

Corrigé

Épreuve d'enseignement de spécialité — Physique-Chimie

Baccalauréat Général — Session 2026 — Jour 2 — Sujet 26-PYCJ2G11

Centres Étrangers

Exercice 1 — Le cyclotron Arronax

(11 pts)

RAPPEL DE COURS

Données utiles : $m = 1,67 \times 10^{-27}$ kg, $q = -e = -1,6 \times 10^{-19}$ C, $d = 5,0$ mm, $U = 65$ kV, $E = \frac{U}{d}$, $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19}$ J, $g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Partie 1 — Le fonctionnement d'un cyclotron

Q.1. Le poids est négligeable devant la force électrique

Valeur du poids :

$$P = mg = 1,67 \times 10^{-27} \times 9,81 \approx 1,6 \times 10^{-26} \text{ N.}$$

Valeur de la force électrique : la norme du champ est $E = \frac{U}{d} = \frac{65 \times 10^3}{5,0 \times 10^{-3}} = 1,3 \times 10^7 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$, d'où

$$F_e = |q| E = e \frac{U}{d} = 1,6 \times 10^{-19} \times 1,3 \times 10^7 \approx 2,1 \times 10^{-12} \text{ N.}$$

On compare les deux valeurs :

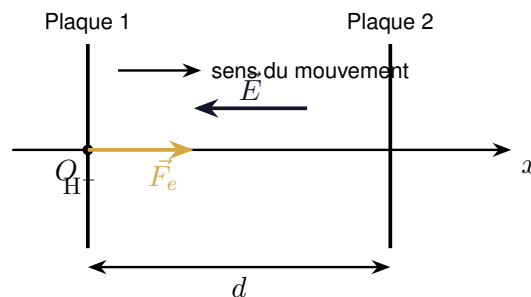
$$\frac{F_e}{P} = \frac{2,1 \times 10^{-12}}{1,6 \times 10^{-26}} \approx 1,3 \times 10^{14}.$$

RÉPONSE

La force électrique est environ 10^{14} fois plus grande que le poids : $P \ll F_e$, le poids de l'ion H^- est **négligeable** devant la force électrique.

Q.2. Schéma : force électrique \vec{F}_e et champ électrique \vec{E}

L'ion H^- , parti de O sans vitesse, est accéléré dans le sens du mouvement (vers les x croissants) : \vec{F}_e est donc dirigé vers la droite. Comme la charge $q = -e$ est négative et que $\vec{F}_e = q\vec{E}$, le champ \vec{E} est de sens opposé à \vec{F}_e : il est dirigé vers la gauche.



RÉPONSE

\vec{F}_e s'applique sur l'ion et pointe vers les x croissants ; le champ \vec{E} , présent dans tout l'espace entre les plaques, pointe en sens inverse (vers les x décroissants).

Q.3. Expression de l'accélération a_x

L'ion n'est soumis qu'à la force électrique (le poids est négligeable, Q.1). La deuxième loi de Newton, projetée sur l'axe (Ox), s'écrit :

$$m \vec{a} = \vec{F}_e \implies m a_x = F_e = e \frac{U}{d}.$$

RÉPONSE

$$a_x = \frac{eU}{md}.$$

Q.4. Vitesse et position de l'ion

L'accélération $a_x = \frac{eU}{md}$ est *constante*. On intègre, en tenant compte des conditions initiales : à $t = 0$, l'ion est émis en O sans vitesse, donc $v_x(0) = 0$ et $x(0) = 0$.

$$v_x(t) = \int a_x dt = a_x t + v_x(0) = \frac{eU}{md} \times t,$$

$$x(t) = \int v_x(t) dt = \frac{1}{2} a_x t^2 + x(0) = \frac{1}{2} \times \frac{eU}{md} \times t^2.$$

RÉPONSE

$$v_x(t) = \frac{eU}{md} \times t, \quad x(t) = \frac{1}{2} \times \frac{eU}{md} \times t^2.$$

Q.5. Valeur de la vitesse v_{sortie} lorsque $x(t) = d$ **MÉTHODE**

On élimine le temps entre $v_x(t)$ et $x(t)$. Lorsque $x(t) = d$, on a $d = \frac{1}{2} a_x t^2$, donc $t = \sqrt{\frac{2d}{a_x}}$ et $v_{\text{sortie}} = a_x t = \sqrt{2 a_x d}$.

$$v_{\text{sortie}} = \sqrt{2 a_x d} = \sqrt{2 \times \frac{eU}{md} \times d} = \sqrt{\frac{2eU}{m}}.$$

Application numérique :

$$v_{\text{sortie}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 65 \times 10^3}{1,67 \times 10^{-27}}} = \sqrt{1,25 \times 10^{13}} \approx 3,5 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

RÉPONSE

$$v_{\text{sortie}} = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \approx 3,5 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Q.6. Vérification de l'énergie cinétique en sortie

$$E_c = \frac{1}{2} m v_{\text{sortie}}^2 = \frac{1}{2} m \times \frac{2eU}{m} = eU = 1,6 \times 10^{-19} \times 65 \times 10^3 \approx 1,0 \times 10^{-14} \text{ J}.$$

RÉPONSE

À la sortie de la zone accélératrice, $E_c = eU \approx 1,0 \times 10^{-14} \text{ J}$: la valeur est bien vérifiée.

Q.7. Nombre de tours complets avant la sortie

MÉTHODE

À chaque passage entre les plaques, l'ion gagne $E_0 = 1,0 \times 10^{-14}$ J et ne gagne rien dans les cavités. On calcule le nombre total de passages pour atteindre 70 MeV, puis on divise par 2 car un cyclotron comporte deux passages dans la zone accélératrice par tour.

Énergie finale en sortie :

$$E_f = 70 \text{ MeV} = 70 \times 10^6 \times 1,60 \times 10^{-19} = 1,12 \times 10^{-11} \text{ J.}$$

Nombre de passages entre les plaques :

$$N_{\text{passages}} = \frac{E_f}{E_0} = \frac{1,12 \times 10^{-11}}{1,0 \times 10^{-14}} = 1,12 \times 10^3 = 1120.$$

Un tour complet correspond à 2 passages dans la zone accélératrice :

$$N_{\text{tours}} = \frac{N_{\text{passages}}}{2} = \frac{1120}{2} = 560.$$

RÉPONSE

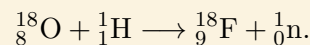
Les particules effectuent environ **560 tours complets** avant de sortir du cyclotron.

Partie 2 — Production de radioisotope et scintigraphie**RAPPEL DE COURS**

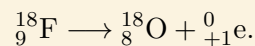
O : $Z = 8$; F : $Z = 9$. $E = \frac{hc}{\lambda}$ avec $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J · s et $c = 3,00 \times 10^8$ m · s⁻¹.
1 eV = $1,60 \times 10^{-19}$ J.

Q.8. Équation de la réaction formant le fluor 18

Une cible riche en oxygène $^{18}_8\text{O}$ est bombardée par des protons (^1_1H) ; la réaction produit du fluor 18 ($^{18}_9\text{F}$) et un neutron (^1_0n). On vérifie la conservation du nombre de nucléons ($18 + 1 = 18 + 1$) et de la charge ($8 + 1 = 9 + 0$) :

RÉPONSE**Q.9. Particule émise et équation de la désintégration β^+** **RÉPONSE**

La particule émise est un **positon** (ou positron), de symbole $^0_{+1}\text{e}$: c'est l'antiparticule de l'électron. L'équation de la transformation nucléaire est :



Vérification : nombre de nucléons $18 = 18 + 0$; charge $9 = 8 + 1$. Le noyau fils est le noyau d'oxygène 18.

Q.10. Longueur d'onde du photon et choix de la gamma-caméra

L'énergie moyenne du photon est $E = 511$ keV, soit :

$$E = 511 \times 10^3 \times 1,60 \times 10^{-19} \approx 8,18 \times 10^{-14} \text{ J.}$$

À partir de $E = \frac{hc}{\lambda}$, on isole λ :

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8}{8,18 \times 10^{-14}} \approx 2,4 \times 10^{-12} \text{ m.}$$

RÉPONSE

$\lambda \approx 2,4 \times 10^{-12} \text{ m} = 2,4 \text{ pm}$. D'après le domaine des ondes électromagnétiques, cette longueur d'onde (de l'ordre du picomètre) correspond aux **rayons** γ : il est donc justifié d'utiliser une **gamma-caméra** pour détecter ce rayonnement.

Q.11. Vérification de la solution de l'équation différentielle

On considère $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ et on calcule sa dérivée :

$$\frac{dN(t)}{dt} = N_0 \times (-\lambda) e^{-\lambda t} = -\lambda (N_0 e^{-\lambda t}) = -\lambda N(t).$$

L'équation $\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t)$ est satisfaite ; de plus $N(0) = N_0 e^0 = N_0$, ce qui respecte la condition initiale.

RÉPONSE

$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ est bien solution de l'équation différentielle.

Q.12. Définition et détermination graphique du temps de demi-vie $t_{1/2}$ **RÉPONSE**

Définition. Le temps de demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents se sont désintégrés ; le pourcentage de noyaux restants $N(t)/N_0$ passe alors de 100 % à 50 %.

Lecture graphique. On cherche l'abscisse pour laquelle $N(t)/N_0 = 50\%$:

RÉPONSE

On lit $t_{1/2} \approx 6,6 \times 10^3 \text{ s}$ (soit environ 1 h 50).

Q.13. Valeur de la constante radioactive λ

À partir de $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$, on isole λ :

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{0,693}{6,6 \times 10^3} \approx 1,05 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}.$$

RÉPONSE

$\lambda \approx 1,1 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$.

Q.14. Pourcentage de traceur restant après l'analyse des clichés**MÉTHODE**

D'après le déroulé de l'examen, l'analyse des clichés s'achève après l'attente de diffusion ($\approx 1 \text{ h}$) suivie de l'étape d'enregistrement et d'analyse ($\approx 30 \text{ min}$), soit $t = 1 \text{ h } 30 = 5400 \text{ s}$ après l'injection.

$$\frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t} = e^{-1,05 \times 10^{-4} \times 5400} = e^{-0,57} \approx 0,57.$$

RÉPONSE

Après l'analyse des clichés, il reste environ 57 % du traceur radioactif dans le corps du patient.

Q.15. Durée pour qu'il reste moins de 1 % de traceur

On cherche la durée t telle que $\frac{N(t)}{N_0} < 0,01$:

$$e^{-\lambda t} < 0,01 \iff -\lambda t < \ln(0,01) \iff t > \frac{-\ln(0,01)}{\lambda} = \frac{\ln(100)}{\lambda}.$$

$$t > \frac{\ln(100)}{\lambda} = \frac{4,61}{1,05 \times 10^{-4}} \approx 4,4 \times 10^4 \text{ s} \approx 12 \text{ h}.$$

RÉPONSE

Il faut une durée $t \approx 4,4 \times 10^4$ s, soit environ **12 h**, pour qu'il reste moins de 1 % de traceur.

Commentaire. Le patient quitte l'hôpital seulement 2 h après le début de l'examen : il reste alors encore une activité radioactive non négligeable dans son organisme. Des précautions sont donc recommandées (boire abondamment pour favoriser l'élimination, éviter les contacts rapprochés prolongés) pendant les heures qui suivent, le temps que l'activité décroisse fortement.

Exercice 2 — L'acide azélaïque dans les cosmétiques

(5 pts)

RAPPEL DE COURS

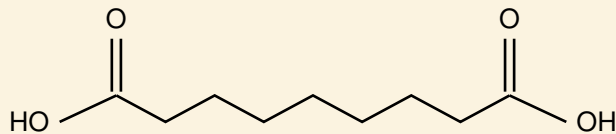
Acide azélaïque : diacide carboxylique de formule $\text{HOOC}-(\text{CH}_2)_7-\text{COOH}$, noté AH_2 , de masse molaire $M = 188,2 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, avec $\text{p}K_{a1} = 4,55$ et $\text{p}K_{a2} = 5,50$.

Partie 1 — Propriétés de l'acide azélaïque

Q.1. Formule topologique

La molécule possède 9 atomes de carbone : deux carbones de groupes carboxyle aux extrémités et une chaîne de 7 groupes CH_2 entre eux.

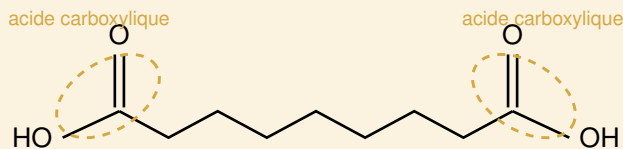
RÉPONSE



Q.2. Groupes caractéristiques et fonctions associées

RÉPONSE

La molécule porte **deux groupes carboxyle** $-\text{COOH}$ (entourés ci-dessous) ; ils correspondent à la fonction **acide carboxylique**.



Q.3. Nom en nomenclature officielle

La chaîne carbonée comporte 9 atomes de carbone \rightarrow *nonane*. La molécule possède 2 groupes caractéristiques acide carboxylique identiques : on emploie le préfixe multiplicatif *di* devant le suffixe *-oïque*.

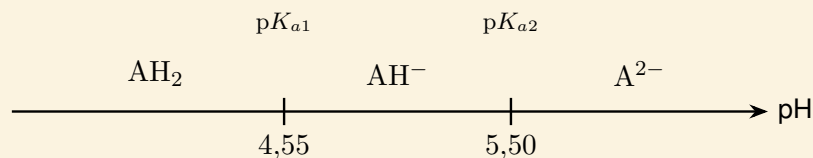
RÉPONSE

L'acide azélaïque se nomme **acide nonanedioïque**.

Q.4. Diagramme de prédominance

À chaque $\text{p}K_a$, les formes acide et base conjuguée sont en proportions égales ; la forme acide prédomine pour $\text{pH} < \text{p}K_a$, la forme base pour $\text{pH} > \text{p}K_a$.

RÉPONSE



Q.5. Forme prédominante à $\text{pH} = 4,7$

On compare : $\text{p}K_{a1} = 4,55 < 4,7 < \text{p}K_{a2} = 5,50$. Le pH est situé dans l'intervalle $]4,55 ; 5,50[$.

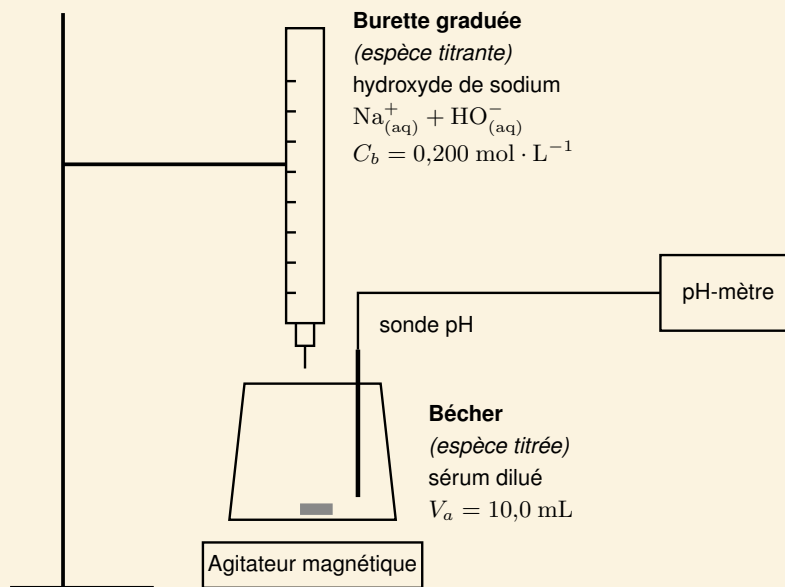
RÉPONSE

À $\text{pH} = 4,7$, la forme prédominante de l'acide azélaïque est AH^- (l'espèce ayant perdu un seul proton).

Partie 2 — Dosage de l'acide azélaïque dans une solution commerciale

Q.6. Schéma du montage de titrage

RÉPONSE



Q.7. Masse d'acide azélaïque dans un flacon de sérum

MÉTHODE

À l'équivalence, les réactifs sont introduits dans les proportions stœchiométriques : $n(\text{HO}^-)_{\text{versé}} = 2 n(\text{AH}_2)_{\text{titré}}$, d'après l'équation $\text{AH}_2 + 2 \text{HO}^- \rightarrow \text{A}^{2-} + 2 \text{H}_2\text{O}$. On remonte ensuite à la masse contenue dans le flacon en tenant compte de la dilution.

Volume équivalent. Le sommet de la courbe dérivée $\frac{d(\text{pH})}{dV}$ donne $V_E \approx 17,5 \text{ mL}$.

Quantité d'acide titré (dans la prise d'essai $V_a = 10,0 \text{ mL}$) :

$$n(\text{AH}_2)_{\text{titré}} = \frac{C_b V_E}{2} = \frac{0,200 \times 17,5 \times 10^{-3}}{2} = 1,75 \times 10^{-3} \text{ mol.}$$

Quantité dans la fiole de 100,0 mL (donc dans tout le flacon de 30,0 mL de sérum) :

$$n(\text{AH}_2)_{\text{flacon}} = n(\text{AH}_2)_{\text{titré}} \times \frac{V_{\text{fiole}}}{V_a} = 1,75 \times 10^{-3} \times \frac{100,0}{10,0} = 1,75 \times 10^{-2} \text{ mol.}$$

Masse correspondante :

$$m = n(\text{AH}_2)_{\text{flacon}} \times M = 1,75 \times 10^{-2} \times 188,2 \approx 3,3 \text{ g.}$$

RÉPONSE

La masse d'acide azélaïque contenue dans un flacon de sérum vaut $m \approx 3,3 \text{ g}$.

Q.8. Cohérence avec l'indication du site de vente

Pourcentage massique expérimental. La masse de sérum dans le flacon est $m_{\text{sérum}} = \rho_{\text{sérum}} V_{\text{sérum}} = d_{\text{sérum}} \rho_{\text{eau}} V_{\text{sérum}} = 1,03 \times 1,00 \times 30,0 = 30,9$ g. D'où :

$$w_{\text{mes}} = \frac{m_{\text{acide}}}{m_{\text{sérum}}} = \frac{3,3}{30,9} \approx 0,107 = 10,7 \%$$

Test de compatibilité. Avec $w_{\text{réf}} = 10 \%$ (site) et $u(w) = 0,4 \%$:

$$\frac{|w_{\text{mes}} - w_{\text{réf}}|}{u(w)} = \frac{|10,7 - 10|}{0,4} = 1,8 < 2.$$

RÉPONSE

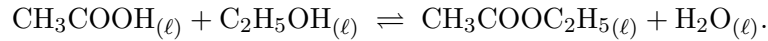
Le quotient est inférieur à 2 : la valeur expérimentale $w_{\text{mes}} \approx 10,7 \%$ est **cohérente** (compatible) avec l'indication de 10 % en masse donnée par le site de vente.

Exercice 3 — Une synthèse non totale : l'estérification

(4 pts)

RAPPEL DE COURS

Estérification étudiée :



Quantités initiales : $n_0 = 0,150$ mol d'acide éthanoïque et $n_0 = 0,150$ mol d'éthanol.

$M(\text{H}) = 1,0$, $M(\text{C}) = 12,0$, $M(\text{O}) = 16,0$ g · mol⁻¹.

Q.1. Choix du montage et rôle des éléments

La synthèse se fait par **chauffage à reflux** : il faut un réfrigérant disposé *verticalement* au-dessus du ballon, afin de ne perdre aucune espèce. C'est le **Montage 2** (réfrigérant vertical) ; les montages 1 et 3 sont des montages de distillation, qui élimineraient des espèces du milieu.

RÉPONSE

Montage adapté : **Montage 2**.

- **Élément 1** (dispositif de chauffage / ballon chauffé) : il chauffe le mélange réactionnel. L'élévation de température est un *facteur cinétique* : elle **accélère** la réaction d'estérification, qui est lente.
- **Élément 2** (réfrigérant vertical) : il condense les vapeurs et les renvoie dans le ballon. Il permet un chauffage prolongé **sans perte de matière** (chauffage à reflux).

Q.2. Rôle de l'acide sulfurique

RÉPONSE

L'acide sulfurique H_2SO_4 joue le rôle de **catalyseur** : il **accélère** la réaction sans être consommé et sans figurer dans l'équation de bilan. Son intérêt est de permettre d'atteindre l'état d'équilibre *plus rapidement* ; en revanche il ne modifie ni la composition finale ni le rendement.

Q.3. Masse d'ester si la réaction était totale

Les deux réactifs sont introduits en quantités égales avec une stœchiométrie 1:1 : si la réaction était totale, l'avancement maximal serait $x_{\text{max}} = n_0 = 0,150$ mol, et $n(\text{ester}) = x_{\text{max}} = 0,150$ mol.

Masse molaire de l'ester $\text{CH}_3\text{COOC}_2\text{H}_5$ (soit $\text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2$) :

$$M = 4 \times 12,0 + 8 \times 1,0 + 2 \times 16,0 = 48,0 + 8,0 + 32,0 = 88,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$m_{\text{ester}}^{\text{total}} = n \times M = 0,150 \times 88,0 = 13,2 \text{ g}$$

RÉPONSE

Si la réaction était totale, la masse d'ester serait $m_{\text{ester}}^{\text{total}} = 13,2$ g.

Q.4. Taux d'avancement et expression de K

RÉPONSE

Définition. Le taux d'avancement final τ est le rapport de l'avancement final x_f à l'avancement maximal x_{max} : $\tau = \frac{x_f}{x_{\text{max}}}$, avec $0 \leq \tau \leq 1$.

Tableau d'avancement (état d'équilibre, avancement x_f , avec $x_{\text{max}} = n_0$) : $n_{\text{acide}} = n_{\text{alcool}} = n_0 - x_f$, $n_{\text{ester}} = n_{\text{eau}} = x_f$. En reportant dans le quotient de réaction à l'équilibre :

$$K = \frac{n_{\text{ester}} \times n_{\text{eau}}}{n_{\text{acide}} \times n_{\text{alcool}}} = \frac{x_f^2}{(n_0 - x_f)^2}$$

Or $x_f = \tau n_0$ et $n_0 - x_f = n_0(1 - \tau)$, donc :

$$K = \frac{(\tau n_0)^2}{(n_0(1 - \tau))^2} = \frac{\tau^2 n_0^2}{n_0^2 (1 - \tau)^2} = \frac{\tau^2}{(1 - \tau)^2}.$$

RÉPONSE

$$K = \frac{\tau^2}{(1 - \tau)^2}.$$

Q.5. Choix du taux d'avancement final réel

Par définition, $\tau = \frac{x_f}{x_{\max}}$ vérifie $0 \leq \tau \leq 1$. La solution $\tau_2 = 2,0 > 1$ est donc impossible.

RÉPONSE

Le taux d'avancement final réel est $\tau_1 = 0,67$ (on vérifie d'ailleurs $\frac{0,67^2}{(1 - 0,67)^2} \approx 4,1 \approx K$).

Q.6. Masse d'ester réellement produite

$$x_f = \tau_1 \times x_{\max} = 0,67 \times 0,150 \approx 0,10 \text{ mol},$$

$$m_{\text{ester}} = x_f \times M = 0,10 \times 88,0 \approx 8,8 \text{ g}.$$

RÉPONSE

La masse d'ester produite lors de cette synthèse est $m_{\text{ester}} \approx 8,8 \text{ g}$ (soit 67 % de la masse théorique).

Q.7. Deux modifications pour augmenter le rendement

L'estérification est une réaction limitée (équilibre) : l'ajout d'un catalyseur ou l'augmentation de la température ne modifient pas le rendement. Pour déplacer l'équilibre dans le sens direct (formation de l'ester) :

RÉPONSE

- **Introduire un réactif en excès** (par exemple un excès d'alcool ou d'acide) : l'autre réactif est alors plus largement consommé.
- **Éliminer un produit au fur et à mesure de sa formation**, en particulier l'eau (montage de Dean-Stark, agent déshydratant) ou l'ester par distillation : la réaction est déplacée vers la formation de l'ester.