

Corrigé

Épreuve d'enseignement de spécialité — Physique-Chimie
Baccalauréat Général — Session 2026 — Jour 2 — Sujet 26-PYCJ2PO1
Polynésie

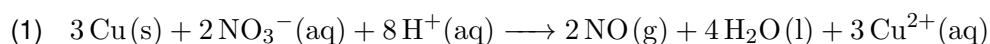
Exercice 1 — Les algues vertes

(9 pts)

Partie A — Dosage des ions nitrate

RAPPEL DE COURS

Données utiles : seuil réglementaire $50 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$ en ions nitrate ; $V_{\text{eau}} = 50,0 \text{ mL}$; fiole jaugée de $100,0 \text{ mL}$; $M_{\text{NO}_3^-} = 62,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; solution mère $C_0 = 2,0 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$.



Q.1. Deux avantages du chauffage à reflux

RÉPONSE

- **Accélérer la transformation chimique.** La température est un **facteur cinétique** : chauffer permet d'atteindre l'état final beaucoup plus rapidement, ce qui est indispensable pour une réaction lente.
- **Éviter toute perte de matière.** Le réfrigérant, disposé *verticalement* au-dessus du ballon, condense les vapeurs formées et les renvoie dans le milieu réactionnel. Réactifs et produits volatils ne s'échappent pas : le bilan de matière reste exact, ce qui est essentiel puisqu'on va doser l'espèce formée.

ATTENTION

Un troisième avantage, souvent oublié, est la **sécurité** : le monoxyde d'azote NO formé et les vapeurs d'acide sulfurique concentré restent confinés dans le montage au lieu d'être libérés dans la salle.

Q.2. Verrerie et calcul du volume à prélever pour préparer S_2

MÉTHODE

Lors d'une dilution, la **quantité de matière de soluté est conservée** : $C_0 \times V_{\text{prélevé}} = C_2 \times V_2$.

La solution fille S_2 a pour concentration $C_2 = 1,0 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$ et est préparée dans une fiole jaugée de $V_2 = 10,0 \text{ mL}$ à partir de la solution mère S_0 de concentration $C_0 = 2,0 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$:

$$V_{\text{prélevé}} = \frac{C_2 V_2}{C_0} = \frac{1,0 \times 10,0}{2,0} = 5,0 \text{ mL}.$$

Contrôle : le facteur de dilution vaut $\frac{C_0}{C_2} = 2$, et l'on retrouve bien $\frac{V_2}{V_{\text{prélevé}}} = \frac{10,0}{5,0} = 2$.

RÉPONSE

Il faut prélever $V_{\text{prélevé}} = 5,0 \text{ mL}$ de solution mère S_0 .

Verrerie nécessaire :

- une **pipette jaugée de** $5,0 \text{ mL}$ munie d'une propipette, pour le prélèvement ;
- une **fiole jaugée de** $10,0 \text{ mL}$, pour compléter à l'eau distillée jusqu'au trait de jauge, puis ho-

mogénéiser.

ATTENTION

Seules les verreries **jaugées** (pipette jaugée, fiole jaugée) sont assez précises pour un dosage par étalonnage : une éprouvette graduée ou un bécher introduiraient une incertitude rédhibitoire sur les concentrations des solutions étalons, donc sur la droite d'étalonnage.

Q.3. Longueur d'onde de travail et couleur de la solution S_0

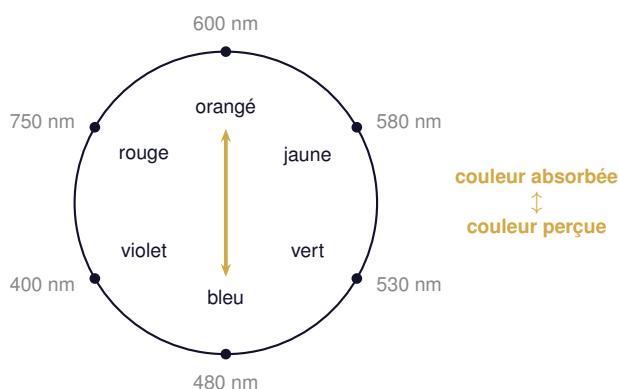
MÉTHODE

Deux principes distincts, à ne pas confondre :

- on effectue un dosage spectrophotométrique à la longueur d'onde du **maximum d'absorbance** $\lambda_{\max}$, car c'est là que la sensibilité est la meilleure (une petite variation de concentration donne la plus grande variation d'absorbance) ;
- la couleur *perçue* d'une solution est la couleur **complémentaire** de celle qu'elle absorbe : sur le cercle chromatique, elle est diamétralement opposée.

Lecture de la Figure 1. Le spectre d'absorption du composé $[\text{Cu}(\text{NH}_3)_4]^{2+}$ présente un maximum net aux environs de $\lambda_{\max} = 600 \text{ nm}$.

Exploitation du cercle chromatique. La radiation de longueur d'onde 600 nm correspond à la couleur **orangée**. Son opposé diamétral sur le cercle chromatique est le **bleu** (480 nm) :



RÉPONSE

On réalise le dosage à la longueur d'onde du maximum d'absorbance, soit $\lambda = 600 \text{ nm}$

La solution absorbe l'orangé ; elle apparaît donc de la couleur complémentaire, soit **bleue**. Ce résultat est cohérent avec l'observation courante : les solutions de tétraammine cuivre II ont une couleur bleu intense caractéristique.

Q.4. Accord de la Figure 2 avec la loi de Beer-Lambert

RAPPEL DE COURS

Loi de Beer-Lambert : pour une solution diluée d'une espèce colorée, à une longueur d'onde donnée, l'absorbance est **proportionnelle** à la concentration : $A = \varepsilon \ell C$, où ε est le coefficient d'absorption molaire et ℓ l'épaisseur de solution traversée.

RÉPONSE

La loi de Beer-Lambert prévoit une relation de **proportionnalité** entre A et C : la représentation de A en fonction de C doit donc être une **droite passant par l'origine**.

C'est exactement ce que montre la Figure 2 : les quatre points expérimentaux sont **alignés** et la

droite obtenue **passse par l'origine** (pour $C = 0$, on a bien $A = 0$: une solution ne contenant pas de composé coloré n'absorbe pas). La loi de Beer-Lambert est donc bien vérifiée.

Q.5. Quantité de matière d'ions cuivre formés dans la solution S

Coefficient directeur de la droite d'étalonnage. La droite passant par l'origine, son coefficient directeur k se calcule à partir de n'importe quel point de mesure ; prenons le point le plus éloigné de l'origine (S_0), le plus précis :

$$k = \frac{A_0}{C_0} = \frac{1,208}{2,0} = 0,604 \text{ L} \cdot \text{mmol}^{-1}.$$

Contrôle sur les autres étalons : $\frac{0,906}{1,5} = 0,604$ et $\frac{0,599}{1,0} = 0,599$: les valeurs concordent, ce qui confirme l'alignement.

Concentration de la solution S . L'absorbance mesurée vaut $A_S = 0,403$:

$$C_S = \frac{A_S}{k} = \frac{0,403}{0,604} = 0,667 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}.$$

(Graphiquement, on lit bien $C_S \approx 0,67 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$ en reportant $A = 0,403$ sur la droite de la Figure 2.)

Quantité de matière. La solution S occupe la fiole jaugée de $V_S = 100,0 \text{ mL}$, et l'énoncé précise que $n_{\text{Cu}^{2+}} = n_{[\text{Cu}(\text{NH}_3)_4]^{2+}}$:

$$n_{\text{Cu}^{2+}} = C_S \times V_S = 0,667 \times 10^{-3} \times 100,0 \times 10^{-3}.$$

RÉPONSE

$$n_{\text{Cu}^{2+}} = 6,7 \times 10^{-5} \text{ mol},$$

ce qui est bien la valeur annoncée par l'énoncé.

Q.6. Relation entre $n_{\text{NO}_3^-}$ et $n_{\text{Cu}^{2+}}$

D'après l'équation de réaction (1), le cuivre métallique est introduit **en excès** et la transformation est **totale** : les ions nitrate constituent donc le réactif limitant et sont **intégralement consommés**.

Dressons le bilan à partir des nombres stœchiométriques. Pour un avancement final x_f :

$$n_{\text{NO}_3^-} = 2x_f \quad \text{et} \quad n_{\text{Cu}^{2+}} = 3x_f.$$

En éliminant l'avancement entre ces deux relations :

$$x_f = \frac{n_{\text{NO}_3^-}}{2} = \frac{n_{\text{Cu}^{2+}}}{3}.$$

RÉPONSE

$$n_{\text{NO}_3^-} = \frac{2}{3} \times n_{\text{Cu}^{2+}}$$

La relation demandée est bien démontrée.

Q.7. Concentration en masse des ions nitrate et qualité de l'eau

Quantité de matière d'ions nitrate présents dans les 50,0 mL d'eau :

$$n_{\text{NO}_3^-} = \frac{2}{3} \times 6,7 \times 10^{-5} = 4,5 \times 10^{-5} \text{ mol}.$$

Masse correspondante :

$$m_{\text{NO}_3^-} = n_{\text{NO}_3^-} \times M_{\text{NO}_3^-} = 4,5 \times 10^{-5} \times 62,0 = 2,77 \times 10^{-3} \text{ g} = 2,77 \text{ mg}.$$

Concentration en masse :

$$C_{m,\text{NO}_3^-} = \frac{m_{\text{NO}_3^-}}{V_{\text{eau}}} = \frac{2,77 \times 10^{-3}}{50,0 \times 10^{-3}} = 5,5 \times 10^{-2} \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}.$$

RÉPONSE

$$C_{m,\text{NO}_3^-} = 55 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$$

Conclusion sur la qualité de l'eau. La réglementation européenne fixe un seuil de $50 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$ pour les eaux destinées à la consommation humaine. Ici $55 > 50$: le seuil est **dépassé**. Cette eau souterraine n'est donc **pas conforme** et ne peut pas être consommée en l'état. Cette teneur élevée en nitrate, d'origine agricole, est précisément ce qui favorise la prolifération des algues vertes sur le littoral.

Partie B — Le sulfure d'hydrogène

RAPPEL DE COURS

Données utiles : couples oxydant/réducteur $\text{SO}_4^{2-}(\text{aq})/\text{H}_2\text{S}(\text{aq})$ et $\text{O}_2(\text{g})/\text{H}_2\text{O}(\text{l})$; couples acide-base $\text{H}_2\text{S}(\text{aq})/\text{HS}^-(\text{aq})$ avec $\text{p}K_{A1} = 7,0$ et $\text{HS}^-(\text{aq})/\text{S}^{2-}(\text{aq})$ avec $\text{p}K_{A2} = 12$; pH de l'eau de mer = 8,2 ; $K_{\text{H}_2\text{S}} = 0,09$, $p_{\text{H}_2\text{S}} = 0,1 \text{ bar}$, $p^o = 1 \text{ bar}$.

Q.8. Justification du terme « réductrices »

Dans le couple oxydant/réducteur $\text{SO}_4^{2-}(\text{aq})/\text{H}_2\text{S}(\text{aq})$, l'ion sulfate SO_4^{2-} est l'**oxydant** et le sulfure d'hydrogène H_2S le **réducteur**. Le passage de SO_4^{2-} à H_2S correspond donc à un **gain d'électrons** par l'ion sulfate.

On peut le vérifier sur le nombre d'oxydation de l'atome de soufre : il vaut +VI dans SO_4^{2-} et –II dans H_2S ; il *diminue*, ce qui caractérise une réduction.

RÉPONSE

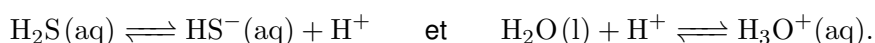
Ces bactéries provoquent la **réduction** des ions sulfate SO_4^{2-} en sulfure d'hydrogène H_2S : c'est ce qui justifie le terme « sulfato-**réductrices** ».

Q.9. Équation de la réaction acido-basique entre H_2S et l'eau de mer

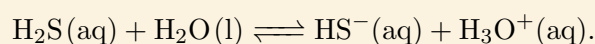
MÉTHODE

Une réaction acido-basique est un **transfert de proton H^+** entre l'acide d'un couple et la base d'un autre couple. On écrit les deux demi-équations, puis on les combine de façon à faire disparaître le proton.

Les deux couples mis en jeu sont $\text{H}_2\text{S}(\text{aq})/\text{HS}^-(\text{aq})$ et $\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})/\text{H}_2\text{O}(\text{l})$. Le sulfure d'hydrogène H_2S joue le rôle d'**acide** (il cède un proton) et l'eau celui de **base** (elle le capte) :



RÉPONSE



ATTENTION

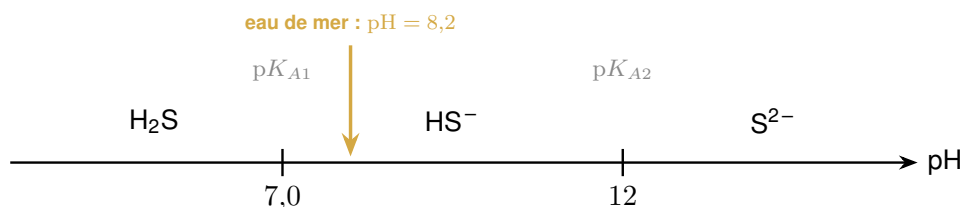
On écrit ici une **double flèche** ($\rightleftharpoons$) : avec $\text{p}K_{A1} = 7,0$, le sulfure d'hydrogène est un **acide faible** et sa réaction avec l'eau est *limitée*, conduisant à un état d'équilibre.

Q.10. Diagramme de prédominance et espèce prédominante dans l'eau de mer

RAPPEL DE COURS

Pour un couple AH/A^- de constante $\text{p}K_A$: la forme **acide** prédomine si $\text{pH} < \text{p}K_A$, la forme **basique** prédomine si $\text{pH} > \text{p}K_A$, et les deux formes sont en concentrations égales pour $\text{pH} = \text{p}K_A$.

Les deux couples se succèdent sur l'axe des pH, avec $\text{p}K_{A1} = 7,0$ puis $\text{p}K_{A2} = 12$:



Dans l'eau de mer, $\text{pH} = 8,2$. On a $7,0 < 8,2 < 12$, c'est-à-dire $\text{p}K_{A1} < \text{pH} < \text{p}K_{A2}$: on se situe dans le domaine intermédiaire.

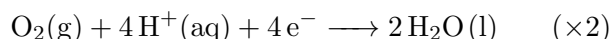
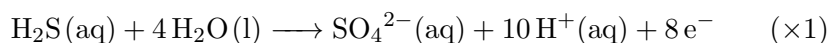
RÉPONSE

Quand les algues vertes sont en contact avec l'eau de mer, l'espèce prédominante est l'ion **hydrogénosulfure** HS^- . Le gaz toxique H_2S n'est donc pratiquement pas présent sous forme moléculaire tant que les algues restent immergées.

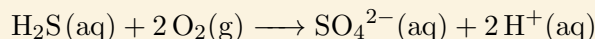
Q.11. Équation d'oxydo-réduction avec le dioxygène et acidification du milieu**MÉTHODE**

Pour établir une équation d'oxydo-réduction : écrire les deux demi-équations électroniques (équilibrer d'abord l'élément caractéristique, puis O avec H_2O , puis H avec H^+ , enfin les charges avec les électrons), les multiplier pour **égaliser le nombre d'électrons**, puis les additionner.

Le sulfure d'hydrogène est **oxydé** en ions sulfate, le dioxygène est **réduit** en eau :



En additionnant puis en simplifiant 8H^+ et $4 \text{H}_2\text{O}$ de part et d'autre :

RÉPONSE

(que l'on peut aussi écrire $\text{H}_2\text{S}(\text{aq}) + 2 \text{O}_2(\text{g}) + 2 \text{H}_2\text{O}(\text{l}) \longrightarrow \text{SO}_4^{2-}(\text{aq}) + 2 \text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})$).

Justification de l'acidification. Cette transformation **produit des ions H^+** (donc des ions oxonium H_3O^+). La concentration $[\text{H}_3\text{O}^+]$ dans le milieu **augmente** ; or $\text{pH} = -\log\left(\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{c^\circ}\right)$ est une fonction **décroissante** de $[\text{H}_3\text{O}^+]$. Le pH **diminue** : le milieu subit bien une **acidification**.

Q.12. Expression de la constante d'acidité K_{A1} **RÉPONSE**

Pour le couple $\text{H}_2\text{S}(\text{aq})/\text{HS}^-(\text{aq})$, associé à l'équilibre $\text{H}_2\text{S}(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightleftharpoons \text{HS}^-(\text{aq}) + \text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})$:

$$K_{A1} = \frac{[\text{HS}^-]_{\text{éq}} \times [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{H}_2\text{S}]_{\text{éq}}}$$

(les concentrations étant rapportées à la concentration standard $c^\circ = 1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, ce qui rend K_{A1} sans unité).

Q.13. Calcul du pH, espèce prédominante et risques

L'expression admise dans l'énoncé est :

$$\text{pH} = \frac{1}{2} \times \left(\text{p}K_{A1} - \log\left(\frac{K_{\text{H}_2\text{S}} \times p_{\text{H}_2\text{S}}}{p^\circ}\right) \right).$$

Calcul de l'argument du logarithme :

$$\frac{K_{\text{H}_2\text{S}} \times p_{\text{H}_2\text{S}}}{p^o} = \frac{0,09 \times 0,1}{1} = 9 \times 10^{-3}, \quad \log(9 \times 10^{-3}) = -2,05.$$

Application numérique :

$$\text{pH} = \frac{1}{2} \times (7,0 - (-2,05)) = \frac{9,05}{2} = 4,5.$$

RÉPONSE

$$\text{pH} = 4,5$$

Espèce prédominante. On a $\text{pH} = 4,5 < \text{p}K_{\text{A}1} = 7,0$: c'est la forme **acide** du couple qui prédomine, c'est-à-dire le sulfure d'hydrogène **H₂S** lui-même. Le milieu s'est bien acidifié (le pH est passé de 8,2 à 4,5), et cette acidification *déplace la prédominance* de HS⁻ vers H₂S.

Risques à laisser les algues sécher sur la plage :

- **Risque sanitaire.** L'espèce prédominante devient H₂S, un gaz volatil classé **H330 — mortel par inhalation**. En séchant, les algues libèrent donc un gaz mortel pour les promeneurs, les ramasseurs et les animaux présents sur la plage.
- **Risque environnemental.** Le H₂S est classé **H400 — très toxique pour les organismes aquatiques** ; de plus, l'acidification du milieu ($\text{pH} \approx 4,5$) est en elle-même délétère pour la faune et la flore du littoral.

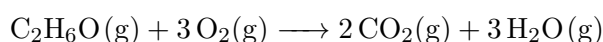
Il est donc impératif de **ramasser rapidement les algues vertes** et d'interdire l'accès aux zones concernées, plutôt que de les laisser se décomposer sur place.

Partie C — Revalorisation des algues vertes

RAPPEL DE COURS

Données utiles : $PV = nRT$ avec $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$; $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$; $T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273$; $M_{\text{C}_2\text{H}_6\text{O}} = 46,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $\rho_{\text{C}_2\text{H}_6\text{O}} = 789 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$.

E85 : 85 % volumique de bioéthanol, 9,3 L consommés pour 100 km. SP95 : 7,0 L pour 100 km et 8,3 m³ de CO₂ libérés.



Q.14. Famille fonctionnelle du groupe caractéristique entouré

Le groupe entouré en pointillés sur la Figure 3 est un groupe **hydroxyle** –OH, lié à un atome de carbone **tétraédrique** (le carbone du groupe –CH₂–OH latéral).

RÉPONSE

Ce groupe caractéristique correspond à la famille des **alcools**

Le carbone qui porte le groupe hydroxyle n'étant lié qu'à *un seul* autre atome de carbone, il s'agit plus précisément d'un **alcool primaire**.

ATTENTION

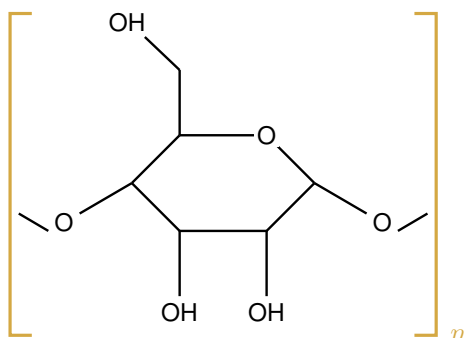
Ne pas confondre avec les autres atomes d'oxygène de la molécule : ceux qui sont *intercalés entre deux atomes de carbone* (dans le cycle, et entre deux cycles) ne portent pas d'hydrogène. Ce sont des **ponts oxygène** (fonction éther-oxyde), et non des groupes hydroxyle.

Q.15. Motif du polymère

RAPPEL DE COURS

Le **motif** d'un polymère est la plus petite unité structurale qui, répétée n fois et reliée à elle-même, permet de reconstituer toute la macromolécule.

Sur la Figure 3, on reconnaît un enchaînement de cycles **tous identiques** (chacun formé de cinq atomes de carbone et d'un atome d'oxygène, portant un groupe $-\text{CH}_2\text{OH}$ et deux groupes $-\text{OH}$), reliés entre eux par un **pont oxygène**. Le motif est donc cette unité cyclique, de formule brute $\text{C}_6\text{H}_{10}\text{O}_5$: c'est une unité *glucose*, ce qui est logique puisque l'amylose est un polymère du glucose.

**RÉPONSE**

Le motif du polymère est l'**unité glucose** (cycle à six atomes, dont cinq carbones et un oxygène, portant un groupe $-\text{CH}_2\text{OH}$ et deux groupes $-\text{OH}$), de formule brute $\text{C}_6\text{H}_{10}\text{O}_5$

Chaque motif est relié au suivant par un pont oxygène : l'amylose est ainsi un **polymère naturel du glucose**.

Q.16. Quantité de matière de bioéthanol contenue dans l'E85

Volume de bioéthanol. L'E85 contient 85 % en volume de bioéthanol, et il en faut 9,3 L pour parcourir 100 km :

$$V_{\text{C}_2\text{H}_6\text{O}} = 0,85 \times 9,3 = 7,91 \text{ L.}$$

Masse correspondante, à partir de la masse volumique :

$$m_{\text{C}_2\text{H}_6\text{O}} = \rho_{\text{C}_2\text{H}_6\text{O}} \times V_{\text{C}_2\text{H}_6\text{O}} = 789 \times 7,91 = 6,24 \times 10^3 \text{ g.}$$

Quantité de matière :

$$n_{\text{C}_2\text{H}_6\text{O}} = \frac{m_{\text{C}_2\text{H}_6\text{O}}}{M_{\text{C}_2\text{H}_6\text{O}}} = \frac{6,24 \times 10^3}{46,0} = 1,36 \times 10^2 \text{ mol.}$$

RÉPONSE

$$n_{\text{C}_2\text{H}_6\text{O}} \approx 1,4 \times 10^2 \text{ mol}$$

Ce résultat est conforme à la valeur annoncée par l'énoncé.

Q.17. Volume de CO_2 libéré et comparaison avec le SP95**DÉMARCHE PROPOSÉE**

Question à prise d'initiative : il faut expliciter la démarche avant de calculer.

1. Utiliser les nombres stœchiométriques de l'équation de combustion pour passer de $n_{\text{C}_2\text{H}_6\text{O}}$ à n_{CO_2} .
2. Convertir les données (T en kelvins, p_{atm} en pascals).
3. Appliquer la loi des gaz parfaits pour obtenir le volume V_{CO_2} .

4. Comparer à la valeur du tableau pour le SP95 et conclure.

Étape 1 — quantité de dioxyde de carbone. D'après l'équation $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}(\text{g}) + 3 \text{O}_2(\text{g}) \longrightarrow 2 \text{CO}_2(\text{g}) + 3 \text{H}_2\text{O}(\text{g})$, la combustion d'une mole d'éthanol produit **deux** moles de dioxyde de carbone :

$$n_{\text{CO}_2} = 2 \times n_{\text{C}_2\text{H}_6\text{O}} = 2 \times 1,36 \times 10^2 = 2,71 \times 10^2 \text{ mol.}$$

Étape 2 — conversion des données en unités SI.

$$T = \theta + 273 = 20 + 273 = 293 \text{ K}, \quad p_{\text{atm}} = 1,013 \text{ bar} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa.}$$

Étape 3 — loi des gaz parfaits. De $PV = nRT$ on tire $V_{\text{CO}_2} = \frac{n_{\text{CO}_2} R T}{p_{\text{atm}}}$, soit :

$$V_{\text{CO}_2} = \frac{2,71 \times 10^2 \times 8,314 \times 293}{1,013 \times 10^5} = \frac{6,61 \times 10^5}{1,013 \times 10^5} = 6,5 \text{ m}^3.$$

Étape 4 — comparaison. Pour le même trajet de 100 km, le SP95 libère $8,3 \text{ m}^3$ de CO_2 . L'écart relatif vaut :

$$\frac{8,3 - 6,5}{8,3} \approx 0,22, \quad \text{soit une réduction de } 22 \%.$$

RÉPONSE

$$V_{\text{CO}_2} \approx 6,5 \text{ m}^3$$

Conclusion. La combustion du bioéthanol contenu dans l'E85 libère $6,5 \text{ m}^3$ de CO_2 pour 100 km, contre $8,3 \text{ m}^3$ pour le SP95 : c'est environ 22 % de CO_2 en moins.

L'avantage du bioéthanol est en réalité double. Non seulement il émet moins de CO_2 à l'usage, mais surtout ce CO_2 est d'origine **biogénique** : il avait été *prélevé dans l'atmosphère* par les algues vertes lors de la photosynthèse, quelques mois plus tôt seulement. Le bilan carbone net est donc quasiment nul, alors que le CO_2 issu du SP95 provient d'un carbone **fossile** stocké depuis des millions d'années et constitue un ajout net dans l'atmosphère. S'y ajoute un troisième bénéfice : cette filière **valorise un déchet** (les algues échouées) dont il faut de toute façon se débarrasser.

POUR ALLER PLUS LOIN

Une lecture rigoureuse doit nuancer la comparaison. L'E85 contient aussi 15 % de SP95, soit $0,15 \times 9,3 = 1,4 \text{ L}$ d'essence, qui libèrent à leur tour environ $1,7 \text{ m}^3$ de CO_2 . Le total réellement émis par un plein d'E85 est donc voisin de $6,5 + 1,7 \approx 8,2 \text{ m}^3$, c'est-à-dire *pratiquement autant* que le SP95 ! Cela s'explique par la consommation plus élevée ($9,3 \text{ L}$ contre $7,0 \text{ L}$), le bioéthanol ayant un pouvoir calorifique plus faible. L'intérêt de l'E85 ne tient donc pas au volume total de CO_2 rejeté, mais bien à la **nature renouvelable** du carbone émis.

Exercice 2 — Mesure du niveau d'un liquide

(6 pts)

Partie A — Influence de la capacité lors de la charge d'un condensateur

RAPPEL DE COURS

Données utiles : $R = 330 \text{ k}\Omega = 3,30 \times 10^5 \Omega$; $E = 5,0 \text{ V}$; $\tau = RC$; $u_C(t) = E \times (1 - e^{-t/\tau})$.

Q.1. Justification de la relation $i = C \frac{du_C}{dt}$

RAPPEL DE COURS

L'intensité du courant est le **débit de charge électrique** : $i = \frac{dq}{dt}$, où q est la charge portée par l'armature vers laquelle pointe la flèche du courant. Pour un condensateur, cette charge est proportionnelle à la tension à ses bornes : $q = C u_C$.

D'après la Figure 2, l'intensité i est orientée vers l'armature portant la charge $+q$: le condensateur est donc orienté en **convention récepteur** et l'on a $i = \frac{dq}{dt}$.

En reportant $q = C u_C$, la capacité C du condensateur étant une **constante** (elle ne dépend pas du temps, seulement de la géométrie et de l'isolant), elle sort de la dérivation :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C u_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt}.$$

RÉPONSE

$$i = C \times \frac{du_C}{dt}$$

La relation demandée est bien justifiée.

Q.2. Équation différentielle vérifiée par u_C lors de la charge

MÉTHODE

On applique la **loi des mailles** au circuit, puis on exprime chaque tension en fonction de la seule inconnue u_C , à l'aide de la loi d'Ohm et du résultat de Q.1.

D'après la Figure 2, la loi des mailles s'écrit $E = u_R + u_C$.

Le conducteur ohmique est orienté en convention récepteur, donc la loi d'Ohm donne $u_R = Ri$. En y reportant l'expression de i établie en Q.1 :

$$u_R = RC \frac{du_C}{dt}.$$

La loi des mailles devient alors :

$$E = RC \frac{du_C}{dt} + u_C.$$

RÉPONSE

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = \frac{E}{RC}$$

(forme équivalente : $RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E$). Il s'agit d'une équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants, avec second membre.

Q.3. Valeur de $u_C(\tau)$ et vérification des 63 %

La valeur maximale de la tension, atteinte en régime permanent ($t \rightarrow +\infty$), vaut $u_{C,\max} = E$ puisque $e^{-t/\tau} \rightarrow 0$.

En évaluant la solution à l'instant particulier $t = \tau$:

$$u_C(\tau) = E \times (1 - e^{-\tau/\tau}) = E \times (1 - e^{-1}) = E \times (1 - 0,368) = 0,632 E.$$

Le rapport $\frac{u_C(\tau)}{u_{C,\max}} = 0,632$ vaut bien 63 % : la propriété est vérifiée.

Application numérique : $u_C(\tau) = 0,632 \times 5,0$.

RÉPONSE

À l'instant $t = \tau$, la tension a atteint 63 % de sa valeur maximale E , soit :

$$u_C(\tau) = 3,2 \text{ V}.$$

ATTENTION

Cette valeur de 63 % est **indépendante** de E , de R et de C : elle ne fait intervenir que $1 - e^{-1}$. C'est précisément ce qui en fait une méthode *graphique* universelle pour déterminer τ , réutilisée à la question Q.5.

Q.4. Influence de la capacité C sur la durée de charge

La constante de temps du dipôle RC vaut $\tau = RC$: elle est donc **proportionnelle à C** . Or, en pratique, on considère la charge comme complète au bout d'une durée de l'ordre de $5\tau = 5RC$ (la tension atteint alors plus de 99 % de E).

RÉPONSE

La durée de charge complète, de l'ordre de $5\tau = 5RC$, est **proportionnelle à la capacité C : plus la capacité C est grande, plus la charge du condensateur est longue**, à résistance fixée.

Partie B — Détermination du volume d'huile contenu dans un fût métallique**RAPPEL DE COURS**

Données utiles : $D = 0,610 \text{ m}$; $V = \frac{\pi}{4} \times D^2 \times H$; $h_0 = 4,4 \text{ cm}$; $R = 330 \text{ k}\Omega$. La hauteur h est le niveau d'huile *dans le condensateur*, H le niveau d'huile *dans la cuve*, avec $H = h_0 + h$.

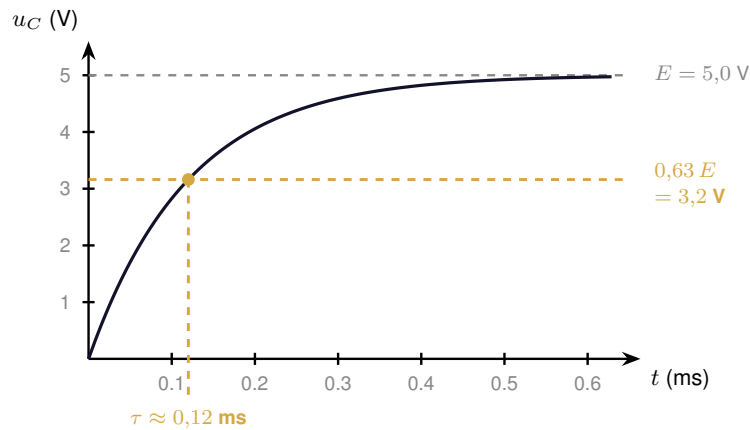
Q.5. Détermination graphique de la constante de temps τ **MÉTHODE**

On exploite la propriété démontrée en Q.3 : à $t = \tau$, la tension vaut 63 % de sa valeur maximale. On repère donc l'ordonnée $0,63 E$ sur la courbe, on trace l'horizontale correspondante jusqu'à couper la courbe, puis on redescend verticalement sur l'axe des temps.

Mise en œuvre. La courbe de la Figure 4 tend vers une asymptote horizontale $u_C = E = 5,0 \text{ V}$. On calcule l'ordonnée de repérage :

$$0,63 \times E = 0,63 \times 5,0 = 3,2 \text{ V}.$$

On trace l'horizontale $u_C = 3,2 \text{ V}$: elle coupe la courbe en un point dont on lit l'abscisse $t = \tau \approx 0,12 \text{ ms}$.

**RÉPONSE**

La lecture graphique donne :

$$\tau \approx 0,12 \text{ ms} = 1,2 \times 10^{-4} \text{ s}$$

Cette valeur correspond bien à celle annoncée par l'énoncé.

MÉTHODE ALTERNATIVE

On peut aussi tracer la **tangente à la courbe à l'origine** : elle coupe l'asymptote horizontale $u_C = E$ à l'abscisse $t = \tau$. Les deux méthodes sont acceptées, mais celle des 63 % est en général plus précise, car le tracé d'une tangente à main levée est délicat.

Q.6. Volume d'huile contenu dans le fût métallique**DÉMARCHE PROPOSÉE**

Question à prise d'initiative. La chaîne de déductions à mettre en place est :

$$\tau \xrightarrow{\tau=RC} C \xrightarrow{\text{Figure 5}} h \xrightarrow{H=h_0+h} H \xrightarrow{V=\frac{\pi}{4}D^2H} V_H$$

Étape 1 — capacité du condensateur. De $\tau = RC$ on tire :

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{1,2 \times 10^{-4}}{3,30 \times 10^5} = 3,6 \times 10^{-10} \text{ F} = 0,36 \text{ nF}.$$

Étape 2 — hauteur d'huile dans le condensateur. La Figure 5 est une droite ; on détermine son équation à partir de deux points bien lisibles, (0 ; 0,20) et (0,80 ; 0,44) :

$$a = \frac{0,44 - 0,20}{0,80 - 0} = 0,30 \text{ nF} \cdot \text{m}^{-1}, \quad C = 0,30 h + 0,20 \text{ (en nF, } h \text{ en m)}.$$

On en déduit, en isolant h :

$$h = \frac{C - 0,20}{0,30} = \frac{0,36 - 0,20}{0,30} = 0,53 \text{ m}.$$

Étape 3 — niveau d'huile dans la cuve. L'huile n'entre dans le condensateur qu'à partir du niveau $h_0 = 4,4 \text{ cm} = 0,044 \text{ m}$ (Figure 3) :

$$H = h_0 + h = 0,044 + 0,53 = 0,58 \text{ m}.$$

Étape 4 — volume d'huile. Le fût est assimilé à un cylindre de diamètre $D = 0,610 \text{ m}$:

$$V_H = \frac{\pi}{4} \times D^2 \times H = \frac{\pi}{4} \times (0,610)^2 \times 0,58 = 0,785 \times 0,372 \times 0,58.$$

RÉPONSE

$$V_H \approx 0,17 \text{ m}^3 \approx 1,7 \times 10^2 \text{ L.}$$

Le fût contient donc environ 170 L d'huile.

ATTENTION

L'erreur classique consiste à confondre h et H . La hauteur h lue sur la Figure 5 est le niveau d'huile à l'intérieur du condensateur ; comme le capteur ne « commence » qu'à la hauteur h_0 au-dessus du fond du fût, le niveau réel dans la cuve est $H = h_0 + h$. Oublier le terme h_0 conduirait à sous-estimer le volume d'environ 13 L.

Exercice 3 — Le javelot tir sur cible

(5 pts)

RAPPEL DE COURS

Données utiles : $m = 300 \text{ g} = 0,300 \text{ kg}$; $g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$; distance lanceur-cible $d = 8 \text{ m}$; frottements et poussée d'Archimède négligés.

Conditions initiales : à $t = 0$, le point M est en $M_0(0 ; H)$ avec un vecteur vitesse $\vec{v}_0$ faisant un angle α avec l'horizontale.

Q.1. Énoncé et application de la deuxième loi de Newton

RÉPONSE

Énoncé. Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un système de masse m constante est égale au produit de sa masse par le vecteur accélération de son centre de masse :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}.$$

Application au lancer de javelot :

- **Système** : le javelot de masse m , assimilé au point matériel M .
- **Référentiel** : le référentiel terrestre, supposé galiléen.
- **Bilan des forces** : les frottements et la poussée d'Archimède étant négligés, le javelot n'est soumis, après avoir quitté la main du joueur, qu'à son **pooids** $\vec{P} = m \vec{g}$.

La deuxième loi de Newton s'écrit alors $m \vec{g} = m \vec{a}$, soit, après simplification par m (non nulle) :

RÉPONSE

$$\vec{a} = \vec{g}$$

Le mouvement du javelot est une **chute libre** : son accélération est égale au champ de pesanteur, indépendamment de sa masse.

Q.2. Coordonnées du vecteur accélération

Dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{k})$ de la Figure 1, l'axe (Oz) est vertical **ascendant** alors que le champ de pesanteur $\vec{g}$ est dirigé vers le bas : ses coordonnées sont donc $g_x = 0$ et $g_z = -g$.

D'après la question Q.1, $\vec{a} = \vec{g}$, d'où par identification des coordonnées :

RÉPONSE

$$\vec{a}(t) \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_z(t) = -g = -9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \end{cases}$$

Q.3. Coordonnées du vecteur vitesse

MÉTHODE

Le vecteur vitesse est une **primitive** du vecteur accélération : on intègre coordonnée par coordonnée, puis on détermine les constantes d'intégration à l'aide des **conditions initiales**.

Conditions initiales. À $t = 0$, le vecteur $\vec{v}_0$ fait un angle α avec l'horizontale ; en projetant sur les deux axes :

$$v_x(0) = v_0 \cos \alpha, \quad v_z(0) = v_0 \sin \alpha.$$

Intégration. Puisque $a_x(t) = \frac{dv_x}{dt} = 0$, la coordonnée v_x est **constante**, égale à sa valeur initiale. Puisque $a_z(t) = \frac{dv_z}{dt} = -g$ est constante, v_z est une fonction affine du temps :

RÉPONSE

$$\vec{v}(t) \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos \alpha \\ v_z(t) = -gt + v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

Q.4. Équations horaires du mouvement

Conditions initiales. À $t = 0$, le point M se trouve en M_0 , situé sur l'axe (Oz) à la hauteur H : $x(0) = 0$ et $z(0) = H$.

Intégration. Le vecteur position est une primitive du vecteur vitesse :

$$\frac{dx}{dt} = v_0 \cos \alpha \implies x(t) = (v_0 \cos \alpha) t + x(0),$$

$$\frac{dz}{dt} = -gt + v_0 \sin \alpha \implies z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \alpha) t + z(0).$$

En reportant $x(0) = 0$ et $z(0) = H$:

RÉPONSE

$$\begin{cases} x(t) = v_0 (\cos \alpha) t \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 (\sin \alpha) t + H \end{cases}$$

Les expressions demandées sont bien démontrées.

Q.5. Équation de la trajectoire $z(x)$ **MÉTHODE**

L'équation de la **trajectoire** ne fait plus intervenir le temps : on **élimine** t entre les deux équations horaires, en exprimant t à partir de $x(t)$ puis en le reportant dans $z(t)$.

Le javelot étant lancé vers l'avant, $\cos \alpha \neq 0$ et l'on peut inverser la première équation horaire :

$$x = v_0 (\cos \alpha) t \iff t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}.$$

En reportant cette expression dans $z(t)$:

$$z(x) = -\frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 + v_0 (\sin \alpha) \times \frac{x}{v_0 \cos \alpha} + H.$$

On développe le premier terme et l'on simplifie le second par v_0 , en reconnaissant $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$:

RÉPONSE

$$z(x) = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + (\tan \alpha) x + H$$

La trajectoire est donc une **parabole**, ce que confirme l'allure de la Figure 2.

Q.6. Hauteur initiale H du javelot

À l'instant du lancer, $t = 0$, on a $x = 0$. Or l'équation de la trajectoire donne $z(0) = H$: la hauteur initiale est donc simplement l'**ordonnée à l'origine** de la parabole.

En identifiant avec la modélisation $z = -0,081x^2 + 0,62x + 1,1$, le terme constant vaut 1,1.

RÉPONSE

$$H = 1,1 \text{ m}$$

Cette valeur est cohérente avec la hauteur de la main d'un joueur adulte au moment du lâcher.

Q.7. Angle α et vitesse initiale v_0 du lancer**MÉTHODE**

On **identifie terme à terme** les coefficients de la parabole théorique établie en Q.5 avec ceux de la parabole expérimentale. Le coefficient du terme en x donne l'angle ; celui du terme en x^2 donne ensuite la vitesse.

Détermination de l'angle — identification des coefficients de x :

$$\tan \alpha = 0,62 \iff \alpha = \arctan(0,62) = 31,8^\circ.$$

Détermination de la vitesse — identification des coefficients de x^2 :

$$-\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} = -0,081 \iff v_0^2 = \frac{g}{2 \times 0,081 \times \cos^2 \alpha}.$$

Avec $\cos(31,8^\circ) = 0,850$, donc $\cos^2 \alpha = 0,722$:

$$v_0^2 = \frac{9,81}{2 \times 0,081 \times 0,722} = 83,8 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}, \quad v_0 = \sqrt{83,8} = 9,16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

RÉPONSE

$$\alpha \approx 32^\circ \quad \text{et} \quad v_0 \approx 9,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1},$$

conformément aux valeurs annoncées par l'énoncé.

Q.8. Nombre de points marqués par le joueur**MÉTHODE**

Il faut comparer la **hauteur d'impact** du javelot sur la cible à la hauteur du **centre** de celle-ci, puis situer l'écart obtenu par rapport aux rayons des deux zones. Attention : l'énoncé fournit des **diamètres**, il faut les diviser par deux.

Hauteur d'impact. La cible est verticale et située à $d = 8 \text{ m}$ du lanceur ; on calcule donc $z(8)$ avec l'équation modélisant la trajectoire :

$$z(8) = -0,081 \times 8^2 + 0,62 \times 8 + 1,1 = -5,18 + 4,96 + 1,1 = 0,876 \text{ m} = 87,6 \text{ cm}.$$

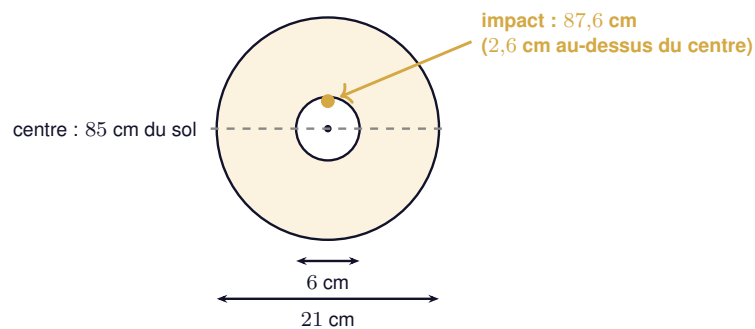
Écart au centre de la cible, situé à 85 cm du sol :

$$\Delta z = 87,6 - 85 = 2,6 \text{ cm}.$$

Rayons des deux zones, obtenus en divisant les diamètres par deux :

$$r_{\text{blanc}} = \frac{6}{2} = 3,0 \text{ cm}, \quad r_{\text{ext}} = \frac{21}{2} = 10,5 \text{ cm}.$$

Comme $\Delta z = 2,6 \text{ cm} < r_{\text{blanc}} = 3,0 \text{ cm}$, le javelot se plante dans le **cercle blanc central** :

**RÉPONSE**

Le javelot atteint la cible à 87,6 cm du sol, soit à 2,6 cm du centre. Cet écart étant inférieur au rayon du cercle blanc (3,0 cm), le javelot se plante dans la zone centrale : le joueur marque **2 points**

ATTENTION

Le résultat se joue à 4 mm près (2,6 cm contre 3,0 cm) ! Il faut donc conduire le calcul de $z(8)$ **sans arrondir les résultats intermédiaires** : en arrondissant $-0,081 \times 64$ à $-5,2$, on obtiendrait $z(8) = 0,86$ m, soit un écart de 1 cm seulement, et la conclusion resterait heureusement la même — mais la marge est mince.