

TEMPS D'ATTENTE

— TERMINALE – MATHS COMPLÉMENTAIRES —

1. LOI GÉOMÉTRIQUE

On répète une épreuve de Bernoulli de paramètre p **jusqu'au premier succès**. Le rang X de ce succès suit la **loi géométrique** de paramètre p :

$$P(X = k) = (1 - p)^{k-1} p$$

($k - 1$ échecs, puis un succès)

$$P(X > k) = (1 - p)^k \quad E(X) = \frac{1}{p}$$

Absence de mémoire : $P_{X>k}(X > k + m) = P(X > m)$.

Dé jusqu'au 6 : $P(X = 3) = \left(\frac{5}{6}\right)^2 \frac{1}{6} \approx 0,116$; $P(X > 10) = \left(\frac{5}{6}\right)^{10} \approx 0,162$; $E(X) = 6$.

2. LOIS CONTINUES À DENSITÉ 3. LOI UNIFORME CONTINUE SUR $[a; b]$

Densité de probabilité

f continue, **positive** sur I , d'aire totale égale à 1. X suit la loi de densité f si :

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(t) dt$$

- $P(X = a) = 0$: inégalités larges ou strictes, c'est pareil ;
- $P(X > a) = 1 - P(X \leq a)$;
- $E(X) = \int_I t f(t) dt$.

Loi uniforme sur $[a; b]$

Densité constante $f(t) = \frac{1}{b - a}$:

$$P(c \leq X \leq d) = \frac{d - c}{b - a} \quad E(X) = \frac{a + b}{2}$$

(rapport des longueurs)

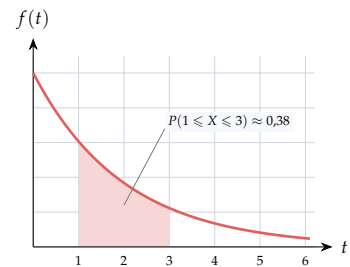
Bus toutes les 15 min : X uniforme sur $[0; 15]$; $P(X \leq 5) = \frac{1}{3}$; $P(3 \leq X \leq 9) = 0,4$; $E(X) = 7,5$ min.

4. LOI EXPONENTIELLE

X suit la **loi exponentielle** de paramètre $\lambda > 0$ si sa densité sur $[0; +\infty[$ est $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$. Elle modélise des durées de vie **sans vieillissement**.

$$P(X \leq a) = 1 - e^{-\lambda a} \quad P(X > a) = e^{-\lambda a} \\ P(a \leq X \leq b) = e^{-\lambda a} - e^{-\lambda b}$$

- espérance (admis) : $E(X) = \frac{1}{\lambda}$;
- absence de mémoire : $P_{X>s}(X > s + t) = P(X > t)$;
- demi-vie : $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$.



Densité pour $\lambda = 0,5$: une probabilité est une aire.

Composant, $\lambda = 0,2$: $E(X) = 5$ ans ; $P(X \leq 1) \approx 0,181$; $P_{X>3}(X > 5) = P(X > 2) = e^{-0,4} \approx 0,670$.

5. MÉTHODES TYPES

Loi géométrique

1. épreuves indépendantes jusqu'au 1^{er} succès ;
2. $P(X > k)$: k échecs, $(1 - p)^k$;
3. conditionnelle : absence de mémoire.

Probabilité avec une densité

1. vérifier $f \geq 0$ et aire totale = 1 ;
2. primitive de f ;
3. $P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a)$.

Loi exponentielle

1. trouver λ (via $E(X) = \frac{1}{\lambda}$ ou une probabilité) ;
2. utiliser $P(X > a) = e^{-\lambda a}$;
3. résoudre avec $\ln$ (demi-vie, médiane).

À RETENIR

🎲 Géométrie : $(1 - p)^{k-1} p$; $E = \frac{1}{p}$.

📊 Densité : $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f$; $P(X = a) = 0$.

🕒 Uniforme : rapport de longueurs, $E = \frac{a+b}{2}$.

🕒 Exponentielle : $P(X > a) = e^{-\lambda a}$, $E = \frac{1}{\lambda}$, sans mémoire.

☀️ $P(X \leq a)$ est une aire, pas la valeur $f(a)$.