

# Corrigé détaillé

---

Exercice 1 · 11 pts · Exercice 2 · 5 pts · Exercice 3 · 4 pts · 3h30

Thèmes : Effusivité thermique · Dihydrogène vert · Lessive de cendre

## Exercice 1 : « J'ai froid aux pieds sur le carrelage, je préfère le parquet ! » (11 points)

Thème : effusivité thermique, thermodynamique, transfert conducto-convectif

Partie 1 — Détermination de l'effusivité d'un matériau

Q.1. Montrer que l'effusivité s'exprime en  $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$ .

MÉTHODE — Analyse dimensionnelle

On part de la définition  $E = \sqrt{\lambda \times c_v}$  et on substitue les unités de chaque grandeur.

RÉPONSE Q.1

Les unités des grandeurs sont :

$$[\lambda] = \text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \quad \text{et} \quad [c_v] = \text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$$

D'où :

$$[E] = \sqrt{[\lambda] \times [c_v]} = \sqrt{\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \times \text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}} = \sqrt{\text{J}^2 \cdot \text{K}^{-2} \cdot \text{m}^{-4} \cdot \text{s}^{-1}}$$

En utilisant  $\sqrt{a} = a^{1/2}$  :

$$[E] = \text{J}^{2 \times \frac{1}{2}} \cdot \text{K}^{-2 \times \frac{1}{2}} \cdot \text{m}^{-4 \times \frac{1}{2}} \cdot \text{s}^{-1 \times \frac{1}{2}} = \text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$$

Q.2. Sens du transfert thermique entre le corps chaud et le corps froid.

RÉPONSE Q.2

Le carrelage est à  $\theta_{\text{carrelage}} = 39,7^\circ\text{C}$  et l'eau est à  $\theta_{\text{eau}} = 25,4^\circ\text{C}$ .

Le carrelage est le corps chaud et l'eau est le corps froid. Le transfert thermique s'opère donc du carrelage vers l'eau, jusqu'à ce que les deux corps atteignent la température d'équilibre  $\theta_f = 25,9^\circ\text{C}$ .

Q.3. Premier principe de la thermodynamique — application au calorimètre.

RAPPEL — Premier principe de la thermodynamique

Pour tout système fermé subissant une évolution entre deux états d'équilibre :

$$\Delta U = W + Q$$

avec :

- $\Delta U$  : variation d'énergie interne du système (en J) ;
- $W$  : travail total reçu algébriquement par le système (en J) ;
- $Q$  : transfert thermique total reçu algébriquement par le système (en J).

RÉPONSE Q.3

Application au système {eau + carrelage} dans le calorimètre :

Le calorimètre est un système isolé : on néglige tout travail ( $W = 0$ ) et tout échange thermique avec l'extérieur ( $Q = 0$ ). Donc :

$$\Delta U_{\text{système}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta U_{\text{eau}} + \Delta U_{\text{carrelage}} = 0$$

Q.4. Montrer que  $\Delta U_{\text{eau}} = 1,50 \times 10^3 \text{ J}$ .

RÉPONSE Q.4

Pour un système incompressible :  $\Delta U = C \times \Delta T$ .

La capacité thermique de l'eau vaut  $C_{\text{eau}} = m_{\text{eau}} \times c_{\text{eau}}$ , avec  $m_{\text{eau}} = 0,720 \text{ kg}$  et  $c_{\text{eau}} = 4,18 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$  :

$$C_{\text{eau}} = 0,720 \times 4,18 \times 10^3 = 3009,6 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

La variation de température de l'eau est :

$$\Delta T_{\text{eau}} = \theta_f - \theta_{i,\text{eau}} = 25,9 - 25,4 = 0,5 \text{ K}$$

Donc :

$$\Delta U_{\text{eau}} = C_{\text{eau}} \times \Delta T_{\text{eau}} = 3009,6 \times 0,5 = 1504,8 \text{ J} \approx 1,50 \times 10^3 \text{ J} \quad \checkmark$$

Q.5. En déduire  $C_{\text{carrelage}} = 109 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ .

RÉPONSE Q.5

D'après Q.3 :  $\Delta U_{\text{carrelage}} = -\Delta U_{\text{eau}} = -1,50 \times 10^3 \text{ J}$ .

La variation de température du carrelage est :

$$\Delta T_{\text{carrelage}} = \theta_f - \theta_{i,\text{carrelage}} = 25,9 - 39,7 = -13,8 \text{ K}$$

On applique  $\Delta U_{\text{carrelage}} = C_{\text{carrelage}} \times \Delta T_{\text{carrelage}}$  :

$$C_{\text{carrelage}} = \frac{\Delta U_{\text{carrelage}}}{\Delta T_{\text{carrelage}}} = \frac{-1,50 \times 10^3}{-13,8} = 108,7 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \approx 109 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \quad \checkmark$$

Q.6. Calculer  $c_{v,\text{carrelage}}$ .

RÉPONSE Q.6

La capacité thermique volumique est définie par  $c_v = C/V$ , avec  $V = 5,50 \times 10^{-5} \text{ m}^3$  :

$$c_{v,\text{carrelage}} = \frac{C_{\text{carrelage}}}{V} = \frac{109}{5,50 \times 10^{-5}} = 1,98 \times 10^6 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$$

Q.7. Montrer que  $E_{\text{carrelage}} = 1,60 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$ .

RÉPONSE Q.7

On applique  $E = \sqrt{\lambda \times c_v}$  avec  $\lambda_{\text{carrelage}} = 1,3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  :

$$E_{\text{carrelage}} = \sqrt{1,3 \times 1,98 \times 10^6} = \sqrt{2,574 \times 10^6} = 1604 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2} \approx 1,60 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2} \quad \checkmark$$

Q.8. Justifier la cohérence des valeurs d'effusivité avec le texte d'introduction.

RÉPONSE Q.8

On compare les deux effusivités mesurées :

$$E_{\text{carrelage}} = 1,60 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2} \gg E_{\text{bois}} = 0,476 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$$

Le carrelage possède une effusivité nettement plus élevée que le bois. Selon le texte d'introduction, un matériau à forte effusivité absorbe rapidement de l'énergie thermique sans se réchauffer.

notablement en surface . Ainsi, lorsque le pied entre en contact avec le carrelage, ce dernier absorbe beaucoup d'énergie thermique au détriment du pied, qui se refroidit plus vite. À l'inverse, le bois (faible effusivité) se réchauffe très rapidement à la surface de contact et prélève peu d'énergie au pied. Ces résultats sont cohérents avec la sensation décrite.

## Partie 2 — Mesure et calcul de la température de contact

Q.9. Exprimer  $T_{\text{mesure.SB}}$  en kelvin.

### RÉPONSE Q.9

On utilise la relation  $T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273$  :

$$T_{\text{mesure.SB}} = \theta_{\text{mesure.SB}} + 273 = 28,3 + 273 = 301,3 \text{ K}$$

Q.10. Calculer  $T_{\text{calcul.SB}}$ .

### RÉPONSE Q.10

On convertit préalablement les températures initiales en kelvin :

$$T_{i,\text{silicone}} = 34,1 + 273 = 307,1 \text{ K} \quad T_{i,\text{bois}} = 19,6 + 273 = 292,6 \text{ K}$$

On applique la formule de la température de contact :

$$\begin{aligned} T_{\text{calcul.SB}} &= \frac{E_{\text{silicone}} \times T_{\text{silicone}} + E_{\text{bois}} \times T_{\text{bois}}}{E_{\text{silicone}} + E_{\text{bois}}} \\ T_{\text{calcul.SB}} &= \frac{0,756 \times 10^3 \times 307,1 + 0,476 \times 10^3 \times 292,6}{(0,756 + 0,476) \times 10^3} \\ &= \frac{232\,168 + 139\,278}{1\,232} = \frac{371\,446}{1\,232} \approx 301,5 \text{ K} \end{aligned}$$

Q.11. Comparer les températures mesurées et calculées, et conclure.

### RÉPONSE Q.11

Contact	$T_{\text{mesure}} \text{ (K)}$	$T_{\text{calcul}} \text{ (K)}$	$ T_{\text{mesure}} - T_{\text{calcul}}  \text{ (K)}$
Silicone-Bois (SB)	301,3	301,5	0,2
Silicone-Carrelage (SC)	297,2	297,4	0,2

Dans les deux cas, l'écart entre valeur mesurée et valeur calculée est de 0,2 K, ce qui est exactement égal à l'incertitude type associée aux mesures de température.

Conclusion : Les températures de contact mesurées et calculées sont compatibles compte tenu des incertitudes expérimentales. La formule théorique basée sur les effusivités est donc validée expérimentalement.

Q.12. Expliquer les raisons de la sensation décrite dans le titre.

## RÉPONSE Q.12

Lorsque le pied (simulé par le silicone à  $\approx 34^\circ\text{C}$ ) se pose sur un sol à la même température ambiante, la température de contact dépend des effusivités :

- Sur le bois :  $T_{\text{contact}} \approx 301,3\text{ K} = 28,3^\circ\text{C}$ .
- Sur le carrelage :  $T_{\text{contact}} \approx 297,2\text{ K} = 24,2^\circ\text{C}$ .

La température de contact avec le carrelage est plus basse d'environ  $4^\circ\text{C}$  qu'avec le bois. Cela s'explique par la plus grande effusivité du carrelage : il absorbe beaucoup plus d'énergie thermique par unité de surface et de temps, abaissant ainsi davantage la température à la surface de contact. Le pied ressent donc le carrelage comme plus froid, même si les deux sols sont à la même température.

## Partie 3 — Transfert conducto-convectif

Q.13. Transfert thermique supplémentaire lié à la présence d'eau liquide.

## RÉPONSE Q.13

Avec des solides, seul le transfert thermique par conduction est présent. La présence d'eau liquide introduit un transfert supplémentaire par convection : les mouvements du fluide (courants de convection naturelle ou forcée) transportent de l'énergie thermique, en plus du mécanisme conductif. On parle de transfert conducto-convectif.

Q.14. Expression du transfert thermique  $Q$  en fonction du flux  $\phi$  pendant  $\Delta t$ .

## RÉPONSE Q.14

Le flux thermique  $\phi$  représente la puissance thermique échangée (en watts). Pour une durée élémentaire  $\Delta t$  très petite pendant laquelle  $\phi$  est quasi-constant :

$$Q = \phi \times \Delta t$$

Q.15. Établir l'équation différentielle régissant  $\theta(t)$ .

## MÉTHODE — Application du premier principe au silicone

On considère le silicone comme système. Il reçoit un transfert thermique  $Q = \phi \Delta t$  du thermostat. On applique  $\Delta U = W + Q$  avec  $W = 0$ .

## RÉPONSE Q.15

Application du premier principe au silicone sur un intervalle de temps  $\Delta t$  :

$$\Delta U_{\text{silicone}} = Q = \phi \Delta t$$

En utilisant  $\Delta U_{\text{silicone}} = C_{\text{silicone}} \Delta\theta$  et  $\phi = h_{\text{eau-silicone}} S (\theta_T - \theta)$  :

$$C_{\text{silicone}} \Delta\theta = h_{\text{eau-silicone}} S (\theta_T - \theta) \Delta t$$

En passant à la limite  $\Delta t \rightarrow 0$  :

$$C_{\text{silicone}} \frac{d\theta}{dt} = h_{\text{eau-silicone}} S (\theta_T - \theta)$$

En posant  $\tau = \frac{C_{\text{silicone}}}{h_{\text{eau-silicone}} S}$  et en développant :

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{\tau} \theta_T - \frac{1}{\tau} \theta$$

$$\frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{\tau} \theta = \frac{1}{\tau} \theta_T$$

C'est bien l'équation différentielle du premier ordre demandée, dont la solution est  $\theta(t) = (\theta(0) - \theta_T) e^{-t/\tau} + \theta_T$ . ✓

Q.16. Comparer et commenter les deux courbes de l'annexe.

#### RÉPONSE Q.16

Les deux courbes (température mesurée par les symboles + et température modélisée par les symboles o) sont quasiment superposées sur toute la plage temporelle de 0 à  $10 \times 10^3$  s.

L'équation du modèle  $\theta(t) = 11,6 \exp\left(\frac{-t}{1,04 \times 10^3}\right) + 16,3 \times 10^{-3}$  décrit très fidèlement l'évolution expérimentale. Le modèle d'équation différentielle du premier ordre est validé. Les légères différences observables aux temps courts (forte pente initiale) sont dues aux inhomogénéités transitoires de température dans la poche.

Q.17. Déterminer  $\tau$  par construction graphique.

#### MÉTHODE — Lecture graphique du temps caractéristique

À  $t = \tau$ , la solution devient :

$$\theta(\tau) = (\theta(0) - \theta_T) e^{-1} + \theta_T \approx \frac{\theta(0) - \theta_T}{e} + \theta_T \approx \frac{\theta(0)}{2,718}$$

On lit sur le graphe la valeur de  $t$  correspondant à  $\theta = \theta(\tau)$ .

#### RÉPONSE Q.17

D'après l'équation du modèle,  $\theta(0) \approx 11,6^\circ\text{C}$  et  $\theta_T \approx 0^\circ\text{C}$ .

On calcule la valeur de  $\theta$  pour  $t = \tau$  :

$$\theta(\tau) = \frac{11,6}{e} + 0 \approx \frac{11,6}{2,718} \approx 4,3^\circ\text{C}$$

En traçant la droite horizontale à  $\theta = 4,3^\circ\text{C}$  sur le graphe et en lisant l'abscisse du point d'intersection avec la courbe, on obtient directement  $\tau$  depuis l'équation du modèle :

$$\tau = 1,04 \times 10^3 \text{ s} \approx 1040 \text{ s}$$

Q.18. Calculer  $h_{\text{eau-silicone}}$ .

#### RÉPONSE Q.18

On part de la relation  $\tau = \frac{C_{\text{silicone}}}{h_{\text{eau-silicone}} S}$ , ce qui donne :

$$h_{\text{eau-silicone}} = \frac{C_{\text{silicone}}}{\tau \times S} = \frac{179}{1,04 \times 10^3 \times 0,0172} = \frac{179}{17,888} \approx 10,0 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$$

Q.19. Comparer les deux coefficients et identifier le fluide de refroidissement le plus efficace.

## RÉPONSE Q.19

Fluide	Coefficient ( $\text{J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ )
Eau	$h_{\text{eau-silicone}} \approx 10,0$
Air	$h_{\text{air-silicone}} = 3,51$

$h_{\text{eau-silicone}} \approx 10,0 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$  est environ 3 fois plus grand que  $h_{\text{air-silicone}} = 3,51 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ .

Conclusion : Le flux thermique (et donc la vitesse de refroidissement) est proportionnel au coefficient conducto-convectif. Le pied se refroidit donc beaucoup plus vite dans l'eau que dans l'air, ce qui est conforme à l'expérience commune (sensation de froid intense lorsqu'on plonge les pieds dans de l'eau froide).

## Exercice 2 : HOPE, l'espoir du dihydrogène vert (5 points)

Thème : électrolyse, oxydoréduction, énergie, dihydrogène vert

Q.1. Énergie moyenne produite par l'éolienne chaque jour en décembre 2023.

### RÉPONSE Q.1

Le mois de décembre comporte 31 jours. L'énergie totale produite est de  $E_{\text{total}} = 922 \text{ MW} \cdot \text{h}$ .

L'énergie journalière moyenne est :

$$E_{\text{jour}} = \frac{E_{\text{total}}}{31} = \frac{922}{31} \approx 29,7 \text{ MW} \cdot \text{h} \cdot \text{jour}^{-1}$$

Q.2. Sens du courant électrique  $I$  et des électrons dans le circuit.

### RÉPONSE Q.2

Dans un électrolyseur (récepteur) :

- Le courant électrique  $I$  circule par convention de la borne + du générateur vers la borne + de l'électrolyseur (c'est-à-dire de l'anode vers la cathode dans le circuit extérieur).
  - Les électrons circulent dans le sens opposé au courant, c'est-à-dire de la borne – du générateur vers la cathode de l'électrolyseur, et de l'anode vers la borne + du générateur.
- (Porter ces flèches sur le Document 2 de l'annexe.)

Q.3. Demi-équations électroniques et association aux électrodes.

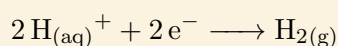
### CHIMIE — Demi-équations d'oxydoréduction

Couples mis en jeu :

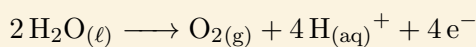
- $\text{H}_{(\text{aq})}^{+} / \text{H}_{2(\text{g})}$  — réduction à la cathode
- $\text{O}_{2(\text{g})} / \text{H}_2\text{O}_{(\ell)}$  — oxydation à l'anode

### RÉPONSE Q.3

À la cathode (réduction) : le couple  $\text{H}^{+}/\text{H}_2$  est mis en jeu.



À l'anode (oxydation) : le couple  $\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$  est mis en jeu.

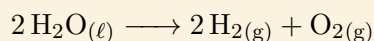
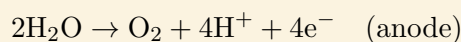
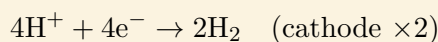


Ces deux demi-équations sont à reporter dans les encadrés de l'annexe en les associant à l'électrode correspondante.

Q.4. Équation globale de réaction dans l'électrolyseur.

### RÉPONSE Q.4

On multiplie la demi-équation cathodique par 2 et on ajoute les deux demi-équations pour équilibrer les électrons :





Q.5. Quantité de matière d'électrons échangés.

RÉPONSE Q.5

La quantité d'électricité transférée est  $Q = I \times \Delta t$ . Le nombre de moles d'électrons échangés est :

$$n_e = \frac{Q}{F} = \frac{I \times \Delta t}{F}$$

Application numérique :  $I = 7,25 \times 10^{-3} \text{ A}$  ;  $\Delta t = 6 \times 60 + 47 = 407 \text{ s}$  :

$$Q = 7,25 \times 10^{-3} \times 407 = 2,951 \text{ C}$$

$$n_e = \frac{2,951}{96\,500} \approx 3,06 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

Q.6. Montrer que la masse de dihydrogène produite vaut  $3,06 \times 10^{-5} \text{ g}$ .

RÉPONSE Q.6

D'après la demi-équation cathodique, 2 mol d'électrons produisent 1 mol de  $\text{H}_2$  :

$$n(\text{H}_2) = \frac{n_e}{2} = \frac{3,06 \times 10^{-5}}{2} = 1,53 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

La masse molaire du dihydrogène est  $M(\text{H}_2) = 2 \times M(\text{H}) = 2 \times 1,0 = 2,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

$$m(\text{H}_2) = n(\text{H}_2) \times M(\text{H}_2) = 1,53 \times 10^{-5} \times 2,0 = 3,06 \times 10^{-5} \text{ g} \approx 3,06 \times 10^{-5} \text{ g} \quad \checkmark$$

Q.7. Énergie nécessaire pour produire 400 kg de  $\text{H}_2$  par jour.

MÉTHODE — Extrapolation de l'énergie par proportionnalité

On calcule l'énergie consommée par gramme de  $\text{H}_2$  produit dans le laboratoire, puis on multiplie par la masse industrielle.

RÉPONSE Q.7

Étape 1 — Énergie consommée dans le laboratoire :

$$E_{\text{labo}} = U \times I \times \Delta t = 4,74 \times 7,25 \times 10^{-3} \times 407 \approx 13,99 \text{ J}$$

Étape 2 — Énergie par gramme de  $\text{H}_2$  :

$$e_{\text{massique}} = \frac{E_{\text{labo}}}{m(\text{H}_2)} = \frac{13,99}{3,06 \times 10^{-5}} \approx 4,57 \times 10^5 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} = 4,57 \times 10^8 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Étape 3 — Énergie pour 400 kg :

$$E_{400 \text{ kg}} = 400 \times 4,57 \times 10^8 = 1,83 \times 10^{11} \text{ J}$$

Conversion en  $\text{MW} \cdot \text{h}$  ( $1 \text{ MW} \cdot \text{h} = 10^6 \times 3600 = 3,6 \times 10^9 \text{ J}$ ) :

$$E_{400 \text{ kg}} = \frac{1,83 \times 10^{11}}{3,6 \times 10^9} \approx 50,8 \text{ MW} \cdot \text{h}$$

Q.8. Vérifier la cohérence avec la question Q.1 et commenter.

## RÉPONSE Q.8

D'après Q.1, l'éolienne produit en moyenne  $29,7 \text{ MW} \cdot \text{h}$  par jour.

D'après Q.7, il faut  $50,8 \text{ MW} \cdot \text{h}$  pour produire  $400 \text{ kg}$  de  $\text{H}_2$  par jour.

$$E_{\text{nécessaire}} \approx 50,8 \text{ MW} \cdot \text{h} > E_{\text{disponible}} \approx 29,7 \text{ MW} \cdot \text{h}$$

Le résultat n'est pas directement cohérent : une seule éolienne ne suffit pas à alimenter l'électrolyseur pour produire  $400 \text{ kg/jour}$  de dihydrogène. Il faudrait environ  $50,8/29,7 \approx 1,7$  éolienne de ce type. En pratique, la plateforme HOPE est conçue pour utiliser plusieurs éoliennes flottantes, et l'objectif de production peut être atteint avec deux turbines ou en optimisant le rendement de l'électrolyseur industriel. Par ailleurs, le mois de décembre est caractérisé par une production plus faible en raison des conditions météorologiques variables.

## Exercice 3 : La lessive de cendre (4 points)

Thème : acide-base selon Brønsted, calorimétrie, titrage par pH-métrie

### Partie 1 — Étude de l'ion carbonate

Q.1. Définir une espèce chimique basique selon Brønsted.

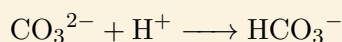
RAPPEL — Théorie de Brønsted

Selon la théorie de Brønsted-Lowry (1923), un acide est un donneur de proton  $\text{H}^+$  et une base est un accepteur de proton  $\text{H}^+$ . Tout couple acide/base est de la forme :  $\text{acide} \rightleftharpoons \text{base} + \text{H}^+$ .

RÉPONSE Q.1

Selon Brønsted, une espèce chimique basique est une espèce capable de capter (accepter) un proton  $\text{H}^+$ .

L'ion carbonate  $\text{CO}_3^{2-}$  est la base conjuguée du couple  $\text{HCO}_3^- / \text{CO}_3^{2-}$ . Il peut accepter un proton selon :



Q.2. Concentration en ions carbonate dans la solution S.

RÉPONSE Q.2

La dissolution de  $\text{K}_2\text{CO}_{3(s)}$  est totale :  $\text{K}_2\text{CO}_3 \longrightarrow 2\text{K}^+ + \text{CO}_3^{2-}$ . Chaque formule unité fournit un ion  $\text{CO}_3^{2-}$ .

La quantité de matière de  $\text{K}_2\text{CO}_3$  dissoute :

$$n(\text{K}_2\text{CO}_3) = \frac{m}{M} = \frac{3,0}{138,0} = 2,174 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

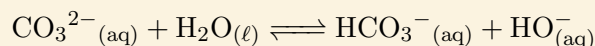
Donc  $n(\text{CO}_3^{2-}) = n(\text{K}_2\text{CO}_3) = 2,174 \times 10^{-2} \text{ mol}$ , pour un volume  $V = 100,0 \text{ mL} = 0,1000 \text{ L}$  :

$$[\text{CO}_3^{2-}]_S = \frac{n(\text{CO}_3^{2-})}{V} = \frac{2,174 \times 10^{-2}}{0,1000} \approx 0,217 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Q.3. Équation de la réaction acide-basique entre  $\text{CO}_3^{2-}$  et  $\text{H}_2\text{O}$ .

RÉPONSE Q.3

L'ion carbonate (base du couple  $\text{HCO}_3^- / \text{CO}_3^{2-}$ ) réagit avec l'eau (acide du couple  $\text{H}_2\text{O} / \text{HO}^-$ ) :



La double flèche indique qu'il s'agit d'une réaction d'équilibre (base faible, voir Q.5).

Q.4. Concentration en ions hydroxyde  $\text{HO}^-$ .

RÉPONSE Q.4

À 25 °C, la relation entre pH et  $[\text{HO}^-]$  est :

$$\text{pOH} = pK_e - \text{pH} = 14,0 - 11,8 = 2,2$$

$$[\text{HO}^-] = 10^{-\text{pOH}} = 10^{-2,2} \approx 6,3 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Q.5. Montrer que l'ion carbonate est une base faible.

## RÉPONSE Q.5

On compare :

$$[\text{HO}^-] \approx 6,3 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \ll [\text{CO}_3^{2-}]_{\text{apporté}} = 0,217 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Le taux d'avancement de la réaction est :

$$\tau = \frac{[\text{HO}^-]}{[\text{CO}_3^{2-}]_{\text{apporté}}} = \frac{6,3 \times 10^{-3}}{0,217} \approx 2,9 \%$$

Seulement  $\approx 3 \%$  des ions carbonate ont réagi. La réaction n'est pas totale :  $\tau \ll 1$ .

Conclusion : L'ion carbonate est bien une base faible. La lessive de cendre peut donc être assimilée à une solution d'ions carbonate (espèce basique majoritaire).

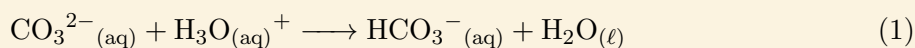
## Partie 2 — Titrage des espèces basiques de la lessive de cendre

## Q.6. Demi-équations et équation globale du titrage.

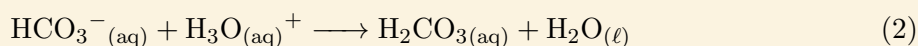
## RÉPONSE Q.6

Demi-équations acide-base :

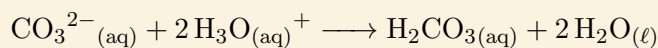
Couple  $\text{HCO}_3^- / \text{CO}_3^{2-}$  (base  $\text{CO}_3^{2-}$  réagit avec l'acide  $\text{H}_3\text{O}^+$ ) :



Couple  $\text{H}_2\text{CO}_3 / \text{HCO}_3^-$  ( $\text{HCO}_3^-$  formé réagit à son tour avec  $\text{H}_3\text{O}^+$ ) :



Justification de l'équation globale : en additionnant (1) et (2) :



Cette réaction, deux fois plus consommatrice en acide, est celle qui s'observe au second saut de pH de la courbe de titrage. ✓

Q.7. Concentration en ions carbonate de la lessive  $S_0$ .

## MÉTHODE — Titrage d'une solution diluée puis remontée à la concentration initiale

La solution  $S_1$  est issue d'une dilution par 10 de  $S_0$ . On calcule  $[\text{CO}_3^{2-}]_{S_1}$  à partir des données d'équivalence, puis on multiplie par le facteur de dilution.

## RÉPONSE Q.7

À l'équivalence :  $n(\text{H}_3\text{O}^+) = 2 \times n(\text{CO}_3^{2-})$  (rapport stœchiométrique de l'équation globale).

Quantité d'acide versé :

$$n(\text{H}_3\text{O}^+) = c_A \times V_{\text{eq}} = 5,00 \times 10^{-3} \times 17,0 \times 10^{-3} = 8,50 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

Quantité de  $\text{CO}_3^{2-}$  dans le volume  $V_1 = 10,0 \text{ mL}$  de  $S_1$  :

$$n(\text{CO}_3^{2-}) = \frac{n(\text{H}_3\text{O}^+)}{2} = \frac{8,50 \times 10^{-5}}{2} = 4,25 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

Concentration dans  $S_1$  :

$$[\text{CO}_3^{2-}]_{S_1} = \frac{4,25 \times 10^{-5}}{10,0 \times 10^{-3}} = 4,25 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$S_1$  étant une dilution par 10 de  $S_0$  :

$$[\text{CO}_3^{2-}]_{S_0} = 10 \times [\text{CO}_3^{2-}]_{S_1} = 10 \times 4,25 \times 10^{-3} = 4,25 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Q.8. Encadrement du volume de lessive à utiliser — eau dure.

RÉPONSE Q.8

Pour une eau dure, l'étiquette préconise une quantité d'espèces basiques comprise entre  $6,0 \times 10^{-3} \text{ mol}$  et  $1,0 \times 10^{-2} \text{ mol}$ .

Le volume de lessive  $S_0$  à utiliser se calcule par :

$$V_{\text{lessive}} = \frac{n(\text{CO}_3^{2-})}{[\text{CO}_3^{2-}]_{S_0}}$$

Volume minimum :

$$V_{\min} = \frac{6,0 \times 10^{-3}}{4,25 \times 10^{-2}} = 0,141 \text{ L} = 141 \text{ mL}$$

Volume maximum :

$$V_{\max} = \frac{1,0 \times 10^{-2}}{4,25 \times 10^{-2}} = 0,235 \text{ L} = 235 \text{ mL}$$

$$141 \text{ mL} \leq V_{\text{lessive de cendre}} \leq 235 \text{ mL}$$

Commentaire : Pour une lessive commerciale, le volume préconisé est de 50 à 150 mL. La lessive de cendre nécessite un volume nettement plus important (1,5 à 5 fois plus) car sa concentration en espèces basiques est bien plus faible que celle d'une lessive commerciale. En pratique, il faudra donc prévoir un contenant de grande capacité et accepter un coût en eau légèrement supérieur pour chaque lessive.