Corrigé

Épreuve d'enseignement de spécialité — Mathématiques

Baccalauréat Général — Session 2026 — Jour 1 — Sujet 26-MATJ1ME3

Métropole — Sujet de remplacement (8 septembre 2026)

Exercice 1 — Probabilités

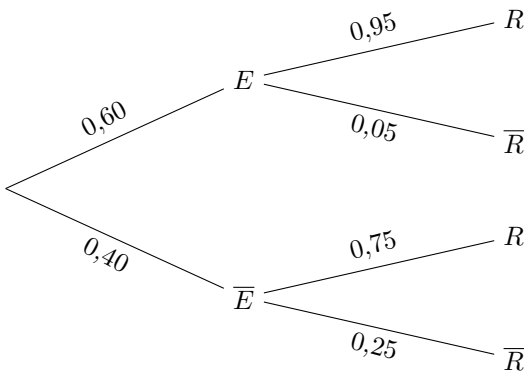
(5 pts)

Partie A

RAPPEL

$P(E) = 0{,}60$, $P(\overline{E}) = 0{,}40$; $P_E(R) = 0{,}95$ et $P_{\overline{E}}(R) = 0{,}75$. Résultats arrondis à 10^{-3}.

1. Calcul de $P(E \cap R)$



D'après la règle du produit le long d'une branche :

$$P(E \cap R) = P(E) \times P_E(R) = 0{,}60 \times 0{,}95 = 0{,}57.$$

RÉPONSE

$P(E \cap R) = 0{,}57$.

2. Justifions que $P(R) = 0{,}87$

E et $\overline{E}$ forment une partition de l'univers. D'après la formule des probabilités totales :

$$P(R) = P(E \cap R) + P(\overline{E} \cap R) = 0{,}57 + 0{,}40 \times 0{,}75 = 0{,}57 + 0{,}30 = 0{,}87.$$

RÉPONSE

$P(R) = 0{,}87$: dans cette entreprise, $87\,\%$ des livraisons respectent le délai de livraison.

3. Probabilité d'un livreur expérimenté sachant que le délai est respecté

On cherche $P_R(E)$:

$$P_R(E) = \frac{P(E \cap R)}{P(R)} = \frac{0{,}57}{0{,}87} = \frac{19}{29} \approx 0{,}655.$$

RÉPONSE

$P_R(E) = \dfrac{19}{29} \approx 0{,}655.$

Partie B

1. Loi de X

MÉTHODE

On identifie un schéma de Bernoulli : répétition d'épreuves identiques et indépendantes à deux issues. Le nombre de succès suit alors une loi binomiale.

On répète 200 fois, de façon identique et indépendante (tirages assimilés à des tirages avec remise), l'épreuve de Bernoulli « choisir une livraison d'un livreur expérimenté » dont le succès « le délai est respecté » a pour probabilité $p = 0{,}95$. X compte le nombre de succès.

RÉPONSE

X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(200\,;0{,}95)$.

2. L'événement « tous les délais sont respectés » est-il impossible ?

Cet événement est $\{X = 200\}$:

$$P(X = 200) = \binom{200}{200} 0{,}95^{200} \times 0{,}05^{0} = 0{,}95^{200} \approx 3{,}5 \times 10^{-5}.$$

RÉPONSE

$P(X = 200) = 0{,}95^{200} > 0$: l'événement n'est **pas impossible**, il est seulement très peu probable (probabilité arrondie à $0{,}000$ à 10^{-3} près).

3. Calcul de $P(X \geqslant 190)$

À la calculatrice :

$$P(X \geqslant 190) = 1 - P(X \leqslant 189) \approx 0{,}583.$$

RÉPONSE

$P(X \geqslant 190) \approx 0{,}583$: la probabilité qu'au moins 190 des 200 colis de l'échantillon soient livrés dans les délais est d'environ $58{,}3\,\%$.

Partie C

RAPPEL

$X_A \sim \mathcal{B}(120\,;0{,}85)$, $X_B \sim \mathcal{B}(80\,;0{,}90)$ et $S = X_A + X_B$. Pour $Y \sim \mathcal{B}(n\,;p)$: $E(Y) = np$ et $V(Y) = np(1-p)$.

1. Espérances et variances de X_A et X_B

$$E(X_A) = 120 \times 0{,}85 = 102, \qquad V(X_A) = 120 \times 0{,}85 \times 0{,}15 = 15{,}3\,;$$
$$E(X_B) = 80 \times 0{,}90 = 72, \qquad V(X_B) = 80 \times 0{,}90 \times 0{,}10 = 7{,}2.$$

RÉPONSE

$E(X_A) = 102$, $V(X_A) = 15{,}3$; $E(X_B) = 72$, $V(X_B) = 7{,}2$.

2. Calcul de $E(S)$

Par linéarité de l'espérance :

$$E(S) = E(X_A) + E(X_B) = 102 + 72 = 174.$$

RÉPONSE

$E(S) = 174$.

3. Condition pour que $V(S) = 22{,}5$

Si les variables X_A et X_B sont **indépendantes**, la variance de leur somme est la somme de leurs variances :

$$V(S) = V(X_A) + V(X_B) = 15{,}3 + 7{,}2 = 22{,}5.$$

RÉPONSE

C'est l'**indépendance** de X_A et X_B qui permet d'affirmer $V(S) = 22{,}5$; elle est assurée ici par l'énoncé (les livraisons d'une zone n'ont pas d'incidence sur celles de l'autre).

4. Minoration de $P(S \in [165\,;183])$

MÉTHODE

L'intervalle $[165\,;183]$ est centré sur $E(S) = 174$: il s'écrit $|S - 174| \leqslant 9$. Comme S ne prend que des valeurs *entières*, cela équivaut à $|S - 174| < 10$, et on applique l'inégalité de Bienaymé–Tchebychev avec $a = 10$.

$$P\big(|S - E(S)| \geqslant a\big) \leqslant \frac{V(S)}{a^2} \quad \text{donc} \quad P\big(|S - 174| \geqslant 10\big) \leqslant \frac{22{,}5}{10^2} = 0{,}225.$$

En passant à l'événement contraire :

$$P\big(S \in [165\,;183]\big) = P\big(|S - 174| < 10\big) \geqslant 1 - 0{,}225 = 0{,}775.$$

Remarque : avec $a = 9$ (sans exploiter le caractère entier de S), on obtient la minoration, valable mais moins fine, $P\big(|S - 174| < 9\big) \geqslant 1 - \dfrac{22{,}5}{81} \approx 0{,}722$, donc a fortiori $P\big(S \in [165\,;183]\big) \geqslant 0{,}722$.

RÉPONSE

$P\big(S \in [165\,;183]\big) \geqslant 0{,}775$: la probabilité que le nombre total de colis livrés dans les délais soit compris entre 165 et 183 est au moins de $77{,}5\,\%$.

Exercice 2 — Suites et fonction homographique

(5 pts)

Partie A

RAPPEL

$f(x) = \dfrac{2x}{x+3}$ sur $]-3\,;+\infty[$; $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = f(u_n)$.

1. Dérivée et sens de variation de f

$f = \dfrac{u}{v}$ avec $u(x) = 2x$, $u'(x) = 2$, $v(x) = x+3$, $v'(x) = 1$, et v ne s'annule pas sur $]-3\,;+\infty[$:

$$f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v(x)^2} = \frac{2(x+3) - 2x \times 1}{(x+3)^2} = \frac{2x+6-2x}{(x+3)^2} = \frac{6}{(x+3)^2}.$$

Pour tout $x > -3$, $(x+3)^2 > 0$ donc $f'(x) > 0$.

RÉPONSE

$f'(x) = \dfrac{6}{(x+3)^2} > 0$ sur $]-3\,;+\infty[$: f est **(strictement) croissante** sur $]-3\,;+\infty[$.

2. Récurrence : $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 1$

MÉTHODE

On note $P(n)$ la propriété « $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 1$ ». Pour l'hérédité, on applique la fonction f, croissante, qui *conserve l'ordre*.

Initialisation. $u_0 = 1$ et $u_1 = f(1) = \dfrac{2}{4} = 0{,}5$. On a bien $0 \leqslant 0{,}5 \leqslant 1 \leqslant 1$: $P(0)$ est vraie.

Hérédité. Supposons $P(n)$ vraie pour un entier n : $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 1$. Ces nombres appartiennent à $[0\,;1] \subset]-3\,;+\infty[$ où f est croissante, donc :

$$f(0) \leqslant f(u_{n+1}) \leqslant f(u_n) \leqslant f(1), \quad \text{soit} \quad 0 \leqslant u_{n+2} \leqslant u_{n+1} \leqslant \frac{1}{2} \leqslant 1.$$

$P(n+1)$ est vraie.

Conclusion. $P(0)$ est vraie et P est héréditaire.

RÉPONSE

Pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 1$.

3. Convergence de (u_n)

RÉPONSE

D'après la question 2, la suite (u_n) est **décroissante** ($u_{n+1} \leqslant u_n$) et **minorée par** 0 : d'après le théorème de convergence monotone, elle est **convergente**.

Partie B

RAPPEL

$u_n \neq 0$; $v_n = \dfrac{1}{u_n}$ et $w_n = v_n + 1$.

1. Relation entre v_{n+1} et v_n

Pour tout entier naturel n :

$$v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} = \frac{u_n + 3}{2u_n} = \frac{u_n}{2u_n} + \frac{3}{2u_n} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \times \frac{1}{u_n} = \frac{3}{2}\,v_n + \frac{1}{2}.$$

RÉPONSE

Pour tout entier naturel n, $v_{n+1} = \dfrac{3}{2}\,v_n + \dfrac{1}{2}$.

2. (w_n) est géométrique

$$w_{n+1} = v_{n+1} + 1 = \frac{3}{2}\,v_n + \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}\,v_n + \frac{3}{2} = \frac{3}{2}(v_n + 1) = \frac{3}{2}\,w_n.$$

De plus $w_0 = v_0 + 1 = \dfrac{1}{u_0} + 1 = 1 + 1 = 2$.

RÉPONSE

(w_n) est géométrique de raison $q = \dfrac{3}{2}$ et de premier terme $w_0 = 2$.

3. Expression de u_n

Pour tout n, $w_n = w_0 \times q^n = 2\left(\dfrac{3}{2}\right)^n$, donc $v_n = w_n - 1 = 2\left(\dfrac{3}{2}\right)^n - 1$. Comme $u_n = \dfrac{1}{v_n}$:

RÉPONSE

Pour tout entier naturel n, $u_n = \dfrac{1}{2\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1}$.

4. Limite de (u_n)

Comme $\dfrac{3}{2} > 1$, $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\dfrac{3}{2}\right)^n = +\infty$, donc $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(2\left(\dfrac{3}{2}\right)^n - 1\right) = +\infty$ et, par quotient :

RÉPONSE

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$.

5.a. Script complété

La boucle doit tourner *tant que* $u_n > 10^{-3}$, et chaque tour calcule le terme suivant avec $u_{n+1} = \dfrac{2u_n}{u_n + 3}$:

```
def seuil():
    n = 0
    u = 1
    while u > 10**(-3) :
        n = n + 1
        u = 2*u/(u+3)
    return n
```

5.b. Valeur renvoyée

On résout $u_n \leqslant 10^{-3}$, avec $2\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1 > 0$:

$$\frac{1}{2\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1} \leqslant 10^{-3} \iff 2\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1 \geqslant 1000 \iff \left(\frac{3}{2}\right)^n \geqslant 500{,}5 \iff n \geqslant \frac{\ln(500{,}5)}{\ln(1{,}5)} \approx 15{,}3$$

(on a composé par $\ln$, croissante, avec $\ln(1{,}5) > 0$). *Vérification :* $u_{15} \approx 1{,}14 \times 10^{-3} > 10^{-3}$ et $u_{16} \approx 7{,}62 \times 10^{-4} \leqslant 10^{-3}$.

RÉPONSE

La fonction `seuil()` renvoie **16**.

Exercice 3 — Géométrie dans l'espace (Vrai/Faux)

(4 pts)

Affirmation 1 : $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ forment une base de l'espace

$\vec{u}\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}0\\1\\3\end{pmatrix}$ ne sont pas colinéaires (la première coordonnée de $\vec{v}$ est nulle, pas celle de $\vec{u}$).
Cherchons deux réels a, b tels que $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$:

$$\begin{cases} 2 = a \\ 1 = b \\ 0 = 2a + 3b \end{cases} \iff \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ 0 = 7 \end{cases}.$$

La dernière ligne est impossible : $\vec{w}$ n'est pas combinaison linéaire de $\vec{u}$ et $\vec{v}$. Les trois vecteurs ne sont donc pas coplanaires.

RÉPONSE

Affirmation 1 **VRAIE** : $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont non coplanaires, ils forment une base de l'espace.

Affirmation 2 : (CD) est orthogonale au plan (ABC)

$$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}0\\3\\-3\end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\-2\\-2\end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-1\\-1\\-1\end{pmatrix}.$$

A, B, C n'étant pas alignés, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont deux vecteurs non colinéaires du plan (ABC). Or :

$$\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{AB} = 0\times 1 + 3\times(-2) + (-3)\times(-2) = 0, \qquad \overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{AC} = 0\times(-1) + 3\times(-1) + (-3)\times(-1) = 0.$$

RÉPONSE

Affirmation 2 **VRAIE** : $\overrightarrow{CD}$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires de (ABC), c'est un vecteur normal au plan ; la droite (CD) est orthogonale à (ABC).

Affirmation 3 : $d \cap P_1$ est le point $M(2\,;2\,;-1)$

MÉTHODE

Un point est l'intersection d'une droite et d'un plan s'il appartient *aux deux*. Il suffit ici de tester l'appartenance de M au plan P_1.

P_1 a pour vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$, donc une équation de la forme $x - 2y + 3z + d = 0$. Comme $E(1\,;1\,;-1) \in P_1 : 1 - 2 - 3 + d = 0 \iff d = 4$. D'où $P_1 :\ x - 2y + 3z + 4 = 0$.

Le point M appartient bien à d (paramètre $t = 1 : x = 2$, $y = 2$, $z = -1$), mais :

$$x_M - 2y_M + 3z_M + 4 = 2 - 4 - 3 + 4 = -1 \neq 0,$$

donc $M \notin P_1$. Pour information, en reportant la représentation de d dans l'équation de P_1 :

$$2t - 2(-2+4t) + 3(-2+t) + 4 = 0 \iff -3t + 2 = 0 \iff t = \frac{2}{3},$$

ce qui donne le point d'intersection $\left(\frac{4}{3}\,;\frac{2}{3}\,;-\frac{4}{3}\right)$.

RÉPONSE

Affirmation 3 **FAUSSE** : $M \notin P_1$; l'intersection de d et P_1 est le point $\left(\frac{4}{3}\,;\frac{2}{3}\,;-\frac{4}{3}\right)$.

Affirmation 4 : la distance de N au plan P_2 est NH

MÉTHODE

La distance d'un point N à un plan est la distance NH où H est le projeté orthogonal de N sur le plan : il faut vérifier que $H \in P_2$ et que $\overrightarrow{NH}$ est normal à P_2.

$H \in P_2$ *:* $1 + 2 \times (-2) - 2 \times 0 + 3 = 1 - 4 + 3 = 0$.

$\overrightarrow{NH}$ *normal à* P_2 *:* P_2 a pour vecteur normal $\vec{n}_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{NH} \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$, donc $\overrightarrow{NH} = -\vec{n}_2$: ces vecteurs sont colinéaires.

H est donc le projeté orthogonal de N sur P_2, et $NH = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3$.

RÉPONSE

Affirmation 4 **VRAIE** : H est le projeté orthogonal de N sur P_2 ; la distance de N au plan P_2 est $NH = 3$.

Exercice 4 — Équation différentielle et fonction exponentielle

(6 pts)

Partie A — Équation différentielle

RAPPEL

(E) : $2y' + 3y = 8\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t}$ et (E') : $2y' + 3y = 0$ sur $[0\,;+\infty[$; $f(t) = 4t\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t}$ est solution de (E).

1. Résolution de (E')

MÉTHODE

Les solutions de $y' = ay$ sont les fonctions $t \mapsto C\mathrm{e}^{at}$, $C \in \mathbb{R}$.

$$2y' + 3y = 0 \iff y' = -\frac{3}{2}\,y.$$

RÉPONSE

Les solutions de (E') sont les fonctions $t \mapsto C\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

2. g solution de $(E) \iff g - f$ solution de (E')

Comme f est solution de (E), on a $2f' + 3f = 8\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t}$. Par suite :

g solution de $(E) \iff 2g' + 3g = 8\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t} \iff 2g' + 3g = 2f' + 3f \iff 2(g-f)' + 3(g-f) = 0$

(par linéarité de la dérivation, $(g-f)' = g' - f'$).

RÉPONSE

g est solution de (E) si et seulement si $g - f$ est solution de (E').

3. Solutions de (E)

D'après les questions 1 et 2, g est solution de (E) si et seulement s'il existe $C \in \mathbb{R}$ tel que $g(t) - f(t) = C\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t}$.

RÉPONSE

Les solutions de (E) sont les fonctions $t \mapsto (4t + C)\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

4. Solutions de (E) s'annulant en 0

$$g(0) = 0 \iff (4 \times 0 + C)\,\mathrm{e}^{0} = 0 \iff C = 0.$$

RÉPONSE

Une seule solution de (E) s'annule en 0 : la fonction f : $t \mapsto 4t\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t}$.

Partie B — Essai clinique

RAPPEL

Comprimé de $1\,\text{mg}$; quantité dans le sang (en mg) : $f(t) = 4t\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t}$, t en heures.

1. Limite de f en $+\infty$

On a une forme indéterminée « $\infty \times 0$ ». On écrit, pour $t \geqslant 0$:

$$f(t) = \frac{8}{3} \times \frac{3}{2} t\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t} = \frac{8}{3} X\mathrm{e}^{-X} \quad \text{avec } X = \frac{3}{2}t.$$

Quand $t \to +\infty$, $X \to +\infty$ et, par croissances comparées, $\lim\limits_{X\to+\infty} X\mathrm{e}^{-X} = \lim\limits_{X\to+\infty} \dfrac{X}{\mathrm{e}^X} = 0$.

RÉPONSE

$\lim\limits_{t\to+\infty} f(t) = 0$: à long terme, le médicament est totalement éliminé du sang.

2.a. Calcul de $f'(t)$

$f = uv$ avec $u(t) = 4t$, $u'(t) = 4$, $v(t) = \mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t}$, $v'(t) = -\dfrac{3}{2}\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t}$:

$$f'(t) = 4\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t} + 4t \times \left(-\frac{3}{2}\right)\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t} = 4\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t} - 6t\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t} = (4-6t)\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t}.$$

RÉPONSE

Pour tout $t \geqslant 0$, $f'(t) = (4-6t)\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t}$.

2.b. Signe de f' et tableau de variations

Comme $\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t} > 0$, $f'(t)$ est du signe de $4-6t$: $4-6t > 0 \iff t < \dfrac{2}{3}$. De plus $f(0) = 0$ et

$$f\left(\frac{2}{3}\right) = 4 \times \frac{2}{3}\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}} = \frac{8}{3}\,\mathrm{e}^{-1} = \frac{8}{3\mathrm{e}} \approx 0{,}981.$$

t	0		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
$4-6t$		$+$	0	$-$	
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
f	0	↗	$\frac{8}{3\mathrm{e}}$	↘	0

RÉPONSE

f est croissante sur $\left[0\,;\dfrac{2}{3}\right]$ et décroissante sur $\left[\dfrac{2}{3}\,;+\infty\right[$, de maximum $f\left(\dfrac{2}{3}\right) = \dfrac{8}{3\mathrm{e}}$.

2.c. Instant du maximum

RÉPONSE

La quantité de médicament est maximale au bout de $\dfrac{2}{3}$ h, soit **40 minutes** ; elle vaut alors $\dfrac{8}{3\mathrm{e}} \approx 0{,}981\,\text{mg}$.

3. L'équation $f(t) = 0{,}5$ sur $[1\,;3]$

MÉTHODE

Corollaire du théorème des valeurs intermédiaires : une fonction *continue* et *strictement monotone* sur $[a\,;b]$ prend exactement une fois toute valeur comprise entre $f(a)$ et $f(b)$.

Sur $[1\,;3] \subset \left[\frac{2}{3}\,;+\infty\right[$, f est continue (car dérivable) et strictement décroissante. De plus :

$$f(1) = 4\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}} \approx 0{,}893 \quad \text{et} \quad f(3) = 12\,\mathrm{e}^{-\frac{9}{2}} \approx 0{,}133,$$

donc $0{,}5 \in \big[f(3)\,;f(1)\big]$. L'équation $f(t) = 0{,}5$ admet une unique solution α dans $[1\,;3]$. Par balayage à la calculatrice :

$$f(1{,}76) \approx 0{,}502 > 0{,}5 \quad \text{et} \quad f(1{,}77) \approx 0{,}498 < 0{,}5.$$

RÉPONSE

L'équation $f(t) = 0{,}5$ admet une unique solution α sur $[1\,;3]$, et $1{,}76 < \alpha < 1{,}77$.

4. Validation de l'essai clinique

Condition 1. Le comprimé contient $1\,\mathrm{mg}$: la moitié est éliminée dès que la quantité présente dans le sang est inférieure ou égale à $0{,}5\,\mathrm{mg}$. Comme f est décroissante sur $\left[\frac{2}{3}\,;+\infty\right[$ et $f(\alpha) = 0{,}5$, on a $f(t) \leqslant 0{,}5$ pour tout $t \geqslant \alpha$. Or $\alpha < 1{,}77 < 2$: en particulier $f(2) = 8\,\mathrm{e}^{-3} \approx 0{,}398 < 0{,}5$.

RÉPONSE

La moitié du médicament est éliminée au bout de $\alpha \approx 1{,}77$ h, soit moins de 2 heures après la prise : la **condition 1 est réalisée**.

Condition 2. La quantité moyenne entre 1 h et 3 h est la valeur moyenne de f sur $[1\,;3]$:

$$m = \frac{1}{3-1}\int_1^3 f(t)\,\mathrm{d}t.$$

MÉTHODE

On calcule l'intégrale par parties en dérivant $4t$ et en primitivant $\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t}$.

On pose $u(t) = 4t$ et $v'(t) = \mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t}$, d'où $u'(t) = 4$ et $v(t) = -\frac{2}{3}\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t}$:

$$\int_1^3 4t\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t}\,\mathrm{d}t = \left[-\frac{8}{3}\,t\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t}\right]_1^3 + \int_1^3 \frac{8}{3}\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t}\,\mathrm{d}t = \left[-\frac{8}{3}\,t\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t} - \frac{16}{9}\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t}\right]_1^3 = \left[-\frac{8}{9}(3t+2)\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}t}\right]_1^3.$$

D'où :

$$\int_1^3 f(t)\,\mathrm{d}t = -\frac{8}{9} \times 11\,\mathrm{e}^{-\frac{9}{2}} + \frac{8}{9} \times 5\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}} = \frac{8}{9}\left(5\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}} - 11\,\mathrm{e}^{-\frac{9}{2}}\right) \approx 0{,}883,$$

$$m = \frac{1}{2} \times \frac{8}{9}\left(5\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}} - 11\,\mathrm{e}^{-\frac{9}{2}}\right) = \frac{4}{9}\left(5\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}} - 11\,\mathrm{e}^{-\frac{9}{2}}\right) \approx 0{,}442.$$

RÉPONSE

La quantité moyenne de médicament entre 1 h et 3 h est $m \approx 0{,}442\,\mathrm{mg} > 0{,}40\,\mathrm{mg}$: la **condition 2 n'est pas réalisée**. L'essai clinique n'est donc **pas validé**.

© Pierre Carrée – pierre-carree.fr