Baccalauréat Polynésie 16 juin 2026

Jour 1

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Exercice 1 — 5 points

Une école de surf travaille avec des planches en mousse pour les cours débutants, et d'autres en résine pour les cours de perfectionnement. Les planches en mousse représentent 80 % du stock de l'école.
La gérante observe qu'après chaque saison,

- 75 % des planches en mousse sont en bon état et réutilisables la saison suivante. Les autres sont recyclées (et donc non réutilisables) ;
- 60 % des planches en résine sont en bon état, les autres sont soit consolidées, soit recyclées.

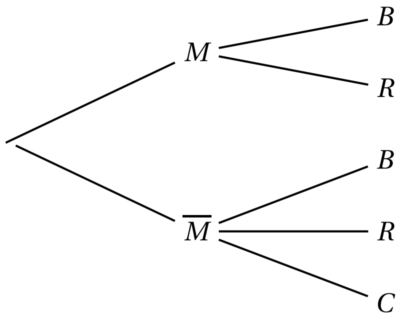
Après une saison, on choisit une planche au hasard et on s'intéresse aux évènements suivants :

- M : « La planche est en mousse » ;
- B : « La planche est en bon état » ;
- R : « La planche sera recyclée » ;
- C : « La planche sera consolidée ».

Partie A

1. Recopier et compléter sur la copie l'arbre pondéré ci-dessous avec les données de l'énoncé.

   Il sera complété au fur et à mesure de l'exercice.



2. On sait que $P\left(\overline{M} \cap R\right) = 0,05$.

   a. Interpréter cette égalité dans le contexte de l'exercice.

   b. On a choisi une planche en résine. Démontrer que la probabilité que cette planche soit consolidée pour la saison suivante est $0,15$.

3. La gérante affirme qu'après une saison, au moins $\dfrac{3}{4}$ des planches sont en bon état. A-t-elle raison ?

Partie B

La gérante du club de surf envisage de proposer à certains clients une remise pour la saison suivante.
Pour cela, elle imagine le jeu suivant qui sera proposé à chaque client :
Une urne contient 5 boules noires et un nombre n de boules rouges.
Les boules sont indiscernables au toucher.
Le client tire simultanément deux boules dans l'urne.
Si les deux boules sont de même couleur, le client gagne une remise, sinon, il perd le jeu et n'obtient pas de remise.

1. Justifier que la probabilité p de gagner une remise est :

$$p = \frac{\binom{5}{2} + \binom{n}{2}}{\binom{n+5}{2}}.$$

2. En déduire que la probabilité p peut s'écrire :

$$p = \frac{20 + n(n-1)}{(n+5)(n+4)}.$$

3. La gérante souhaite s'assurer que la probabilité de gagner est inférieure à $\frac{1}{2}$.

   Déterminer pour cela l'ensemble des valeurs possibles du nombre n de boules rouges qu'elle peut mettre dans l'urne.

Exercice 2 — 5 points

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.
Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.
Dans cet exercice, les questions sont indépendantes les unes des autres.

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+1)\mathrm{e}^{-x}$.

   Affirmation 1 : La limite de la fonction f en $+\infty$ est $+\infty$.

2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x\mathrm{e}^{x}$.

   Affirmation 2 : La fonction g est convexe sur l'intervalle $[-2\,;\,+\infty[$.

3. **Affirmation 3 :** Une intégration par parties permet d'obtenir :

$$\int_0^{\pi} x \sin x \,\mathrm{d}x = -\pi.$$

4. On considère l'équation différentielle (E) : $y' = 2y - 5$ et la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = -\frac{3}{2}\mathrm{e}^{2x} + \frac{5}{2}$.

   Affirmation 4 : La fonction h est la solution de (E) qui vaut 1 en 0.

5. On considère la fonction `mystere` définie ci-dessous en Python :

```
def mystere(n):
   f = 1
   for k in range(1, n+1):
    f = f * k
  return f
```

Affirmation 5 : Le nombre renvoyé lors de l'exécution de `mystere(5)` est 120.

Exercice 3 5 points

On considère la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \ln(3x^2 + 1)$$

On admet que la fonction f est croissante sur $[0\,;+\infty[$.

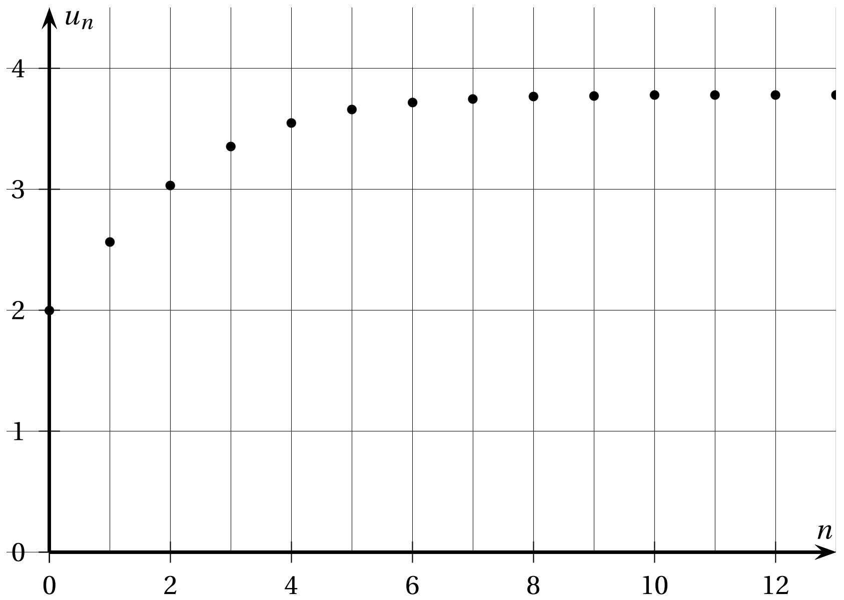
Partie A

On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 2 \quad \text{et pour tout entier } n \geqslant 0, \quad u_{n+1} = \ln\left(3u_n^2 + 1\right).$$

1. Calculer u_1.

2. La suite (u_n) est représentée ci-dessous. Émettre des conjectures sur le sens de variation et la convergence de la suite (u_n).



3. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n :

$$2 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 4.$$

4. En déduire que la suite (u_n) est convergente.

Partie B

On note ℓ la limite de la suite (u_n).
Le but de cette partie est de trouver une valeur approchée de la limite ℓ.
On considère la fonction g définie et dérivable sur $[0~;~+\infty[$ par :

$$g(x) = \ln(3x^2+1) - x.$$

1. On note g' la fonction dérivée de la fonction g.

   Démontrer que pour tout réel $x \in [0~;~+\infty[$,

   $$g'(x) = \frac{-3x^2+6x-1}{3x^2+1}.$$

2. Démontrer que la fonction g est strictement décroissante sur $[2~;~4]$.

3. Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[2~;~4]$ et en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.

4. Justifier que $\ell = \alpha$.

Exercice 4 5 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}~;~\overrightarrow{\imath},~\overrightarrow{\jmath}\right)$.
On considère les points A$(1~;2~;~-1)$, B$(0~;3~;~2)$, C$(-2~;4~;~0)$ et D$(8~;2~;~-11)$.

1. **a.** Démontrer que les points A, B et C définissent un plan.

   b. Démontrer que le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}5\\8\\-1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (ABC).

   c. En déduire qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est $5x+8y-z-22=0$.

   d. Vérifier que le point D n'appartient pas au plan (ABC).

2. **a.** On considère la droite Δ, orthogonale au plan (ABC) et passant par D.
   Justifier qu'une représentation paramétrique de la droite Δ est :

   $$\left\{\begin{array}{l}x = 8+5t\\y = 2+8t\\z = -11-t\end{array}\right., \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}.$$

   b. On appelle E le point d'intersection de la droite Δ et du plan (ABC).
   Démontrer que le point E a pour coordonnées $\left(\dfrac{11}{2}~;~-2~;~-\dfrac{21}{2}\right)$.

   c. En déduire la valeur exacte de la longueur DE, distance du point D au plan (ABC).

3. On note H le point de coordonnées $\left(-\dfrac{2}{3}~;\dfrac{10}{3}~;\dfrac{4}{3}\right)$.

   On admet qu'une représentation paramétrique de la droite (BC) est :

$$\begin{cases} x = \quad -2k \\ y = 3+k \\ z = 2-2k \end{cases}, \quad \text{avec } k \in \mathbb{R}.$$

Avec un logiciel de calcul formel, on obtient les résultats suivants :

Entrée 1 : $(-2/3-1)*(-2)+(10/3-2)*1+(4/3-(-1))*(-2)$ **Sortie 1 :** $\rightarrow 0$
Entrée 2 : RésoudreSystème$(-2k = -2/3,\ 3+k = 10/3,\ 2-2k = 4/3)$ **Sortie 2 :** $\rightarrow k = 1/3$
Entrée 3 : RacineCarrée$\left((-2/3-1)^2+(10/3-2)^2+(4/3+1)^2\right)$ **Sortie 3 :** $\rightarrow$ RacineCarrée(10)
Entrée 4 : RacineCarrée$\left((-2-0)^2+(4-3)^2+(0-2)^2\right)$ **Sortie 4 :** $\rightarrow 3$

a. En utilisant les deux premiers résultats obtenus avec la feuille de calculs ci-dessus, justifier que le point H est le projeté orthogonal du point A sur la droite (BC).

b. En exploitant les autres résultats obtenus avec la feuille de calculs ci-dessus, déterminer le volume du tétraèdre ABCD.

On rappelle que le volume $\mathcal{V}$ d'un tétraèdre est donné par $\mathcal{V} = \dfrac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h$, où $\mathcal{B}$ est l'aire d'une base du tétraèdre et h la hauteur relative à cette base.