Corrigé

Physique-Chimie et Mathématiques — STI2D

Métropole (sujet de remplacement) – 8 septembre 2026

Baccalauréat Technologique — Session 2026 — Sujet 26-2DPCMAME3

Exercice 1 — Pompe à chaleur et température extérieure

(4,5 points)

RAPPEL

$COP = a + bT_{ext}$ avec $a = 2{,}8$ et $b = 4{,}0 \times 10^{-2}\ °\text{C}^{-1}$, valable sur $[5\,°\text{C}\,;20\,°\text{C}]$; $P_{th} = H \times (T_{int} - T_{ext})$ avec $H = 180\,\text{W}\cdot°\text{C}^{-1}$ et $T_{int} = 20\,°\text{C}$; $P_{elec} = \dfrac{P_{th}}{COP}$.

1. COP pour une température de 15 °C

$$COP = 2{,}8 + 4{,}0 \times 10^{-2} \times 15 = 2{,}8 + 0{,}60 = 3{,}4.$$

RÉPONSE

À $15\,°\text{C}$, le coefficient de performance vaut $COP = 3{,}4$ (sans unité).

2. Commentaire du COP à 5 °C

Le modèle affine donne $COP = 2{,}8 + 4{,}0 \times 10^{-2} \times 5 = 2{,}8 + 0{,}20 = 3{,}0$: c'est exactement la valeur annoncée.

RÉPONSE

La valeur $COP = 3{,}0$ à $5\,°\text{C}$ est **cohérente avec le modèle affine**. Elle est inférieure à celle obtenue à $15\,°\text{C}$ $(3{,}4)$: comme $b > 0$, le COP augmente avec T_{ext}, donc la PAC est **moins performante quand il fait plus froid**. Elle reste néanmoins intéressante : elle fournit 3 kWh de chaleur pour 1 kWh électrique consommé.

3. Puissance thermique produite à 15 °C

$$P_{th} = 180 \times (20 - 15) = 180 \times 5 = 900\,\text{W}.$$

RÉPONSE

$P_{th} = 900\,\text{W} = 0{,}90\,\text{kW}$.

4. Puissance électrique consommée à 15 °C

$$P_{elec} = \frac{P_{th}}{COP} = \frac{900}{3{,}4} \approx 265\,\text{W}.$$

RÉPONSE

$P_{elec} \approx 265\,\text{W} \approx 0{,}26\,\text{kW}$.

5. Relation entre énergie, puissance et durée

RÉPONSE

$E_{elec} = P_{elec} \times \Delta t$, avec E_{elec} en joules (J), P_{elec} en watts (W) et Δt en secondes (s) ; ou bien E_{elec} en kilowattheures (kWh), P_{elec} en kilowatts (kW) et Δt en heures (h).

6. Énergie consommée en 6,0 h à 15 °C

MÉTHODE

Le résultat est attendu en kWh : on exprime la puissance en kW et la durée en heures.

$$E_{elec} = \frac{0{,}900}{3{,}4} \times 6{,}0 \approx 0{,}2647 \times 6{,}0 \approx 1{,}59\,\text{kWh}.$$

RÉPONSE

$E_{elec} \approx 1{,}6\,\text{kWh}$: la valeur annoncée est bien retrouvée.

7. Coût de la consommation

$$\text{Coût} = 1{,}59 \times 0{,}22 \approx 0{,}35\ €.$$

RÉPONSE

Six heures de chauffage à $T_{ext} = 15\,°\text{C}$ coûtent environ $0{,}35$ €.

8. Influence de la température extérieure sur le coût

À $5\,°\text{C}$ le coût est de $1{,}2$ €, contre $0{,}35$ € à $15\,°\text{C}$, soit environ $\dfrac{1{,}2}{0{,}35} \approx 3{,}4$ fois plus. Deux effets se cumulent : il faut produire plus de chaleur (P_{th} passe de $0{,}90$ à $2{,}7\,\text{kW}$) et la PAC le fait avec un moins bon rendement (COP passe de $3{,}4$ à $3{,}0$).

RÉPONSE

Plus la température extérieure est basse, plus le coût d'utilisation de la PAC est élevé.

RAPPEL

Pour tout $T \in [5\,;20]$: $p(T) = \dfrac{3600 - 180T}{2{,}8 + 0{,}04T}$ (en W).

9. Calcul de la dérivée

MÉTHODE

$p = \dfrac{u}{v}$ avec $u(T) = 3600 - 180T$, $u'(T) = -180$, $v(T) = 2{,}8 + 0{,}04T$, $v'(T) = 0{,}04$; on applique $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$.

$$p'(T) = \frac{-180(2{,}8 + 0{,}04T) - 0{,}04(3600 - 180T)}{(2{,}8 + 0{,}04T)^2} = \frac{-504 - 7{,}2T - 144 + 7{,}2T}{(2{,}8 + 0{,}04T)^2}$$
$$= \frac{-648}{(2{,}8 + 0{,}04T)^2}.$$

RÉPONSE

Pour tout $T \in [5\,;20]$, $p'(T) = \dfrac{-648}{(2{,}8 + 0{,}04T)^2}$.

10. Sens de variation de p

Le numérateur -648 est strictement négatif et le dénominateur, un carré non nul ($2{,}8 + 0{,}04T > 0$ sur $[5\,;20]$), est strictement positif. Donc $p'(T) < 0$ sur $[5\,;20]$. On complète avec $p(5) = \dfrac{2700}{3} = 900$ et $p(20) = \dfrac{0}{3{,}6} = 0$.

T	5 $\qquad\qquad$ 20
$p'(T)$	$-$
p	900 ↘ 0

RÉPONSE

La fonction p est **strictement décroissante** sur $[5\,;20]$.

11. Accord avec les valeurs de P_{elec}

RÉPONSE

Oui : P_{elec} passe de $900\,\text{W}$ à $5\,°\text{C}$ à environ $265\,\text{W}$ à $15\,°\text{C}$. La puissance consommée diminue quand la température augmente, ce qui est en accord avec la décroissance de p (on vérifie d'ailleurs $p(5) = 900$ et $p(15) = \frac{900}{3{,}4} \approx 265$).

Exercice 2 — Éolienne et stockage par dihydrogène

(5,5 points)

Partie 1 — La tension produite par l'éolienne

1. Tension efficace

MÉTHODE

Pour une tension sinusoïdale, $U_{eff} = \dfrac{U_{max}}{\sqrt{2}}$. On lit l'amplitude U_{max} sur le chronogramme (ou sur la hauteur de la raie du spectre).

La tension culmine légèrement sous $1\,000\,\text{V}$: $U_{max} \approx 975\,\text{V}$ (la raie du spectre indique la même amplitude).

$$U_{eff} = \frac{975}{\sqrt{2}} \approx 689\,\text{V}.$$

RÉPONSE

$U_{eff} \approx 690\,\text{V}$: la valeur annoncée est vérifiée.

2. Fréquence de la tension

Sur le chronogramme, deux maximums consécutifs se situent à $t = 0$ et $t = 0{,}020\,\text{s}$: la période vaut $T = 0{,}020\,\text{s}$ (deux périodes complètes entre 0 et $0{,}040\,\text{s}$).

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}020} = 50\,\text{Hz}.$$

RÉPONSE

$f = 50\,\text{Hz}$, ce que confirme le spectre d'amplitude, dont l'unique raie est placée à $50\,\text{Hz}$.

3. Caractère sinusoïdal

RÉPONSE

Le spectre d'amplitude ne comporte **qu'une seule raie**, celle du fondamental à $50\,\text{Hz}$, sans aucun harmonique : la tension est donc sinusoïdale.

4. Rapport de transformation

$$m = \frac{U_2}{U_1} = \frac{20{,}0 \times 10^3}{690} \approx 29.$$

RÉPONSE

$m \approx 29$ (sans unité) : le transformateur est élévateur ($m > 1$).

5. Effet sur l'intensité

MÉTHODE

Un transformateur parfait conserve la puissance : $U_1 I_1 = U_2 I_2$.

$$I_2 = I_1 \times \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_1}{m} \approx \frac{I_1}{29}.$$

RÉPONSE

La tension étant multipliée par environ 29, l'intensité en sortie est **divisée par environ 29**.

6. Intérêt d'élever la tension pour le transport

RÉPONSE

Les pertes par effet Joule dans les câbles valent $P_J = R\,I^2$. En divisant l'intensité par $m \approx 29$, on divise ces pertes par $m^2 \approx 840$ pour une même puissance transportée : le transport à haute tension limite fortement les pertes sur les longues distances.

Partie 2 — Stockage de l'énergie intermittente

RAPPEL

$U = 5{,}08\,\text{V}$; $I = 0{,}130\,\text{A}$; $\Delta t = 5$ min 31 s $= 331\,\text{s}$ pour former $5{,}00\,\text{mL}$ de H_2.

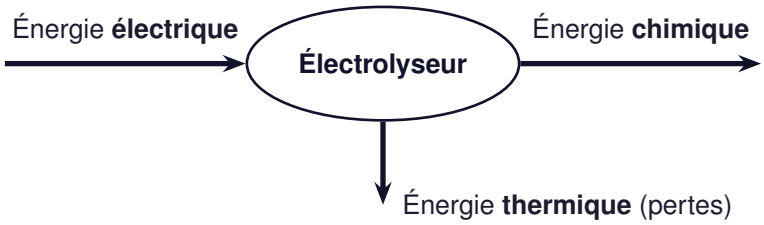
7. Appareils de mesure

RÉPONSE

Position 1 : un **ampèremètre**, branché en série, qui mesure l'intensité I du courant dans le circuit.
Position 2 : un **voltmètre**, branché en dérivation aux bornes de l'électrolyseur, qui mesure la tension U.

8. Schéma énergétique de l'électrolyseur

L'électrolyseur reçoit de l'énergie électrique et la convertit en énergie chimique (stockée dans le dihydrogène et le dioxygène formés) ; une partie est dissipée sous forme de chaleur.



9. Énergie reçue par l'électrolyseur

$$E_r = U \times I \times \Delta t = 5{,}08 \times 0{,}130 \times 331 \approx 219\,\text{J}.$$

RÉPONSE

$E_r = U\,I\,\Delta t \approx 219\,\text{J}$, soit environ $220\,\text{J}$ (avec U en V, I en A, Δt en s).

10. Rendement expérimental

$$\eta_{exp} = \frac{E_u}{E_r} = \frac{125}{219} \approx 0{,}57.$$

RÉPONSE

$\eta_{exp} = \dfrac{E_u}{E_r} \approx 0{,}57$, soit $57\,\%$.

11. Valeur de z

$$z = \frac{|\eta_{ref} - \eta_{exp}|}{u(\eta)} = \frac{|65 - 57|}{5} \approx 1{,}6.$$

RÉPONSE

$z \approx 1{,}6$ (valeur sans unité ; avec $\eta_{exp} = 57{,}2\,\%$ non arrondi, $z \approx 1{,}56$).

12. Compatibilité

MÉTHODE

Le résultat expérimental est jugé compatible avec la valeur de référence lorsque $z \leqslant 2$.

RÉPONSE

$z \approx 1{,}6 \leqslant 2$: le rendement expérimental est **compatible** avec le rendement de référence de $65\,\%$.

13. Intérêt de produire le dihydrogène avec une énergie intermittente

RÉPONSE

Intérêts : l'électricité éolienne est décarbonée, contrairement à la transformation du pétrole (90 % de la production actuelle) ou à l'électricité du réseau, pas totalement décarbonée. Surtout, l'électrolyse valorise l'énergie produite en surplus lors des périodes de faible consommation, qui serait sinon perdue : le dihydrogène stocke cette énergie et la restitue à la demande via une pile à combustible, ce qui compense l'intermittence du vent.

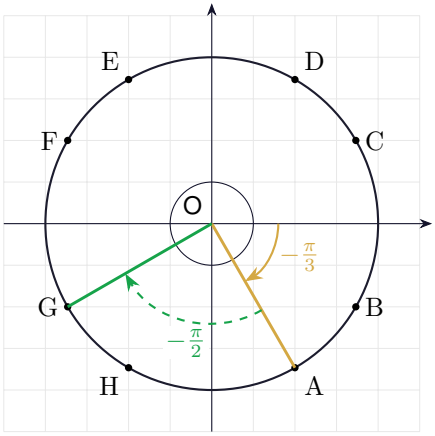
Limites : la chaîne de conversion a un rendement modeste (environ $57\,\%$ pour l'électrolyseur étudié, auquel s'ajoutent les pertes de la pile à combustible), la production est irrégulière comme le vent, et le stockage du dihydrogène reste délicat.

Exercice 3 — Complexes, équation différentielle, intégrale

(4 points)

Question 1 — Lecture dans le plan complexe

Le point A est sur le cercle de centre O et de rayon 4, d'abscisse 2 et situé sous l'axe des réels. Pour justifier (non exigé) : $2^2 + y^2 = 16$ donne $y = -2\sqrt{3}$, donc $z_\mathrm{A} = 2 - 2\sqrt{3}\,\mathrm{i}$, et $\cos\theta = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$ avec $\sin\theta < 0$.



1. Module de z_A

RÉPONSE

$|z_\mathrm{A}| = \mathrm{OA} = 4$.

2. Argument de z_A

RÉPONSE

$\arg(z_\mathrm{A}) = -\dfrac{\pi}{3}$ (à 2π près).

3. Forme exponentielle

RÉPONSE

$z_\mathrm{A} = 4\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$.

4. Image de A par la rotation de centre O et d'angle $\frac{3\pi}{2}$

Tourner de $\dfrac{3\pi}{2}$ revient à tourner de $\dfrac{3\pi}{2} - 2\pi = -\dfrac{\pi}{2}$ (un quart de tour dans le sens horaire). L'image a pour module 4 et pour argument $-\dfrac{\pi}{3} - \dfrac{\pi}{2} = -\dfrac{5\pi}{6}$, soit l'affixe $-2\sqrt{3} - 2\,\mathrm{i}$.

RÉPONSE

L'image de A est le point $\mathbf{G}$.

Question 2 — Équation différentielle

RAPPEL

$f(x) = 40\,\mathrm{e}^{-2x} - 7$ pour tout réel x ; **(E)** : $y' = -2y + b$.

1. Dérivée de f

MÉTHODE

La dérivée de $x \mapsto \mathrm{e}^{kx}$ est $x \mapsto k\,\mathrm{e}^{kx}$; une constante a une dérivée nulle.

RÉPONSE

$f'(x) = 40 \times (-2)\,\mathrm{e}^{-2x} - 0 = -80\,\mathrm{e}^{-2x}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

2. Valeur de b

On calcule, pour tout réel x :

$$-2f(x) + b = -2\left(40\,\mathrm{e}^{-2x} - 7\right) + b = -80\,\mathrm{e}^{-2x} + 14 + b.$$

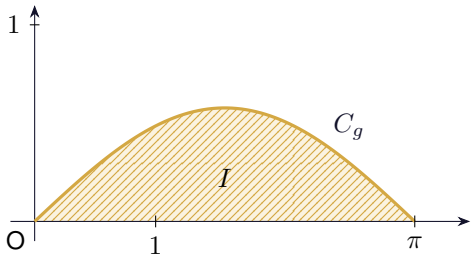
f est solution de (E) si et seulement si, pour tout réel x, $f'(x) = -2f(x) + b$:

$$-80\,\mathrm{e}^{-2x} = -80\,\mathrm{e}^{-2x} + 14 + b \iff 14 + b = 0 \iff b = -14.$$

RÉPONSE

f est solution de (E) : $y' = -2y + b$ pour $\mathbf{b = -14}$.

Question 3 — Calcul d'aire



1. Écriture intégrale

RÉPONSE

g étant positive et continue sur $[0\,;\pi]$, l'aire du domaine compris entre C_g, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \pi$ vaut $I = \displaystyle\int_0^{\pi} \frac{1}{\sqrt{3}} \sin(x)\,\mathrm{d}x$ (en unités d'aire).

2. Calcul de I

MÉTHODE

Une primitive de $\sin$ est $-\cos$; donc $G(x) = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}\cos(x)$ est une primitive de g, et $I = G(\pi) - G(0)$.

$$I = \left[-\frac{1}{\sqrt{3}}\cos(x)\right]_0^{\pi} = -\frac{1}{\sqrt{3}}\cos(\pi) + \frac{1}{\sqrt{3}}\cos(0) = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

RÉPONSE

$I = \dfrac{2}{\sqrt{3}} \approx 1{,}15$ unité d'aire.

Exercice 4 — Pile nucléaire au carbone 14

(6 points)

Partie 1 — Étude de la radioactivité

1. Types de radioactivité

RÉPONSE

Radioactivité α : émission d'un noyau d'hélium ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$.
Radioactivité β^- : émission d'un électron ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$.
Radioactivité β^+ : émission d'un positon ${}^{0}_{1}\mathrm{e}$.
Rayonnement γ : émission d'un rayonnement électromagnétique de très haute énergie (photons), qui accompagne souvent les désintégrations précédentes lors de la désexcitation du noyau fils.

2. Équation de désintégration

MÉTHODE

Lois de conservation de Soddy : le nombre de masse A et le nombre de charge Z se conservent. A : $14 = 14 + A'$ donne $A' = 0$; Z : $6 = 7 + Z'$ donne $Z' = -1$.

RÉPONSE

${}^{14}_{6}\mathrm{C} \longrightarrow {}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$ (un électron est émis : désintégration β^-).

3. Définition de la demi-vie

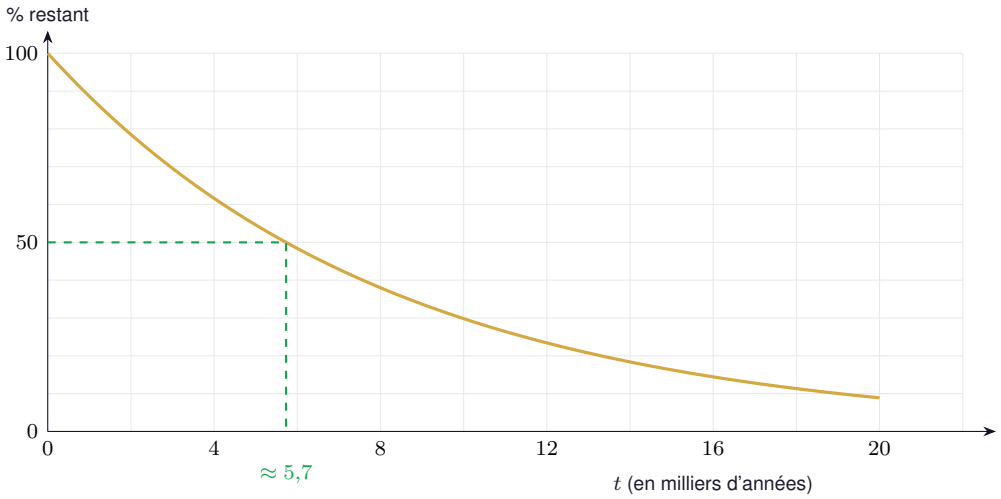
RÉPONSE

La demi-vie $t_{1/2}$ d'une espèce radioactive est la durée au bout de laquelle **la moitié des noyaux radioactifs initialement présents** dans un échantillon se sont désintégrés.

4. Détermination graphique de la demi-vie

MÉTHODE

À $t = 0$, il reste $100\,\%$ du carbone 14. On cherche l'abscisse du point de la courbe d'ordonnée $50\,\%$.



On trace la droite horizontale d'ordonnée $50\,\%$ jusqu'à la courbe, puis on descend sur l'axe des temps : on lit $t_{1/2} \approx 5\,700\,\text{ans}$.

RÉPONSE

Graphiquement, $t_{1/2} \approx 5\,700$ ans, en accord avec la valeur de $5\,730$ ans du texte introductif (l'écart relève de la précision de lecture).

Partie 2 — Étude énergétique

RAPPEL

$m_e = 9{,}109\,4 \times 10^{-31}\,\text{kg}$; $m(\text{C}) = 2{,}325\,84 \times 10^{-26}\,\text{kg}$; $m(\text{N}) = 2{,}325\,27 \times 10^{-26}\,\text{kg}$; $c = 3{,}0 \times 10^{8}\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

5. Relation donnant l'énergie libérée

RÉPONSE

$E = |\Delta m| \times c^2$, où $\Delta m = m(\text{N}) + m_e - m(\text{C})$ est la variation de masse au cours de la désintégration (E en J, Δm en kg, c en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$).

6. Énergie libérée par un noyau

$$\begin{aligned}\Delta m &= m(\text{N}) + m_e - m(\text{C}) = 2{,}325\,27 \times 10^{-26} + 9{,}109\,4 \times 10^{-31} - 2{,}325\,84 \times 10^{-26} \\ &= 2{,}325\,361\,1 \times 10^{-26} - 2{,}325\,84 \times 10^{-26} \\ &\approx -4{,}789 \times 10^{-30}\,\text{kg}, \\ E &= |\Delta m| \times c^2 = 4{,}789 \times 10^{-30} \times \left(3{,}0 \times 10^{8}\right)^2 \approx 4{,}3 \times 10^{-13}\,\text{J}.\end{aligned}$$

RÉPONSE

La masse diminue ; la perte de masse est convertie en énergie libérée $E \approx 4{,}3 \times 10^{-13}\,\text{J}$ par noyau de carbone 14 désintégré.

7. Nombre d'atomes dans 1,0 g de carbone 14

$$N = \frac{m_{\text{échantillon}}}{m(\text{C})} = \frac{1{,}0 \times 10^{-3}}{2{,}325\,84 \times 10^{-26}} \approx 4{,}3 \times 10^{22}.$$

RÉPONSE

L'échantillon de $1{,}0\,\text{g}$ contient environ $4{,}3 \times 10^{22}$ atomes de carbone 14 (attention à convertir la masse en kilogrammes).

8. Énergie nucléaire totale

$$E_{nuclaire} = N \times E = 4{,}3 \times 10^{22} \times 4{,}3 \times 10^{-13} \approx 1{,}8 \times 10^{10}\,\text{J}.$$

RÉPONSE

$E_{nuclaire} \approx 1{,}8 \times 10^{10}\,\text{J}$ (environ $1{,}9 \times 10^{10}\,\text{J}$ avec les valeurs non arrondies).

9. Puissance électrique de la pile au carbone 14

MÉTHODE

La puissance est constante : $P = \dfrac{E}{\Delta t}$, avec $E = 15\,\text{J}$ et $\Delta t = 1$ jour $= 24 \times 3600 = 86\,400\,\text{s}$.

$$P_{C14} = \frac{15}{86\,400} \approx 1{,}7 \times 10^{-4}\,\text{W}.$$

RÉPONSE

$P_{C14} = \dfrac{E}{\Delta t} \approx 1{,}7 \times 10^{-4}\,\text{W}$, soit environ $0{,}17\,\text{mW}$.

Partie 3 — Comparaison avec une pile alcaline

10. Oxydation ou réduction

RÉPONSE

À l'anode : le zinc Zn(s) **cède** des électrons (ils apparaissent dans les produits) : c'est une **oxydation**.
À la cathode : le dioxyde de manganèse $\text{MnO}_2\text{(s)}$ **capte** un électron (il apparaît dans les réactifs) : c'est une **réduction**.

11. Équation de la réaction globale

MÉTHODE

Le nombre d'électrons échangés doit être le même : on multiplie la demi-équation cathodique par 2, on additionne, puis on simplifie les espèces présentes des deux côtés (H_2O et HO^-).

$$\text{Zn(s)} + 2\,\text{HO}^-\text{(aq)} \longrightarrow \text{ZnO(s)} + \text{H}_2\text{O}(\ell) + 2\,\text{e}^-$$
$$2\,\text{MnO}_2\text{(s)} + 2\,\text{H}_2\text{O}(\ell) + 2\,\text{e}^- \longrightarrow 2\,\text{MnO(OH)(s)} + 2\,\text{HO}^-\text{(aq)}$$

RÉPONSE

$$\text{Zn(s)} + 2\,\text{MnO}_2\text{(s)} + \text{H}_2\text{O}(\ell) \longrightarrow \text{ZnO(s)} + 2\,\text{MnO(OH)(s)}$$

12. Durée de fonctionnement de la pile alcaline

MÉTHODE

La capacité est la charge électrique $Q = I \times \Delta t$ que peut débiter la pile : $\Delta t = \dfrac{Q}{I}$.

$$\Delta t = \frac{2\,500\,\text{mAh}}{100\,\text{mA}} = 25\,\text{h}.$$

La pile au carbone 14 fonctionne 100 ans, soit $100 \times 365 \times 24 = 876\,000$ h environ.

RÉPONSE

La pile alcaline fonctionne $25\,\text{h}$ (à peine plus d'une journée), contre environ $876\,000$ h (100 ans) pour la pile au carbone 14 : une durée environ $35\,000$ fois plus longue.

13. Puissance de la pile alcaline

$$P_{alc} = U \times I = 1{,}5 \times 0{,}100 = 0{,}15\,\text{W}.$$

RÉPONSE

$P_{alc} = 0{,}15\,\text{W}$, soit environ $\dfrac{0{,}15}{1{,}7 \times 10^{-4}} \approx 860$ fois plus que la pile au carbone 14.

14. Avantage et inconvénient de la pile au carbone 14

RÉPONSE

Avantage : une durée de fonctionnement extrêmement longue (au moins un siècle, et la moitié de la puissance conservée après $5\,730$ ans), sans recharge ni remplacement — idéale pour des dispositifs inaccessibles (implants médicaux, sondes spatiales, capteurs isolés).

Inconvénient : une puissance très faible ($\approx 1{,}7 \times 10^{-4}\,\text{W}$, environ 860 fois moins qu'une pile alcaline), insuffisante pour la plupart des appareils courants. On peut aussi citer l'utilisation d'un matériau radioactif, qui impose un confinement et une gestion en fin de vie.

© Pierre Carrée – pierre-carree.fr