

Circuits électriques

TERMINALE

1 Intensité et débit de charges

Définition

L'**intensité** d'un courant électrique mesure le **débit de charges** à travers une section du conducteur :

$$i = \frac{dq}{dt}$$

i en ampères (A), q en coulombs (C), t en secondes.

En régime **permanent**, q croît proportionnellement au temps et $i = q/\Delta t$ suffit — c'est ce qu'on utilisait pour l'électrolyse (chapitre 9). En régime **variable**, l'intensité change à chaque instant : il faut passer à la dérivée (variation de la charge pendant un intervalle de temps tendant vers 0).

2 Le condensateur

Définition

Un **condensateur** est constitué de deux surfaces conductrices en regard (les **armatures**), séparées par un isolant. Il accumule des charges opposées $+q$ et $-q$ sur ses deux armatures.

Propriété

La charge de l'armature reliée à la borne positive et la tension à ses bornes sont proportionnelles :

$$q = C \times u_C$$

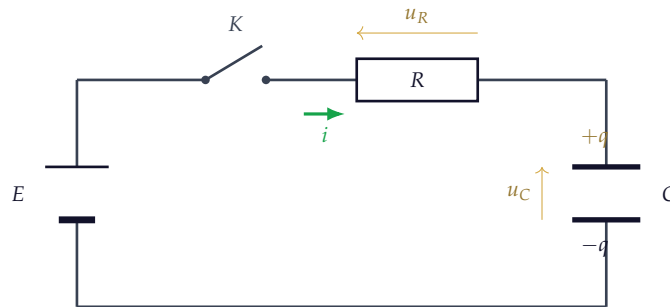
C est la **capacité**, en **farads** (F). En convention récepteur, on en déduit le **comportement capacitif** :

$$i = C \frac{du_C}{dt}$$

Ordres de grandeur des capacités usuelles : quelques pF pour un condensateur céramique de circuit haute fréquence ; quelques nF à quelques μF en électronique courante ; quelques mF pour un condensateur de filtrage d'alimentation ; jusqu'à plusieurs centaines de F pour un supercondensateur.

Deux conséquences immédiates de $i = C du_C/dt$: la tension aux bornes d'un condensateur ne peut **jamais varier brutalement** (il faudrait une intensité infinie), et en **régime permanent** u_C est constante donc $i = 0$ — le condensateur se comporte alors comme un interrupteur ouvert.

3 Charge d'un condensateur



Méthode — Établir et résoudre l'équation différentielle

Le condensateur est initialement déchargé. On ferme K à $t = 0$.

1. **Loi des mailles** dans le circuit série :

$$E = u_R + u_C$$

2. **Lois des dipôles** : $u_R = Ri$ pour le conducteur ohmique et $i = C \frac{du_C}{dt}$ pour le condensateur. On remplace :

$$E = RC \frac{du_C}{dt} + u_C$$

3. **Forme canonique** — on divise par RC :

$$\boxed{\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC}}$$

4. **Solution** d'une équation linéaire du premier ordre à second membre constant : une exponentielle plus une constante, $u_C(t) = A e^{-t/\tau} + B$ avec $\tau = RC$. Le régime permanent ($t \rightarrow \infty$) impose $B = E$; la condition initiale $u_C(0) = 0$ impose $A = -E$.

$$u_C(t) = E (1 - e^{-t/\tau}) \quad \tau = RC$$

5. **Vérification** : on dérive et on reporte. $\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{\tau} e^{-t/\tau}$, donc $RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E e^{-t/\tau} + E - E e^{-t/\tau} = E$. ✓

Propriété

On en déduit l'intensité, qui décroît, elle, exponentiellement :

$$i(t) = C \frac{du_C}{dt} = \frac{E}{R} e^{-t/\tau}$$

Elle est **maximale** à $t = 0$ (le condensateur vide se comporte comme un fil) et **nulle** en régime permanent.

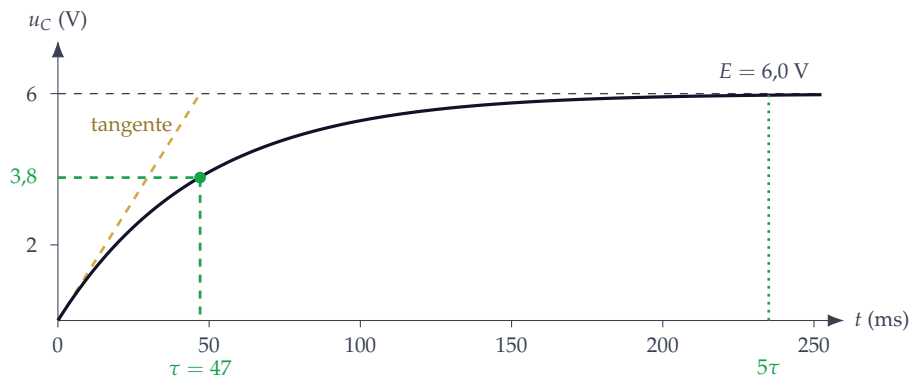
4 Le temps caractéristique

Définition

Le **temps caractéristique** du dipôle RC vaut

$$\tau = RC$$

avec R en ohms, C en farads et τ en secondes.



Propriété

Trois façons de lire τ sur une courbe de charge :

- la **tangente à l'origine** coupe l'asymptote $u_C = E$ à l'abscisse $t = \tau$;
- à $t = \tau$, la tension a atteint 63 % de E ($1 - e^{-1} = 0,63$) ;
- à $t = 5\tau$, elle atteint 99 % de E : on considère le régime permanent établi.

Méthode — Étudier un dipôle RC

On charge un condensateur $C = 4,7 \mu\text{F}$ à travers $R = 10 \text{ k}\Omega$, sous $E = 6,0 \text{ V}$.

1. Temps caractéristique — attention aux unités du système international :

$$\tau = RC = 10 \times 10^3 \times 4,7 \times 10^{-6} = 4,7 \times 10^{-2} \text{ s} = 47 \text{ ms}$$

2. Durée pratique de la charge : $5\tau = 235 \text{ ms}$, soit environ un quart de seconde.

3. Tension au bout de τ :

$$u_C(\tau) = 6,0 \times (1 - e^{-1}) = 6,0 \times 0,632 = 3,8 \text{ V}$$

4. Intensité initiale :

$$i(0) = \frac{E}{R} = \frac{6,0}{10 \times 10^3} = 6,0 \times 10^{-4} \text{ A} = 0,60 \text{ mA}$$

5. Charge finale emmagasinée :

$$q = CE = 4,7 \times 10^{-6} \times 6,0 = 2,8 \times 10^{-5} \text{ C} = 28 \mu\text{C}$$

! L'erreur systématique du chapitre : oublier de convertir les $\text{k}\Omega$ en Ω et les μF en F . Un contrôle rapide : $\text{k}\Omega \times \mu\text{F}$ donne directement des **millisecondes** — ici $10 \times 4,7 = 47 \text{ ms}$.

5 Décharge du condensateur

Méthode — La décharge

Le condensateur est chargé sous E , puis on bascule K pour le relier directement à R , sans générateur.

1. La loi des mailles s'écrit maintenant $0 = u_R + u_C$, d'où :

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

2. Le second membre est nul : la solution est une exponentielle pure, $u_C = A e^{-t/\tau}$. La condition initiale $u_C(0) = E$ donne $A = E$:

$$u_C(t) = E e^{-t/\tau}$$

3. Repères de lecture : à $t = \tau$, il reste 37 % de E (soit 2,2 V pour $E = 6,0 \text{ V}$) ; à $t = 5\tau$, la décharge est pratiquement achevée.

4. La tangente à l'origine coupe cette fois l'axe des temps à $t = \tau$: c'est le même τ , donc la même durée totale que pour la charge.

τ ne dépend que du **circuit** (R et C), jamais de la tension E ni de l'état initial. Doubler E double toutes les tensions, mais la charge dure exactement aussi longtemps.

6 Les capteurs capacitifs

Propriété

La capacité d'un condensateur plan dépend de sa **géométrie** et de l'isolant qu'il contient : elle croît avec la surface des armatures en regard, diminue quand on les écarte, et change avec la nature du milieu qui les sépare.

Trois capteurs du quotidien

- **Écran tactile** : le doigt, conducteur, modifie localement la capacité d'une grille de condensateurs. L'électronique repère la case dont le τ a changé.
- **Jauge de niveau** : deux armatures verticales plongent dans une cuve. Plus le liquide monte, plus il remplace l'air entre les armatures, plus C augmente — la mesure de C donne le niveau.
- **Capteur d'humidité** : l'isolant absorbe la vapeur d'eau, ce qui modifie C et donc le temps de charge mesuré par le microcontrôleur.

Le principe est toujours le même : une grandeur physique déplace une armature ou change l'isolant, donc modifie C , donc modifie $\tau = RC$. Mesurer une *durée* de charge revient alors à mesurer cette grandeur — et un microcontrôleur mesure une durée bien plus facilement qu'une capacité.

À retenir

- $i = \frac{dq}{dt}$: l'intensité est un **débit de charges**.
- Condensateur : $q = C u_C$ et $i = C \frac{du_C}{dt}$. En régime permanent, $i = 0$.
- **Charge** : $RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E$, solution $u_C = E (1 - e^{-t/\tau})$.
- **Décharge** : $RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$, solution $u_C = E e^{-t/\tau}$.
- $\tau = RC$: tangente à l'origine, 63 % à $t = \tau$, régime permanent à 5τ . Astuce : $k\Omega \times \mu F = ms$.
- **Piège** : u_C ne peut jamais subir de discontinuité — c'est ce qui fixe la condition initiale de l'équation différentielle.
- **Capteurs capacitifs** : une grandeur physique modifie C , donc τ , donc une durée mesurable.