 v_2$ — section plus étroite, vitesse plus grande.
- **Bernoulli** : $\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z + P$ constante, pour un fluide incompressible en écoulement permanent sans frottement.
- **Venturi** (conduite horizontale) : là où v augmente, P diminue.
- **Piège** : la poussée ne dépend *pas* de la masse volumique du solide — celle-ci n'intervient que dans le poids, donc pour savoir si le corps flotte ou coule.