Corrigé

Baccalauréat général — Spécialité Physique-Chimie

Métropole – Jour 2 – Session de remplacement 2026

Épreuve du mercredi 9 septembre 2026 — Durée 3 h 30 (26-PYCJ2ME3)

Exercice 1 — De l'acide salicylique à l'aspirine

(9 pts)

RAPPEL

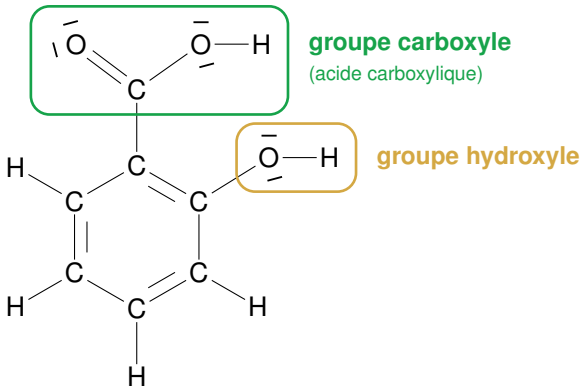
Acide salicylique $C_7H_6O_3$, $M = 138\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$, solubilité dans l'eau à $25\ °\text{C}$: $s = 2{,}24\ \text{g}\cdot\text{L}^{-1}$. Couples : $C_7H_6O_3/C_7H_5O_3^-$, $\text{p}K_{\text{A}1} = 3{,}0$; $C_7H_5O_3^-/C_7H_4O_3^{2-}$, $\text{p}K_{\text{A}2} = 13{,}6$; $c^\circ = 1\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

Partie 1 — La molécule d'acide salicylique

Q1. Schéma de Lewis et groupes caractéristiques.

MÉTHODE

Partir de la formule développée et compléter chaque atome d'oxygène par ses **deux doublets non liants** (règle de l'octet : 2 liaisons + 2 doublets). Les atomes C et H n'en portent aucun ici.



RÉPONSE

La molécule porte un groupe **carboxyle** $-COOH$ et un groupe **hydroxyle** $-OH$; chacun des trois atomes d'oxygène porte deux doublets non liants.

Q2. Espèce amphotère.

Une espèce amphotère est à la fois l'acide d'un couple et la base d'un autre.

RÉPONSE

L'ion $C_7H_5O_3^-$ est la base du couple $C_7H_6O_3/C_7H_5O_3^-$ et l'acide du couple $C_7H_5O_3^-/C_7H_4O_3^{2-}$: c'est l'espèce amphotère.

Q3. Masse minimale pour préparer la solution saturée S.

La solution est saturée lorsque la masse dissoute atteint la solubilité : $m = s \times V = 2{,}24 \times 0{,}200 = 0{,}448\ \text{g}$.

RÉPONSE

Il faut peser au minimum $m \approx 0{,}45\ \text{g}$ d'acide salicylique (en pratique un peu plus, l'excès restant non dissous).

Q4. Concentration apportée de S.

$$C = \frac{s}{M} = \frac{2{,}24}{138} \approx 1{,}62 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}.$$

RÉPONSE

$C \approx 16{,}2\ \text{mmol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Q5. Réaction avec l'eau (première acidité).

RÉPONSE

$$\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_3\,(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}\,(\text{l}) \rightleftharpoons \text{C}_7\text{H}_5\text{O}_3{}^-\,(\text{aq}) + \text{H}_3\text{O}^+\,(\text{aq})$$

Q6. L'acide salicylique est un acide faible.

MÉTHODE

Pour un acide fort, la réaction avec l'eau est totale : $[\text{H}_3\text{O}^+] = C$ et $\text{pH} = -\log(C/c^\circ)$. Comparer cette valeur au pH mesuré.

Si l'acide était fort : $\text{pH} = -\log(1{,}62 \times 10^{-2}) \approx 1{,}8$. Or on mesure $\text{pH} = 2{,}4$, soit $[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = 10^{-2{,}4} \approx 3{,}98 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1} < C$.

RÉPONSE

$[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} < C$ (pH mesuré $2{,}4 > 1{,}8$) : la réaction avec l'eau n'est pas totale, l'acide salicylique est un **acide faible**.

Q7. Constante d'acidité K_{A1}.

MÉTHODE

En négligeant l'autoprotolyse de l'eau et la seconde acidité : $[\text{C}_7\text{H}_5\text{O}_3{}^-]_{\text{éq}} = [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}$ et $[\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_3]_{\text{éq}} = C - [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}$.

$$K_{\text{A1}} = \frac{[\text{C}_7\text{H}_5\text{O}_3{}^-]_{\text{éq}}\,[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_3]_{\text{éq}}\ c^\circ} = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}^2}{\left(C - [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}\right) c^\circ} = \frac{(3{,}98 \times 10^{-3})^2}{1{,}62 \times 10^{-2} - 3{,}98 \times 10^{-3}} \approx 1{,}29 \times 10^{-3}$$

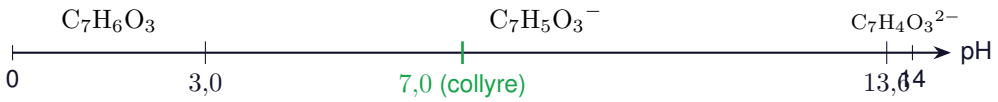
$$\text{p}K_{\text{A1}} = -\log K_{\text{A1}} \approx 2{,}9.$$

RÉPONSE

$\text{p}K_{\text{A1}} \approx 2{,}9$, très proche de la valeur tabulée $3{,}0$. Le petit écart s'explique par la précision du pH, donné à une seule décimale : une variation de $0{,}05$ unité de pH suffit à déplacer le $\text{p}K_{\text{A}}$ calculé de $0{,}1$.

Partie 2 — Dosage de l'acide salicylique d'un collyre

Q8. Diagramme de prédominance.



RÉPONSE

Le collyre a un pH de 7,0, compris entre $\mathrm{p}K_{\mathrm{A1}} = 3{,}0$ et $\mathrm{p}K_{\mathrm{A2}} = 13{,}6$: la forme prédominante est l'**ion salicylate** $C_7H_5O_3^-$.

Q9. Solution incolore.

Sur le spectre d'absorption, l'absorbance est non nulle seulement pour $\lambda < 350$ nm (deux bandes vers 230 et 295 nm, dans l'ultraviolet). Elle est nulle sur tout le domaine visible (400 à 800 nm).

RÉPONSE

La solution n'absorbe aucune radiation visible : elle est **incolore**.

Q10. Nécessité de diluer le collyre.

La concentration en masse du collyre vaut $1\ \mathrm{mg \cdot mL^{-1}} = 1\,000\ \mathrm{mg \cdot L^{-1}}$, bien au-delà de la gamme d'étalonnage (de 0 à $80\ \mathrm{mg \cdot L^{-1}}$ environ). Son absorbance (près de 26 par extrapolation) serait hors de portée du spectrophotomètre et hors du domaine de validité de la loi de Beer-Lambert vérifié par la droite d'étalonnage.

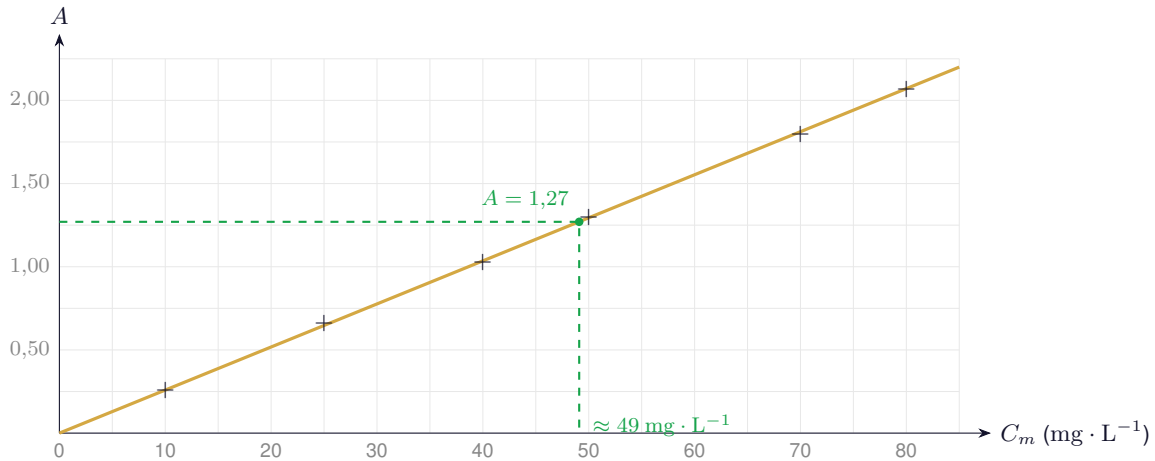
RÉPONSE

Il faut diluer le collyre pour que son absorbance se situe dans le domaine de la courbe d'étalonnage, où l'absorbance est proportionnelle à la concentration.

Q11. Accord avec la notice (résolution de problème).

MÉTHODE

1. Lire la concentration $C_{m,\mathrm{dil}}$ de la solution diluée sur la droite d'étalonnage pour $A = 1{,}27$. **2.** Multiplier par le facteur de dilution 20, ainsi que l'incertitude-type ($u(\alpha x) = \alpha\, u(x)$). **3.** Calculer le quotient $|x - x_{\mathrm{réf}}|/u(x)$ et conclure.



Lecture. La droite d'étalonnage passe par l'origine et par le point $(80\,;2{,}07)$: $A = k\,C_m$ avec $k \approx 2{,}07/80 \approx 2{,}59 \times 10^{-2}\ \mathrm{L \cdot mg^{-1}}$. Pour $A = 1{,}27$: $C_{m,\mathrm{dil}} = 1{,}27/k \approx 49{,}1\ \mathrm{mg \cdot L^{-1}}$, ce que confirme la lecture graphique ($\approx 49\ \mathrm{mg \cdot L^{-1}}$).

Incertitude. La plus petite graduation de l'axe des abscisses vaut $1\ \text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$; on estime l'incertitude de lecture à une demi-graduation : $u(C_{m,\text{dil}}) \approx 0{,}5\ \text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$.

Collyre.

$$C_{m,\text{coll}} = 20 \times C_{m,\text{dil}} \approx 20 \times 49{,}1 \approx 982\ \text{mg}\cdot\text{L}^{-1} \qquad u(C_{m,\text{coll}}) = 20 \times 0{,}5 = 10\ \text{mg}\cdot\text{L}^{-1}.$$

$$\frac{|C_{m,\text{coll}} - C_{\text{réf}}|}{u(C_{m,\text{coll}})} = \frac{|982 - 1\,000|}{10} \approx 1{,}8.$$

RÉPONSE

Le collyre contient $C_m \approx 0{,}98\ \text{mg}\cdot\text{mL}^{-1}$, avec $u \approx 0{,}01\ \text{mg}\cdot\text{mL}^{-1}$. Le quotient vaut environ $1{,}8 < 2$: la concentration mesurée est **en accord** avec la valeur de $1\ \text{mg}\cdot\text{mL}^{-1}$ indiquée sur la notice. (Avec une incertitude de lecture d'une graduation entière, le quotient tomberait à $0{,}9$: la conclusion est inchangée.)

Partie 3 — Synthèse de l'aspirine

RAPPEL

$\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_3(\text{s}) + \text{C}_4\text{H}_6\text{O}_3(\text{l}) \longrightarrow \text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2(\text{l}) + \text{C}_9\text{H}_8\text{O}_4(\text{s})$, transformation totale. $m = 2{,}0\ \text{g}$ d'acide salicylique ($138\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$) ; $V = 3{,}0\ \text{mL}$ d'anhydride éthanoïque ($102\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$, $\rho = 1{,}08\ \text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$) ; aspirine $180\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$. Solubilités croissantes avec la température.

Q12. Consignes de sécurité.

Les pictogrammes indiquent des espèces nocives ou irritantes et dangereuses pour la santé (acide salicylique), corrosives (acide salicylique, anhydride éthanoïque, ainsi que l'acide sulfurique ajouté), inflammable et toxique (anhydride éthanoïque).

RÉPONSE

Porter blouse, lunettes de protection et gants ; manipuler l'anhydride éthanoïque et l'acide sulfurique sous la hotte, loin de toute flamme (chauffage au chauffe-ballon ou au bain-marie) ; ajouter l'eau froide avec précaution, l'anhydride réagissant vivement avec l'eau.

Q13. Avantages du chauffage à reflux.

RÉPONSE

Le chauffage augmente la vitesse de la transformation (la température est un facteur cinétique) ; le reflux condense les vapeurs, qui retombent dans le milieu réactionnel : aucune perte de réactif ni de produit, et aucune vapeur nocive ou inflammable ne s'échappe.

Q14. Nom des étapes.

RÉPONSE

Étape A : **transformation** (synthèse proprement dite). Étape B : **isolement** du produit (cristallisation, filtration, séchage).

Q15. Eau froide et bain de glace.

RÉPONSE

La solubilité de l'aspirine augmente avec la température : refroidir le mélange diminue sa solubilité, ce qui provoque sa cristallisation et limite la part restée dissoute. Le rinçage à l'eau froide élimine les impuretés solubles sans redissoudre les cristaux.

Q16. Interprétation du chromatogramme.

Le dépôt C (produit synthétisé) ne donne qu'une seule tache, située à la même hauteur que celle du dépôt B (aspirine commerciale). Aucune tache de C n'est à la hauteur de celle du dépôt A (acide salicylique).

RÉPONSE

Le produit synthétisé contient de l'aspirine et ne contient pas d'acide salicylique détectable : il est pur au sens de la CCM.

Q17. Réactif limitant et masse théorique.

MÉTHODE

Les nombres stœchiométriques valent tous 1 : le réactif limitant est celui introduit en plus petite quantité. Pour un liquide, $n = \rho V/M$.

$$n_{\text{AS}} = \frac{2{,}0}{138} \approx 1{,}45 \times 10^{-2}\ \text{mol} \qquad n_{\text{anh}} = \frac{1{,}08 \times 3{,}0}{102} \approx 3{,}18 \times 10^{-2}\ \text{mol}$$

$n_{\text{AS}} < n_{\text{anh}}$: l'acide salicylique est le réactif limitant. La transformation étant totale, $n_{\text{max}}(\text{aspirine}) = n_{\text{AS}}$.

$$m_{\text{théo}} = n_{\text{AS}} \times M_{\text{aspirine}} = 1{,}45 \times 10^{-2} \times 180 \approx 2{,}6\ \text{g}.$$

RÉPONSE

L'acide salicylique est limitant et $m_{\text{théo}} \approx 2{,}6\ \text{g}$.

Q18. Rendement.

$$\eta = \frac{m_{\text{exp}}}{m_{\text{théo}}} = \frac{2{,}2}{2{,}61} \approx 0{,}84.$$

RÉPONSE

$\eta \approx 84\,\%$, rendement élevé mais inférieur à $100\,\%$: une partie de l'aspirine reste dissoute dans l'eau (même froide) ou est perdue lors des transferts, de la filtration et du rinçage.

Exercice 2 — Observer l'ISS

(5,5 pts)

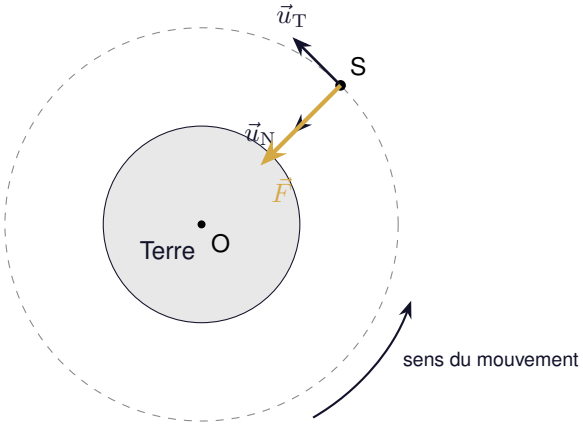
RAPPEL

Référentiel géocentrique galiléen ; $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$, $M_{\text{T}} = 5{,}97 \times 10^{24}\ \text{kg}$; orbite circulaire de centre O et de rayon $R_{\text{S}} = 6\,771\ \text{km}$ (altitude $400\ \text{km}$). ISS : $108\ \text{m} \times 74\ \text{m}$. Pouvoir séparateur de l'œil $\varepsilon = 2{,}9 \times 10^{-4}\ \text{rad}$. Lunette : $f'_1 = 400\ \text{mm}$, oculaires $f'_{\text{A}} = 50\ \text{mm}$ et $f'_{\text{B}} = 20\ \text{mm}$.

Partie 1 — Le mouvement de l'ISS

Q1. Schéma et repère de Frenet.

Q2. Force de gravitation.



$\vec{u}_T$ est tangent à la trajectoire, orienté dans le sens du mouvement ; $\vec{u}_N$ est dirigé de S vers le centre O. La force de gravitation est attractive, dirigée de S vers O.

RÉPONSE

$$\vec{F} = \frac{G\,M_T\,m}{R_S^2}\,\vec{u}_N$$

Q3. Vecteur accélération et nature du mouvement.

MÉTHODE

Deuxième loi de Newton appliquée au système {ISS} dans le référentiel géocentrique galiléen, puis comparaison avec l'accélération dans le repère de Frenet :

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\vec{u}_T + \frac{v^2}{R_S}\,\vec{u}_N.$$

$m\,\vec{a}_S = \vec{F} \iff \vec{a}_S = \dfrac{G\,M_T}{R_S^2}\,\vec{u}_N$. La coordonnée tangentielle est nulle : $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$, donc v est constante.

RÉPONSE

$\vec{a}_S = \dfrac{G\,M_T}{R_S^2}\,\vec{u}_N$; la valeur de la vitesse est constante et la trajectoire est un cercle : le mouvement de l'ISS est **circulaire uniforme**.

Q4. Vitesse de l'ISS.

Par identification des coordonnées normales :

$$\frac{v_S^2}{R_S} = \frac{G\,M_T}{R_S^2} \iff v_S = \sqrt{\frac{G\,M_T}{R_S}} = \sqrt{\frac{6{,}67\times10^{-11}\times5{,}97\times10^{24}}{6{,}771\times10^{6}}} \approx 7{,}67\times10^{3}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}.$$

RÉPONSE

$v_S = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{R_S}} \approx 7{,}67\times10^{3}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, soit environ $27\,600\ \mathrm{km\cdot h^{-1}}$ (attention : R_S en mètres).

Q5. Troisième loi de Kepler.

Le mouvement étant uniforme, l'ISS parcourt le périmètre $2\pi R_{\mathrm{S}}$ en une période : $T = \dfrac{2\pi R_{\mathrm{S}}}{v_{\mathrm{S}}}$.

$$T^2 = \frac{4\pi^2 R_{\mathrm{S}}^2}{v_{\mathrm{S}}^2} = \frac{4\pi^2 R_{\mathrm{S}}^2}{GM_{\mathrm{T}}/R_{\mathrm{S}}} = \frac{4\pi^2 R_{\mathrm{S}}^3}{GM_{\mathrm{T}}} \iff \frac{T^2}{R_{\mathrm{S}}^3} = \frac{4\pi^2}{G\,M_{\mathrm{T}}}.$$

RÉPONSE

On retrouve la troisième loi de Kepler : $\dfrac{T^2}{R_{\mathrm{S}}^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_{\mathrm{T}}}$.

Q6. Nombre de révolutions en 200 jours.

$$T = \frac{2\pi R_{\mathrm{S}}}{v_{\mathrm{S}}} = \frac{2\pi \times 6{,}771 \times 10^6}{7{,}67 \times 10^3} \approx 5{,}55 \times 10^3 \text{ s} \approx 92 \text{ min} \qquad N = \frac{200 \times 24 \times 3\,600}{5{,}55 \times 10^3} \approx 3{,}1 \times 10^3.$$

RÉPONSE

L'ISS fait le tour de la Terre en 92 min environ et effectue environ $3\,100$ révolutions pendant les 200 jours de la mission.

Partie 2 — La lunette astronomique

Q7. Position des foyers (oculaire $\mathrm{Oc_A}$).

MÉTHODE

Lunette afocale : le foyer image de l'objectif est confondu avec le foyer objet de l'oculaire, $F_1' = F_2$. Échelle de l'annexe : un grand carreau représente $5{,}0$ cm horizontalement et $1{,}0$ cm verticalement.

$f_1' = 40$ cm, soit 8 carreaux ; $f_{\mathrm{A}}' = 5{,}0$ cm, soit 1 carreau ; on vérifie sur l'annexe que $\mathrm{O_1O_2} = 9$ carreaux $= 45$ cm $= f_1' + f_2'$.

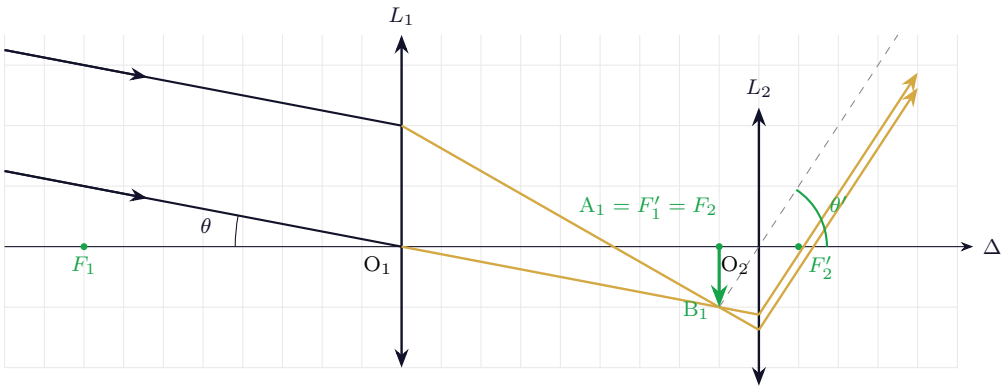
RÉPONSE

F_1 à 8 carreaux à gauche de $\mathrm{O_1}$, F_1' à 8 carreaux à droite de $\mathrm{O_1}$; F_2 confondu avec F_1', à 1 carreau à gauche de $\mathrm{O_2}$; F_2' à 1 carreau à droite de $\mathrm{O_2}$.

Q8. Marche des rayons et image intermédiaire.

MÉTHODE

Un rayon passant par le centre optique n'est pas dévié. Des rayons parallèles entre eux convergent, après l'objectif, en un même point du plan focal image : c'est $\mathrm{B_1}$. Comme $\mathrm{B_1}$ est dans le plan focal objet de l'oculaire, les rayons émergent parallèles à la droite $(\mathrm{B_1O_2})$.



Rayons émergents tronqués à $x = 65$ cm pour tenir dans la page ; l'angle θ' est mesuré entre l'axe et la parallèle aux rayons émergents passant par O_2 (pointillés).

RÉPONSE

L'image intermédiaire A_1B_1 se forme dans le plan focal image de l'objectif ($A_1 = F_1'$), à 1 cm sous l'axe sur l'annexe. Les deux rayons émergent de l'oculaire parallèles entre eux et à (B_1O_2) : l'image finale est à l'infini, vue sous l'angle θ'.

Q9. Grossissement.

RÉPONSE

$G = \dfrac{\theta'}{\theta}$, rapport de l'angle sous lequel on voit l'image à travers la lunette à l'angle sous lequel on voit l'objet à l'œil nu.

Q10. Valeurs du grossissement.

$$G_A = \frac{f_1'}{f_A'} = \frac{400}{50} = 8 \qquad G_B = \frac{f_1'}{f_B'} = \frac{400}{20} = 20.$$

RÉPONSE

$G_A = 8$ avec l'oculaire Oc_A et $G_B = 20$ avec l'oculaire Oc_B (sur l'annexe, le rapport des pentes des rayons émergents et incidents, $0{,}2/0{,}025 = 8$, le confirme).

Q11. Distinguer les extrémités de l'ISS (résolution de problème).

MÉTHODE

Sur la figure 1, $\tan\theta = h/D$, soit $\theta \approx h/D$ (petits angles). On calcule l'angle sous lequel l'ISS est vue à l'œil nu, puis à travers la lunette ($\theta' = G\,\theta$), et on compare à ε : deux points sont distingués si l'angle est supérieur à ε.

Cas le plus favorable : l'ISS passe à la verticale de l'observateur, $D = 400$ km. Pour les deux extrémités dans la longueur ($h = 108$ m) :

$$\theta = \frac{108}{400 \times 10^3} = 2{,}7 \times 10^{-4}\ \text{rad} < \varepsilon \qquad \theta' = 8 \times 2{,}7 \times 10^{-4} \approx 2{,}2 \times 10^{-3}\ \text{rad} > \varepsilon.$$

À l'œil nu, l'ISS apparaît comme un point ; avec la lunette, même avec l'oculaire le moins grossissant, θ' dépasse ε d'un facteur $7{,}5$ (facteur 19 avec Oc_B, $\theta' = 5{,}4 \times 10^{-3}$ rad). La largeur (74 m) est elle aussi résolue : $\theta' = 8 \times 1{,}85 \times 10^{-4} \approx 1{,}5 \times 10^{-3}$ rad. Même à $D = 1\,000$ km (passage bas sur l'horizon), $\theta' = 8{,}6 \times 10^{-4}$ rad reste supérieur à ε.

Faisabilité. L'ISS se déplace à $7{,}7$ km·s^{-1} : vue depuis 400 km, elle balaie environ $v_S/D \approx 1{,}9 \times 10^{-2}$ rad·s^{-1}, soit plus d'un degré par seconde, et traverse le ciel en quelques minutes. Il faut la suivre avec la lunette

pendant ce temps (monture motorisée ou suivi manuel très délicat), et elle n'est visible que lorsqu'elle est éclairée par le Soleil alors que le ciel de l'observateur est sombre (à l'aube ou au crépuscule).

RÉPONSE

Avec la lunette, l'angle apparent de l'ISS ($2{,}2 \times 10^{-3}$ rad au moins) est bien supérieur au pouvoir séparateur de l'œil : les deux extrémités sont distinguables, ce qui n'est pas le cas à l'œil nu ($2{,}7 \times 10^{-4} < 2{,}9 \times 10^{-4}$ rad). En pratique, l'observation est difficile car l'ISS se déplace très vite dans le ciel : il faut parvenir à la suivre pendant les quelques minutes de son passage.

Exercice 3 — Le saut de la puce

(5,5 pts)

RAPPEL

Système {puce}, de masse $m = 1{,}00$ mg et de volume $V_{\text{puce}} = 4{,}19 \times 10^{-9}$ m^3, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, frottements négligés ; $g = 9{,}81$ m · s^{-2}, $\rho_{\text{air}} = 1{,}20$ kg · m^{-3}. Saut le plus long : $v_0 = 1{,}90$ m · s^{-1}, $\alpha = 45$ °.

Partie 1 — Le saut de puce le plus long

Q1. Poussée d'Archimède négligeable.

$$P = m\,g = 1{,}00 \times 10^{-6} \times 9{,}81 = 9{,}81 \times 10^{-6}\ \text{N}$$

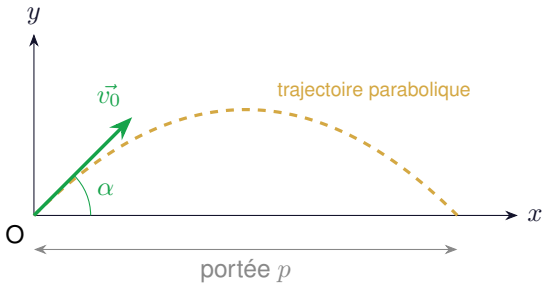
$$F_{\text{A}} = \rho_{\text{air}}\,V_{\text{puce}}\,g = 1{,}20 \times 4{,}19 \times 10^{-9} \times 9{,}81 \approx 4{,}93 \times 10^{-8}\ \text{N}$$

$$\frac{P}{F_{\text{A}}} \approx 199.$$

RÉPONSE

Le poids est environ 200 fois plus grand que la poussée d'Archimède : celle-ci est négligeable devant le poids (attention : m en kilogrammes).

Q2. Schéma du saut.



Q3. Coordonnées du vecteur accélération.

MÉTHODE

Deuxième loi de Newton : $m\,\vec{a} = \sum \vec{F}_{\text{ext}}$. Seul le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$ est pris en compte (frottements et poussée d'Archimède négligés).

$m\,\vec{a} = m\,\vec{g} \iff \vec{a} = \vec{g}$, avec $\vec{g}$ vertical vers le bas.

RÉPONSE

$$\vec{a}\begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{pmatrix}$$

Q4. Équations horaires.

MÉTHODE

Primitives successives, constantes fixées par les conditions initiales : $\vec{v}(0) = \vec{v_0}$ de coordonnées $v_0\cos\alpha$ et $v_0\sin\alpha$, et $\overrightarrow{\mathrm{OG}}(0) = \vec{0}$.

RÉPONSE

$$\vec{v}(t)\begin{pmatrix} v_x(t) = v_0\cos\alpha \\ v_y(t) = -g\,t + v_0\sin\alpha \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{\mathrm{OG}}(t)\begin{pmatrix} x(t) = v_0\cos\alpha\; t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin\alpha\; t \end{pmatrix}$$

Q5. Équation de la trajectoire.

On élimine le temps : $x = v_0\cos\alpha\; t \iff t = \dfrac{x}{v_0\cos\alpha}$, que l'on reporte dans $y(t)$:

$$y(x) = -\frac{1}{2}\,g\,\frac{x^2}{v_0^2\cos^2\alpha} + v_0\sin\alpha\,\frac{x}{v_0\cos\alpha} = -\frac{1}{2}\,g\,\frac{x^2}{v_0^2\cos^2\alpha} + \tan(\alpha)\,x.$$

RÉPONSE

$y(x) = -\dfrac{1}{2}\,g\,\dfrac{x^2}{v_0^2\cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha)\,x$, équation d'une parabole.

Q6. Expression de la portée.

La puce retombe au sol pour $y = 0$ avec $x \neq 0$:

$$x\left(-\frac{g\,x}{2\,v_0^2\cos^2\alpha} + \tan\alpha\right) = 0 \iff x = \frac{2\,v_0^2\cos^2\alpha\,\tan\alpha}{g} = \frac{2\,v_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g} \quad (x \neq 0).$$

RÉPONSE

$$p = \frac{2\,v_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2\sin(2\alpha)}{g}.$$

Q7. Valeur de la portée.

$$p = \frac{1{,}90^2 \times \sin(90\ °)}{9{,}81} \approx 0{,}368\ \mathrm{m}.$$

RÉPONSE

$p \approx 37\ \mathrm{cm}$. Pour un insecte de quelques millimètres, c'est plus de cent fois sa taille : une performance remarquable (à l'échelle humaine, plus de $150\ \mathrm{m}$).

Q8. Lignes 6 et 9 du programme.

```
v0 = 1.90                    # valeur de la vitesse initiale en m/s
alpha = 45 * np.pi / 180     # en radian
```

L'angle doit être converti en radians, comme l'est `u_alpha` à la ligne 10 (on peut aussi écrire `np.pi/4`).

Q9. Commentaire de la ligne 14.

```
# Calcul de la portée x du saut à partir des valeurs de v0 et alpha
x = 2*v0**2*np.sin(alpha)*np.cos(alpha)/g
```

Q10. Incertitude-type et écriture de la portée.

MÉTHODE

L'incertitude-type s'écrit avec deux chiffres significatifs ; la valeur est arrondie à la même position décimale que le dernier chiffre de l'incertitude.

Le programme affiche $u(x) = 0{,}083\,564\ldots$ m et $x = 0{,}368\,367\ldots$ m (le programme utilise $g = 9{,}8$ m $\cdot$ s^{-2}).

RÉPONSE

$u(p) = 0{,}084$ m et $p = 0{,}368$ m.

Q11. Comparaison avec la portée de référence.

$$\frac{|p - p_{\text{réf}}|}{u(p)} = \frac{|0{,}368 - 0{,}179|}{0{,}084} \approx 2{,}3.$$

RÉPONSE

Le quotient vaut environ $2{,}3 > 2$: la portée du saut le plus long n'est pas en accord avec la portée moyenne de référence. Ce n'est pas surprenant : ce saut est le meilleur de l'étude, il s'écarte donc nettement de la moyenne des sauts.

Partie 2 — Comparaison avec le record humain

Q12. Puissance par kilogramme de muscle (résolution de problème).

MÉTHODE

L'énergie cinétique acquise en fin d'impulsion est fournie par les muscles pendant la durée Δt de l'impulsion : $\mathcal{P} = \mathcal{E}_c/\Delta t$ avec $\mathcal{E}_c = \frac{1}{2}mv^2$. On divise ensuite par la masse de muscles sollicitée.

Puce (muscles : $0{,}11 \times 1{,}00 \times 10^{-6} = 1{,}1 \times 10^{-7}$ kg) :

$$\mathcal{E}_{c1} = \tfrac{1}{2} \times 1{,}00 \times 10^{-6} \times 1{,}90^2 \approx 1{,}8 \times 10^{-6}\ \text{J} \quad \mathcal{P}_1 = \frac{1{,}805 \times 10^{-6}}{1{,}2 \times 10^{-3}} \approx 1{,}5 \times 10^{-3}\ \text{W}$$

soit $\mathcal{P}_1/m_{\text{musc,1}} \approx 1{,}4 \times 10^{4}\ \text{W} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Arne Tvervaag (muscles : $0{,}40 \times 70 = 28$ kg) :

$$\mathcal{E}_{c2} = \tfrac{1}{2} \times 70 \times 6{,}0^2 \approx 1{,}3 \times 10^{3}\ \text{J} \quad \mathcal{P}_2 = \frac{1\,260}{0{,}40} \approx 3{,}2 \times 10^{3}\ \text{W}$$

soit $\mathcal{P}_2/m_{\text{musc,2}} \approx 1{,}1 \times 10^{2}\ \text{W} \cdot \text{kg}^{-1}$.

RÉPONSE

La puce développe environ $1{,}4 \times 10^{4}\ \text{W} \cdot \text{kg}^{-1}$ de muscle, contre $1{,}1 \times 10^{2}\ \text{W} \cdot \text{kg}^{-1}$ pour le sauteur, soit environ 120 fois plus. Une telle puissance massique est hors de portée d'une simple contraction musculaire : elle s'explique par le stockage préalable d'énergie élastique, libérée en une durée très brève ($1{,}2$ ms), comme un ressort comprimé brusquement relâché.

Corrigé réalisé par Pierre Carrée – pierre-carree.fr –Document à usage pédagogique uniquement