

Corrigé

Épreuve d'enseignement de spécialité — Mathématiques

Baccalauréat Général — Session 2026 — Jour 1

Polynésie — 16 juin 2026

Exercice 1 — Probabilités

(5 pts)

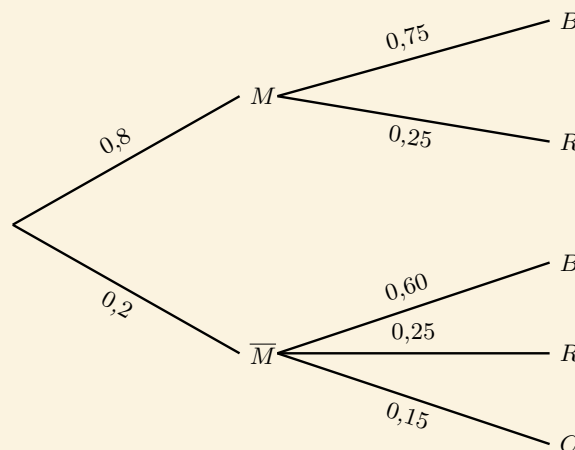
RAPPEL DE COURS

Données : les planches en mousse représentent 80 % du stock, donc $P(M) = 0,8$ et $P(\overline{M}) = 0,2$.
 Pour la mousse : $P_M(B) = 0,75$, le reste recyclé $P_M(R) = 0,25$. Pour la résine : $P_{\overline{M}}(B) = 0,60$, le reste réparti entre recyclage (R) et consolidation (C).

Partie A

Q1. Arbre pondéré

RÉPONSE



Q2. On sait que $P(\overline{M} \cap R) = 0,05$

a. Interprétation.

RÉPONSE

La probabilité qu'une planche choisie au hasard soit **en résine** (\overline{M}) **et** soit **recyclée** (R) est égale à 0,05 : autrement dit, 5 % des planches de l'école sont des planches en résine destinées au recyclage.

b. Démontrer que $P_{\overline{M}}(C) = 0,15$.

D'après la formule des probabilités conditionnelles :

$$P_{\overline{M}}(R) = \frac{P(\overline{M} \cap R)}{P(\overline{M})} = \frac{0,05}{0,2} = 0,25.$$

Pour une planche en résine, les issues B , R et C forment une partition : $P_{\overline{M}}(B) + P_{\overline{M}}(R) + P_{\overline{M}}(C) = 1$, donc :

$$P_{\overline{M}}(C) = 1 - 0,60 - 0,25 = 0,15.$$

RÉPONSE

La probabilité qu'une planche en résine soit consolidée est $P_{\overline{M}}(C) = 0,15$.

Q3. Au moins $\frac{3}{4}$ des planches sont-elles en bon état ?

MÉTHODE

On calcule $P(B)$ avec la formule des probabilités totales appliquée à la partition $\{M, \overline{M}\}$:

$$P(B) = P(M \cap B) + P(\overline{M} \cap B)$$

$$P(B) = P(M) P_M(B) + P(\overline{M}) P_{\overline{M}}(B) = 0,8 \times 0,75 + 0,2 \times 0,60 = 0,60 + 0,12 = 0,72.$$

RÉPONSE

$P(B) = 0,72 < \frac{3}{4} = 0,75$. La gérante a **tort** : après une saison, seulement 72 % des planches sont en bon état, ce qui est strictement inférieur aux trois quarts.

Partie B

Q1. Justifier l'expression de p

MÉTHODE

Les deux boules sont tirées *simultanément* parmi $n + 5$ boules indiscernables : on est en situation d'équiprobabilité sur les combinaisons de 2 boules. Le nombre total de tirages est $\binom{n+5}{2}$; un tirage est gagnant s'il donne deux noires ($\binom{5}{2}$ choix) ou deux rouges ($\binom{n}{2}$ choix), cas disjoints.

RÉPONSE

$$p = \frac{\binom{5}{2} + \binom{n}{2}}{\binom{n+5}{2}}.$$

Q2. En déduire la forme simplifiée

On utilise $\binom{5}{2} = 10$, $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$ et $\binom{n+5}{2} = \frac{(n+5)(n+4)}{2}$:

$$p = \frac{10 + \frac{n(n-1)}{2}}{\frac{(n+5)(n+4)}{2}} = \frac{20 + n(n-1)}{(n+5)(n+4)} \quad (\text{on multiplie numérateur et dénominateur par 2}).$$

RÉPONSE

$$p = \frac{20 + n(n-1)}{(n+5)(n+4)}.$$

Q3. Valeurs de n telles que $p < \frac{1}{2}$

Comme $(n + 5)(n + 4) > 0$, on peut multiplier les deux membres sans changer le sens :

$$p < \frac{1}{2} \iff \frac{20 + n(n - 1)}{(n + 5)(n + 4)} < \frac{1}{2} \iff 2(20 + n(n - 1)) < (n + 5)(n + 4).$$

$$\iff 40 + 2n^2 - 2n < n^2 + 9n + 20 \iff n^2 - 11n + 20 < 0.$$

Racines de $n^2 - 11n + 20 = 0$: $\Delta = 121 - 80 = 41$, d'où $n = \frac{11 \pm \sqrt{41}}{2}$, soit $n_1 \approx 2,30$ et $n_2 \approx 8,70$.
Le trinôme (de coefficient dominant positif) est négatif *entre* ses racines :

$$n^2 - 11n + 20 < 0 \iff \frac{11 - \sqrt{41}}{2} < n < \frac{11 + \sqrt{41}}{2} \iff 2,30 < n < 8,70.$$

RÉPONSE

Comme n est un entier naturel, les valeurs possibles sont $n \in \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

Vérifications aux bornes : pour $n = 3$, $p = \frac{26}{56} \approx 0,46 < 0,5$; pour $n = 8$, $p = \frac{76}{156} \approx 0,49 < 0,5$;

tandis que $n = 2$ donne $\frac{22}{42} \approx 0,52 > 0,5$.

Exercice 2 — Vrai ou Faux

(5 pts)

Affirmation 1. $f(x) = (x + 1)e^{-x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

On écrit $f(x) = xe^{-x} + e^{-x} = \frac{x}{e^x} + e^{-x}$. Par croissances comparées, $\frac{x}{e^x} \rightarrow 0$ et $e^{-x} \rightarrow 0$ quand $x \rightarrow +\infty$, donc $f(x) \rightarrow 0$.

RÉPONSE

Affirmation 1 **FAUSSE** : la limite de f en $+\infty$ vaut 0, et non $+\infty$.

Affirmation 2. $g(x) = xe^x$ est convexe sur $[-2 ; +\infty[$.

g est deux fois dérivable sur \mathbb{R} :

$$g'(x) = e^x + xe^x = (1+x)e^x, \quad g''(x) = e^x + (1+x)e^x = (x+2)e^x.$$

Sur $[-2 ; +\infty[$, on a $x+2 \geq 0$ et $e^x > 0$, donc $g''(x) \geq 0$.

RÉPONSE

Affirmation 2 **VRAIE** : $g''(x) \geq 0$ sur $[-2 ; +\infty[$, donc g y est convexe.

Affirmation 3. $\int_0^\pi x \sin x \, dx = -\pi$.

MÉTHODE

Intégration par parties avec $u(x) = x$, $v'(x) = \sin x$, donc $u'(x) = 1$ et $v(x) = -\cos x$.

$$\begin{aligned} \int_0^\pi x \sin x \, dx &= \left[-x \cos x \right]_0^\pi + \int_0^\pi \cos x \, dx = \left[-x \cos x \right]_0^\pi + \left[\sin x \right]_0^\pi \\ &= (-\pi \cos \pi + 0) + (\sin \pi - \sin 0) = (-\pi \times (-1)) + 0 = \pi. \end{aligned}$$

RÉPONSE

Affirmation 3 **FAUSSE** : l'intégrale vaut $+\pi$, et non $-\pi$.

Affirmation 4. $(E) : y' = 2y - 5$; $h(x) = -\frac{3}{2}e^{2x} + \frac{5}{2}$ est la solution de (E) valant 1 en 0.

On vérifie directement : $h'(x) = -3e^{2x}$ et $2h(x) - 5 = -3e^{2x} + 5 - 5 = -3e^{2x} = h'(x)$.

Donc $h'(x) = 2h(x) - 5$.

De plus :

$$h(0) = -\frac{3}{2}e^0 + \frac{5}{2} = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 1.$$

RÉPONSE

Affirmation 4 **VRAIE** : h est solution de (E) et $h(0) = 1$.

Affirmation 5. *mystere*(5) renvoie 120.

La fonction calcule le produit $1 \times 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$, c'est-à-dire $n!$. Pour $n = 5$:

$$\text{mystere}(5) = 5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120.$$

RÉPONSE

Affirmation 5 **VRAIE** : la fonction renvoie $n!$, et $5! = 120$.

Exercice 3 — Suite et fonction

(5 pts)

RAPPEL DE COURS

$f(x) = \ln(3x^2 + 1)$ sur $[0 ; +\infty[$, **croissante** (admis). Suite : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \ln(3u_n^2 + 1) = f(u_n)$.

Partie A

Q1. Calcul de u_1

$$u_1 = \ln(3u_0^2 + 1) = \ln(3 \times 2^2 + 1) = \ln(13) \approx 2,565.$$

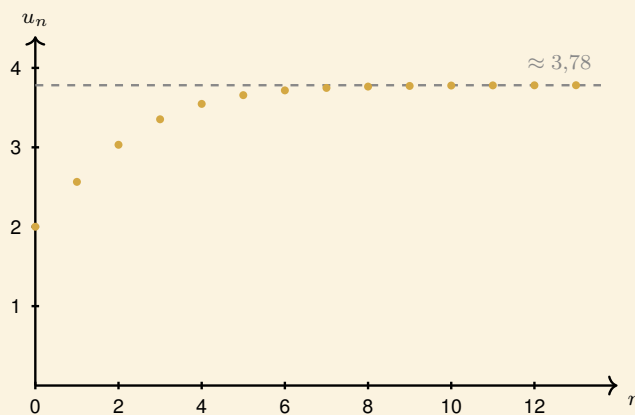
RÉPONSE

$$u_1 = \ln(13).$$

Q2. Conjectures

RÉPONSE

Le nuage de points suggère que la suite (u_n) est **croissante et convergente** (elle semble se stabiliser autour de 3,78).



Q3. Démonstration par récurrence

On note $P(n)$ la propriété : $2 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 4$.

Initialisation. $u_0 = 2$ et $u_1 = \ln(13) \approx 2,565$. On a bien $2 \leq 2 \leq \ln(13) \leq 4$, donc $P(0)$ est vraie.

Hérédité. Supposons $P(n)$ vraie pour un entier n , soit $2 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 4$. La fonction f étant **croissante** sur $[0 ; +\infty[$, elle conserve l'ordre :

$$f(2) \leq f(u_n) \leq f(u_{n+1}) \leq f(4), \quad \text{c.-à-d.} \quad \ln(13) \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq \ln(49).$$

Or $2 \leq \ln(13)$ et $\ln(49) \leq 4$. Donc :

$$2 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 4,$$

$P(n+1)$ est vraie.

RÉPONSE

Par récurrence, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $2 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 4$.

Q4. Convergence de (u_n)

RÉPONSE

D'après la question précédente, $u_n \leq u_{n+1}$ pour tout n : la suite est **croissante**. De plus $u_n \leq 4$ pour tout n : elle est **majorée** par 4. D'après le théorème de la convergence monotone, une suite croissante et majorée **converge** : (u_n) est donc convergente.

Partie B**RAPPEL DE COURS**

ℓ désigne la limite de (u_n) ; $g(x) = \ln(3x^2 + 1) - x$ sur $[0 ; +\infty[$.

Q1. Expression de $g'(x)$

g est dérivable sur $[0 ; +\infty[$ comme somme de fonctions dérivables sur $[0 ; +\infty[$ avec $3x^2 + 1 > 0$ sur $[0 ; +\infty[$. D'où :

$$g'(x) = \frac{6x}{3x^2 + 1} - 1 = \frac{6x - (3x^2 + 1)}{3x^2 + 1} = \frac{-3x^2 + 6x - 1}{3x^2 + 1}.$$

RÉPONSE

$$g'(x) = \frac{-3x^2 + 6x - 1}{3x^2 + 1}.$$

Q2. Montrons que g est strictement décroissante sur $[2 ; 4]$

Sur $[2 ; 4]$, $3x^2 + 1 > 0$: le signe de $g'(x)$ est celui du numérateur $-3x^2 + 6x - 1$. Pour $x \in [2 ; 4]$:

$$\Delta = 6^2 - 4 \times (-3) \times (-1) = 24; \quad \Delta > 0$$

$$x_1 = \frac{-6 - \sqrt{24}}{-6} = 1 + \frac{\sqrt{6}}{3} \approx 1,8 \quad x_2 = \frac{-6 + \sqrt{24}}{-6} = 1 - \frac{\sqrt{6}}{3} \approx 0,2$$

Comme $-3x^2 + 6x - 1$ a un coefficient dominant négatif, $-3x^2 + 6x - 1 < 0$ pour $x > 1,82$, donc en particulier sur $[2 ; 4]$.

RÉPONSE

Sur $[2 ; 4]$, $g'(x) < 0$: la fonction g est **strictement décroissante**.

x	2	4
$g'(x)$	-	
g	$g(2) \approx 0,57$	$g(4) \approx -0,11$

Q3. Cherchons l'unique solution α de $g(x) = 0$ sur $[2 ; 4]$ **MÉTHODE**

On applique le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires (théorème de la bijection) à g , continue et strictement monotone sur $[2 ; 4]$.

g est continue sur $[2 ; 4]$ (somme de fonctions continues) et strictement décroissante. De plus :

$$g(2) = \ln(13) - 2 \approx 0,57 > 0, \quad g(4) = \ln(49) - 4 \approx -0,11 < 0.$$

Comme 0 est compris entre $g(4)$ et $g(2)$, l'équation $g(x) = 0$ admet une **unique** solution $\alpha \in [2 ; 4]$.

Valeur approchée. Par balayage : $g(3,78) \approx +1,1 \times 10^{-3} > 0$ et $g(3,79) \approx -3,7 \times 10^{-3} < 0$, donc $3,78 < \alpha < 3,79$.

RÉPONSE

L'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[2 ; 4]$, avec $\alpha \approx 3,78$ (à 10^{-2} près).

Q4. Justifier que $\ell = \alpha$

RÉPONSE

La suite (u_n) converge vers ℓ , et le passage à la limite dans l'encadrement $2 \leq u_n \leq 4$ donne $\ell \in [2 ; 4]$.
La fonction f étant continue sur $[0 ; +\infty[$, par unicité de la limite dans la relation $u_{n+1} = f(u_n)$:

$$\ell = \ln(3\ell^2 + 1) \iff \ln(3\ell^2 + 1) - \ell = 0 \iff g(\ell) = 0.$$

Ainsi ℓ est solution de $g(x) = 0$ sur $[2 ; 4]$. Or cette équation y admet α pour *unique* solution (Q3) :
donc $\ell = \alpha \approx 3,78$.

Exercice 4 — Géométrie dans l'espace

(5 pts)

RAPPEL DE COURSRepère orthonormé de l'espace. $A(1 ; 2 ; -1)$, $B(0 ; 3 ; 2)$, $C(-2 ; 4 ; 0)$, $D(8 ; 2 ; -11)$.**Q1.a. Montrons que les points A, B, C définissent un plan**

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ces deux vecteurs ne sont pas colinéaires : si $\overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{AC}$, la première coordonnée impose $k = \frac{1}{3}$ et la deuxième $k = \frac{1}{2}$, ce qui est contradictoire.

RÉPONSE

\overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} ne sont pas colinéaires : A, B et C ne sont pas alignés, ils **définissent un plan** (ABC).

Q1.b. Montrons que $\vec{n} \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix}$ est normal au plan (ABC)

$$\begin{aligned} \vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} &= 5 \times (-1) + 8 \times 1 + (-1) \times 3 = -5 + 8 - 3 = 0, \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} &= 5 \times (-3) + 8 \times 2 + (-1) \times 1 = -15 + 16 - 1 = 0. \end{aligned}$$

RÉPONSE

\vec{n} est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (ABC) : c'est donc un **vecteur normal** au plan (ABC).

Q1.c. Déterminons une équation cartésienne du plan (ABC)

Le plan admet une équation de la forme $5x + 8y - z + d = 0$ (coefficients a , b et c donnés par \vec{n} et d un réel). Le point $A(1 ; 2 ; -1)$ appartient au plan :

$$5 \times 1 + 8 \times 2 - (-1) + d = 0 \iff 22 + d = 0 \iff d = -22.$$

RÉPONSE

Une équation cartésienne de (ABC) est $5x + 8y - z - 22 = 0$.

Q1.d. Montrons que D n'appartient pas à (ABC)

$$5 \times 8 + 8 \times 2 - (-11) - 22 = 40 + 16 + 11 - 22 = 45 \neq 0.$$

RÉPONSE

Les coordonnées de D ne vérifient pas l'équation cartésienne du plan : $D \notin (ABC)$.

Q2.a. Représentation paramétrique de Δ

Δ est orthogonale au plan (ABC) : elle est dirigée par un vecteur normal au plan, par exemple $\vec{n} \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix}$, et passe par $D(8 ; 2 ; -11)$.

RÉPONSE

$$\Delta : \begin{cases} x = 8 + 5t \\ y = 2 + 8t \\ z = -11 - t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Q2.b. Déterminons les coordonnées du point E

E appartient à Δ et à (ABC) : on reporte la paramétrisation dans l'équation du plan.

$$5(8 + 5t) + 8(2 + 8t) - (-11 - t) - 22 = 0 \iff 45 + 90t = 0 \iff t = -\frac{1}{2}.$$

On remplace $t = -\frac{1}{2}$ dans Δ :

$$x = 8 + 5\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{11}{2}, \quad y = 2 + 8\left(-\frac{1}{2}\right) = -2, \quad z = -11 - \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{21}{2}.$$

RÉPONSE

$$E\left(\frac{11}{2}; -2; -\frac{21}{2}\right).$$

Q2.c. Calculons la distance DE de D au plan (ABC)

E appartient à la droite Δ orthogonale au plan (ABC) et E appartient au plan. Donc E est le projeté orthogonal de D sur (ABC). Ainsi DE est la distance cherchée.

$$\overrightarrow{DE} \begin{pmatrix} \frac{11}{2} - 8 \\ -2 - 2 \\ -\frac{21}{2} + 11 \end{pmatrix} = \overrightarrow{DE} \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} \\ -4 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

$$DE = \sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2 + (-4)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{25}{4} + 16 + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{90}{4}} = \frac{\sqrt{90}}{2} = \frac{3\sqrt{10}}{2}.$$

RÉPONSE

$$DE = \frac{3\sqrt{10}}{2} \text{ (soit } \approx 4,74).$$

Q3.a. Montrons que H est le projeté orthogonal de A sur la droite (BC)

MÉTHODE

Un vecteur directeur de (BC) est $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ (coefficients de k dans la paramétrisation). Il faut montrer que H appartient à (BC) et que $\overrightarrow{AH} \perp \vec{u}$.

• **H appartient à (BC)** : la **Sortie 2** indique que le système $(-2k = -\frac{2}{3}, 3 + k = \frac{10}{3}, 2 - 2k = \frac{4}{3})$ admet la solution $k = \frac{1}{3}$. Les coordonnées de H vérifient donc la représentation paramétrique de (BC) (pour $k = \frac{1}{3}$) : $H \in (BC)$.

• $\overrightarrow{AH} \perp (BC)$: la **Sortie 1** vaut 0. Or l'**Entrée 1** calcule exactement $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = \left(-\frac{2}{3} - 1\right)(-2) + \left(\frac{10}{3} - 2\right)(1) + \left(\frac{4}{3} + 1\right)(-2)$. Donc $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0$: \overrightarrow{AH} est orthogonal à (BC).

RÉPONSE

H appartient à (BC) et $\overrightarrow{AH} \perp (BC)$: H est donc le **projeté orthogonal de A sur la droite (BC)**.

Q3.b. Déterminons le volume du tétraèdre ABCD**MÉTHODE**

On prend pour base le triangle ABC et pour hauteur relative la distance de D au plan (ABC), c'est-à-dire $DE = \frac{3\sqrt{10}}{2}$ (Q2.c). L'aire de ABC se calcule avec la base BC et la hauteur AH (H projeté de A sur (BC)).

Aire de la base ABC. D'après la **Sortie 4**, $BC = 3$; d'après la **Sortie 3**, $AH = \sqrt{10}$ (distance de A à la droite (BC)). Donc :

$$\mathcal{B} = \text{aire}(ABC) = \frac{1}{2} \times BC \times AH = \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{10} = \frac{3\sqrt{10}}{2}.$$

Volume. Avec $h = DE = \frac{3\sqrt{10}}{2}$:

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h = \frac{1}{3} \times \frac{3\sqrt{10}}{2} \times \frac{3\sqrt{10}}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{9 \times 10}{4} = \frac{90}{12} = \frac{15}{2}.$$

RÉPONSE

Le volume du tétraèdre ABCD est $\mathcal{V} = \frac{15}{2} = 7,5$ unités de volume.