

BAC STI2D · PC & MATHS · NOUVELLE-CALÉDONIE · SESSION 2025

Corrigé – Nouvelle-Calédonie 2025

3 heures · Calculatrice autorisée · 20 points

Exercice 1 – Condition d'utilisation d'un médicament

PC & Maths – 4 pts

Question 1 – Types de rayonnement radioactif

RÉPONSE

Il existe trois types de rayonnement radioactif :

- Le rayonnement **alpha** (α) : émission d'un noyau d'hélium ${}^4_2\text{He}$ (2 protons + 2 neutrons).
- Le rayonnement **bêta** (β) : émission d'un électron (β^-) ou d'un positron (β^+).
- Le rayonnement **gamma** (γ) : émission d'un photon de haute énergie (rayonnement électromagnétique), souvent accompagnant une désintégration α ou β .

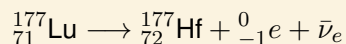
Question 2 – Nature de la particule émise lors de la désintégration

Le lutécium 177 se désintègre par émission β^- .

RÉPONSE

La particule émise est un **électron** (noté e^- ou ${}^0_{-1}e$).

L'équation de désintégration est :



Le numéro atomique augmente de 1 ($71 \rightarrow 72$) et le nombre de masse est conservé (177), ce qui est bien caractéristique d'une désintégration β^- .

Question 3 – Définition de l'activité d'une source radioactive

RÉPONSE

L'**activité** d'une source radioactive est le **nombre de désintégrations nucléaires** se produisant par unité de temps.

Elle s'exprime en **becquerel** (Bq) : $1 \text{ Bq} = 1$ désintégration par seconde. On utilise aussi le mégabecquerel ($1 \text{ MBq} = 10^6 \text{ Bq}$).

Question 4 – Activité initiale

RÉPONSE

Par lecture graphique sur le document n°1, à $t = 0$:

$$A_0 = 7400 \text{ MBq}$$

Question 5 – Définition de la demi-vie**RÉPONSE**

La **demi-vie** (ou période radioactive) $t_{1/2}$ d'un isotope radioactif est la durée au bout de laquelle l'activité de l'échantillon (ou le nombre de noyaux radioactifs) a été **divisée par deux**.

Question 6 – Détermination graphique de la demi-vie**MÉTHODE**

Méthode graphique :

1. Repérer l'activité initiale : $A_0 = 7400 \text{ MBq}$.
2. Calculer $A_0/2 = 3700 \text{ MBq}$.
3. Tracer une droite horizontale à $A = 3700 \text{ MBq}$.
4. Lire l'abscisse du point d'intersection avec la courbe.

RÉPONSE

La droite horizontale $A = 3700 \text{ MBq}$ coupe la courbe en $t \approx 7$ jours.

$$t_{1/2}(\text{Lu-177}) \approx 7 \text{ jours}$$

(Valeur tabulée : $t_{1/2} = 6,65 \text{ jours} \approx 7 \text{ jours}$)

Question 7 – Démontrer que $f(t) = 7400 e^{-0,1t}$

L'équation différentielle est $y' = -0,1y$: c'est une EDO linéaire du premier ordre sans second membre.

Solution générale : $y(t) = C e^{-0,1t}$, $C \in \mathbb{R}$

Condition initiale $f(0) = 7400$:

$$C e^0 = C = 7400$$

RÉPONSE

$$f(t) = 7400 e^{-0,1t} \quad \square$$

Question 8 – Montrer que l'activité a diminué de plus de 99,9 % au bout de 70 jours**RÉPONSE**

On calcule $f(70)$:

$$f(70) = 7400 \times e^{-0,1 \times 70} = 7400 \times e^{-7} \approx 7400 \times 9,12 \times 10^{-4} \approx 6,75 \text{ MBq}$$

La diminution relative est :

$$\frac{A_0 - f(70)}{A_0} = \frac{7400 - 6,75}{7400} = \frac{7393,25}{7400} \approx 0,9991 = 99,91\%$$

On a bien $99,91\% > 99,9\%$: l'activité a diminué de plus de 99,9% au bout de 70 jours. \square

Question 9 – Commentaire de la préconisation du fabricant**RÉPONSE**

La question 8 montre qu'au bout de 70 jours, l'activité résiduelle du lutécium 177 est inférieure à **0,1% de l'activité initiale** : le médicament est donc **pratiquement inactif et sans danger**.

La préconisation du fabricant (jeter les déchets aux ordures ménagères après 70 jours) est donc **scientifiquement justifiée** : après ce délai, la radioactivité résiduelle est négligeable et ne présente plus de risque pour l'environnement ou les éboueurs.

Exercice 2 – Mesure de vitesse par temps de pluie

Physique-Chimie – 6 pts

Étude de l'onde émise**Question 1 – Fréquence d'émission****RÉPONSE**

La fréquence d'émission du radar est :

$$f_E = 24,125 \text{ GHz} = 24,125 \times 10^9 \text{ Hz}$$

Question 2 – Montrer que $\lambda = 12,4 \text{ mm}$ **RAPPEL DE COURS**

$$\lambda = c/f$$

$$\lambda = \frac{c}{f_E} = \frac{3,00 \times 10^8}{24,125 \times 10^9} = \frac{3,00}{24,125} \times 10^{-1} = 0,1244 \times 10^{-1} \text{ m} = 1,244 \times 10^{-2} \text{ m}$$

RÉPONSE

$$\lambda \approx 12,4 \text{ mm} \quad \square$$

Question 3 – Domaine de l'onde**RÉPONSE**

$$\lambda = 12,4 \text{ mm} = 1,24 \times 10^{-2} \text{ m.}$$

D'après le document n°3, le domaine des **micro-ondes** correspond à $1 \times 10^{-3} \text{ m} \leq \lambda \leq 1 \text{ m}$.

Comme $10^{-3} < 1,24 \times 10^{-2} < 1$, l'onde du radar appartient au domaine des **micro-ondes**.

Étude de l'onde réfléchiée par temps sec**Question 4 – Fréquence f_D mesurée par le radar****MÉTHODE**

On mesure la période T sur l'oscillogramme (base de temps : $0,10 \text{ ms/div}$). On compte le nombre de divisions pour une période complète.

Sur le document n°4, une période occupe environ 3 divisions :

$$T = 3 \times 0,10 \text{ ms} = 0,30 \text{ ms} = 3,0 \times 10^{-4} \text{ s}$$

RÉPONSE

$$f_D = \frac{1}{T} = \frac{1}{3,0 \times 10^{-4}} \approx 3,3 \times 10^3 \text{ Hz} = 3,3 \text{ kHz}$$

Question 5 – Montrer que $v \approx 82 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

RAPPEL DE COURS

$$f_D = \frac{2 \times v \times f_E \times \cos \theta}{c} \implies v = \frac{f_D \times c}{2 \times f_E \times \cos \theta}$$

$$v = \frac{3,3 \times 10^3 \times 3,00 \times 10^8}{2 \times 24,125 \times 10^9 \times \cos(25^\circ)} = \frac{9,9 \times 10^{11}}{2 \times 24,125 \times 10^9 \times 0,9063}$$

$$v = \frac{9,9 \times 10^{11}}{4,373 \times 10^{10}} = 22,64 \text{ m s}^{-1} = 22,64 \times 3,6 \text{ km h}^{-1}$$

RÉPONSE

$$v \approx 81,5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \approx 82 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \quad \square$$

Question 6 – L'automobiliste est-il verbalisé ?

RÉPONSE

La route est limitée à $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. D'après le document n°5, la verbalisation intervient pour une vitesse supérieure à $86 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

La vitesse mesurée est $v = 82 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} < 86 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$: **l'automobiliste n'est pas verbalisé.**
(Il dépasse bien la limitation de 80 km/h , mais reste dans la marge technique.)

Étude de l'onde réfléchiée par temps de pluie

Question 7 – Relevé du coefficient d'atténuation α

RÉPONSE

Sur la courbe du document n°6, pour les **fortes pluies** à la fréquence $f_E = 24,125 \text{ GHz} \approx 24 \text{ GHz}$, on lit :

$$\alpha \approx 5,0 \times 10^{-3} \text{ dB} \cdot \text{m}^{-1}$$

(unité : dB m^{-1})

Question 8 – Montrer que $P_R \approx 1,78 \text{ mW}$ à $d = 50 \text{ m}$

RAPPEL DE COURS

La distance totale parcourue est $d = 2 \times 50 = 100 \text{ m}$ (aller-retour).

$$P_R = P_E \times 10^{-\alpha d/10}$$

$$P_R = 2,00 \times 10^{-3} \times 10^{-5,0 \times 10^{-3} \times 100/10} = 2,00 \times 10^{-3} \times 10^{-0,050}$$

$$10^{-0,050} = 0,891$$

$$P_R = 2,00 \times 10^{-3} \times 0,891 = 1,782 \times 10^{-3} \text{ W}$$

RÉPONSE

$$P_R \approx 1,78 \text{ mW} \quad \square$$

Question 9 – Le radar peut-il effectuer la mesure ?**RÉPONSE**

La puissance reçue par temps de pluie est $P_R \approx 1,78 \text{ mW}$.

D'après le document n°2, la puissance minimale détectable est $P_{R_{\min}} = 1,00 \text{ mW}$.

Comme $P_R = 1,78 \text{ mW} > P_{R_{\min}} = 1,00 \text{ mW}$: **le radar peut effectuer la mesure de vitesse malgré la pluie.**

Le signal reçu reste suffisamment puissant pour être traité.

Exercice 3 – Mathématiques

(4 pts)

Partie I – Intégrales et aires

Question 1 – Calcul de $\int_0^1 f(x) dx$

$$\begin{aligned} \int_0^1 f(x) dx &= \int_0^1 (6x^3 + 6x^2) dx = \left[\frac{6x^4}{4} + \frac{6x^3}{3} \right]_0^1 = \left[\frac{3x^4}{2} + 2x^3 \right]_0^1 \\ &= \frac{3}{2} + 2 - 0 = \frac{3}{2} + \frac{4}{2} \end{aligned}$$

RÉPONSE

$$\int_0^1 f(x) dx = \frac{7}{2} = 3,5 \text{ u.a.}$$

Question 2 – Interprétation géométrique

RÉPONSE

Puisque f est **positive** sur $[0; 1]$, l'intégrale $\int_0^1 f(x) dx = \frac{7}{2}$ représente l'**aire** (en unité d'aire) du domaine \mathcal{D}_1 situé entre la courbe \mathcal{C}_2 (représentation graphique de f) et l'axe des abscisses, pour $x \in [0; 1]$.

Question 3 – Aire du domaine \mathcal{D}_3

Le rectangle $OABC$ a pour dimensions $1 \times 12 = 12 \text{ u.a.}$

Les trois domaines \mathcal{D}_1 , \mathcal{D}_2 et \mathcal{D}_3 partitionnent le rectangle :

$$\text{Aire}(\mathcal{D}_1) + \text{Aire}(\mathcal{D}_2) + \text{Aire}(\mathcal{D}_3) = 12$$

$$\text{Aire}(\mathcal{D}_3) = 12 - \text{Aire}(\mathcal{D}_1) - \text{Aire}(\mathcal{D}_2) = 12 - \frac{7}{2} - \frac{135}{32}$$

En réduisant au même dénominateur (ppcm(1, 2, 32) = 32) :

$$= \frac{384}{32} - \frac{112}{32} - \frac{135}{32} = \frac{384 - 112 - 135}{32} = \frac{137}{32}$$

RÉPONSE

$$\text{Aire}(\mathcal{D}_3) = \frac{137}{32} \approx 4,28 \text{ u.a.}$$

Partie II – Nombres complexes**Question 4 – Forme exponentielle de $z_1 = 1 - i\sqrt{3}$** **Module :**

$$|z_1| = \sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$$

Argument : la partie réelle est positive et la partie imaginaire est négative (z_1 dans le quatrième quadrant) :

$$\cos \theta = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \sin \theta = \frac{-\sqrt{3}}{2} \implies \theta = -\frac{\pi}{3}$$

RÉPONSE

$$z_1 = 2 e^{-i\frac{\pi}{3}}$$

Question 5 – Montrer que $Z = z_1^2 \times z_2$ est imaginaire purOn a $z_1 = 2 e^{-i\pi/3}$ et $z_2 = 4 e^{i\pi/6}$.**Calcul de z_1^2 :**

$$z_1^2 = (2 e^{-i\pi/3})^2 = 4 e^{-i\frac{2\pi}{3}}$$

Calcul de Z :

$$Z = z_1^2 \times z_2 = 4 e^{-i\frac{2\pi}{3}} \times 4 e^{i\frac{\pi}{6}} = 16 e^{i(-\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6})} = 16 e^{i(-\frac{4\pi+2\pi}{6})} = 16 e^{-i\frac{\pi}{2}}$$

Or $e^{-i\pi/2} = \cos(-\pi/2) + i \sin(-\pi/2) = 0 - i = -i$, donc :

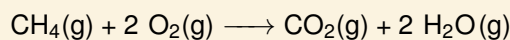
$$Z = 16 \times (-i) = -16i$$

RÉPONSE

$Z = -16i$ est de la forme bi avec $b = -16 \in \mathbb{R}^*$: Z est bien un **nombre imaginaire pur**. \square
(Son argument vaut $-\pi/2$ et son module vaut 16.)

Exercice 4 – Chaudière à condensation

Physique-Chimie – 6 pts

Question 1 – Équation de combustion du méthane**RÉPONSE**

Vérification : C : 1 = 1 ; H : 4 = 4 ; O : 4 = 4 + 2 × 1... attendre : 2 × 2 = 4 et 2 + 2 = 4 ✓

Question 2 – Quantité de matière de CH_4 pour 1,00 kg**RAPPEL DE COURS**

$$n = m/M$$

$$n(\text{CH}_4) = \frac{m}{M(\text{CH}_4)} = \frac{1,00 \times 10^3 \text{ g}}{16,0 \text{ g mol}^{-1}}$$

RÉPONSE

$$n(\text{CH}_4) = 62,5 \text{ mol}$$

Question 3 – Montrer que $m_{\text{eau}} = 2,25 \text{ kg}$

D'après l'équation : 1 mol de CH_4 produit 2 mol de H_2O

$$n(\text{H}_2\text{O}) = 2 \times n(\text{CH}_4) = 2 \times 62,5 = 125 \text{ mol}$$

$$m_{\text{eau}} = n(\text{H}_2\text{O}) \times M(\text{H}_2\text{O}) = 125 \times 18,0 = 2250 \text{ g}$$

RÉPONSE

$$m_{\text{eau}} = 2,25 \text{ kg} \quad \square$$

Question 4 – Énergie Q_v de refroidissement de la vapeur ($200^\circ\text{C} \rightarrow 100^\circ\text{C}$)**RAPPEL DE COURS**

$$Q = m \times C \times (\theta_f - \theta_i)$$

$$Q_v = m_{\text{eau}} \times C_v \times (\theta_f - \theta_i) = 2,25 \times 1,85 \times 10^3 \times (100 - 200) = 2,25 \times 1,85 \times 10^3 \times (-100)$$

RÉPONSE

$$Q_v = -4,16 \times 10^5 \text{ J}$$

(négatif : la vapeur **cède** de l'énergie en refroidissant)

Question 5 – Énergie Q_c de condensation**RAPPEL DE COURS**

$$Q_c = m \times L_c$$

$$Q_c = m_{\text{eau}} \times L_c = 2,25 \times (-2,26 \times 10^6)$$

RÉPONSE

$$Q_c = -5,085 \times 10^6 \text{ J} \approx -5,09 \times 10^6 \text{ J}$$

(négatif : la condensation **libère** de l'énergie)

Question 6 – Montrer que $Q_{\text{totale}} \approx -5,98 \times 10^6 \text{ J}$

$$\begin{aligned} Q_{\text{totale}} &= Q_v + Q_c + Q_{\text{eau}} = (-4,16 \times 10^5) + (-5,085 \times 10^6) + (-4,70 \times 10^5) \\ &= -0,416 \times 10^6 - 5,085 \times 10^6 - 0,470 \times 10^6 = -(0,416 + 5,085 + 0,470) \times 10^6 = -5,971 \times 10^6 \text{ J} \end{aligned}$$

RÉPONSE

$$Q_{\text{totale}} \approx -5,97 \times 10^6 \text{ J} \approx -5,98 \times 10^6 \text{ J} \quad \square$$

Question 7 – Gain d'énergie G en pourcentage**RAPPEL DE COURS**

$$G = \frac{|Q_{\text{totale}}|}{|Q_{\text{méthane}}|} \times 100$$

$$G = \frac{|Q_{\text{totale}}|}{|Q_{\text{méthane}}|} = \frac{5,98 \times 10^6}{5,00 \times 10^7} = \frac{5,98}{50,0} = 0,1196$$

RÉPONSE

$$G \approx 12,0\%$$

Question 8 – Discussion du gain par rapport aux annonces du constructeur**RÉPONSE**

Le gain calculé est $G \approx 12\%$.

Le constructeur annonce un gain de **10% à 30%** selon les conditions.

La valeur calculée de **12%** se situe **dans la fourchette basse** de l'annonce constructeur : elle est cohérente et valide le principe de la chaudière à condensation.

Les conditions réelles (température de retour d'eau, débit, humidité) influencent fortement le gain : plus l'eau de retour est froide (radiants basse température), plus la condensation est importante et plus le gain est élevé (pouvant atteindre 30%). Le gain de 12% calculé ici correspond à des conditions d'utilisation moins optimales (températures de sortie à 50°C).