

BAC STI2D · PC & MATHS · MÉTROPOLÉ – ANTILLES-GUYANE · 9 SEPTEMBRE 2025

Corrigé – Métropole Septembre 2025

3 heures · Calculatrice autorisée · 20 points

Exercice 1 – Une coulée comme Léon Marchand

Physique-Chimie & Maths – 4 pts

Partie 1

Question 1 – Nature du mouvement

Sur la figure 1, la vitesse du nageur **diminue** au fil du temps (la courbe est décroissante).

RÉPONSE

Le mouvement du nageur est **décéléré** (ou ralenti) : la vitesse décroît de $v_0 \approx 3,64 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ vers 0 au cours de la coulée.

Question 2 – Signe du travail de la traînée hydrodynamique

RAPPEL DE COURS

Le travail d'une force est positif si la force a une composante dans le sens du déplacement, et négatif si elle s'y oppose.

La force de traînée \vec{T} est **opposée** à la vitesse (et donc au déplacement).

RÉPONSE

Le travail de \vec{T} entre $t = 0$ et $t = 1,6 \text{ s}$ est **négatif** : la force de traînée freine le nageur et lui retire de l'énergie cinétique.

Question 3 – Énergie cinétique à $t = 0$ et $t = 1,6 \text{ s}$

RAPPEL DE COURS

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

Par lecture graphique : $v(0) = 3,64 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $v(1,6) \approx 1,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

RÉPONSE

$$E_c(0) = \frac{1}{2} \times 80 \times 3,64^2 = 40 \times 13,25 \approx 530 \text{ J}$$
$$E_c(1,6) = \frac{1}{2} \times 80 \times 1,4^2 = 40 \times 1,96 \approx 78 \text{ J}$$

Question 4 – Travail de la traînée hydrodynamique**RAPPEL DE COURS**

$\Delta E_c = \sum W(\vec{F})$; ici seule \vec{T} travaille.

$$W(\vec{T}) = \Delta E_c = E_c(1,6) - E_c(0) = 78 - 530$$

RÉPONSE

$$W(\vec{T}) \approx -452 \text{ J} \approx -450 \text{ J}$$

Le signe négatif confirme que la traînée retire de l'énergie au nageur.

Partie 2**Question 5 – Calcul de $f(0)$**

$$f(0) = 3,64 \ln(1 + 0) = 3,64 \ln(1) = 3,64 \times 0$$

RÉPONSE

$$f(0) = 0 \text{ m}$$

À $t = 0$ le nageur se trouve à la position de référence (début de la coulée).

Question 6 – Montrer que $a(t) = -\frac{3,64}{(1+t)^2}$

On dérive $v(t) = \frac{3,64}{1+t} = 3,64(1+t)^{-1}$:

$$a(t) = v'(t) = 3,64 \times (-1) \times (1+t)^{-2} \times \frac{d(1+t)}{dt} = 3,64 \times (-1) \times (1+t)^{-2} \times 1$$

RÉPONSE

$$a(t) = -\frac{3,64}{(1+t)^2} \quad \square$$

Question 7 – Interprétation du signe de a **RÉPONSE**

Pour tout $t \geq 0$: $(1+t)^2 > 0$, donc $a(t) < 0$.

L'accélération est **négative**, c'est-à-dire orientée en sens contraire au mouvement : le nageur **ralentit**.

Cela est cohérent avec la courbe de la figure 1 où $v(t)$ est strictement **décroissante**.

Question 8 – Compatibilité avec une traînée $\propto v^2$ **RAPPEL DE COURS**

Principe fondamental de la dynamique (seule force : traînée) : $\vec{T} = m \vec{a}$, soit en norme $T = m |a(t)|$.

$$T = m |a(t)| = 80 \times \frac{3,64}{(1+t)^2}$$

On remarque que $v(t) = \frac{3,64}{1+t}$, donc $v^2(t) = \frac{3,64^2}{(1+t)^2}$.

Ainsi :

$$T = \frac{80}{3,64} v^2(t) = k v^2(t) \quad \text{avec} \quad k = \frac{80}{3,64} \approx 22 \text{ kg m}^{-1}$$

RÉPONSE

La valeur de la traînée T est bien **proportionnelle au carré de la vitesse** ($T = k v^2$, k constante). La modélisation est compatible avec une loi de traînée quadratique, classique en mécanique des fluides.

Exercice 2 – Classe énergétique d'un logement

Physique-Chimie – 5 pts

Énergie consommée pour chauffer l'habitation

Question 1 – Résistance thermique des murs

RAPPEL DE COURS

$$R_{th} = \frac{e}{\lambda \times S}$$

$$R_{th,murs} = \frac{e}{\lambda_{\text{fibre}} \times S_{\text{murs}}} = \frac{0,200}{0,038 \times 90} = \frac{0,200}{3,42}$$

RÉPONSE

$$R_{th,murs} \approx 5,85 \times 10^{-2} \text{ KW}^{-1}$$

Question 2 – Flux thermique à travers les murs

RAPPEL DE COURS

$$\Phi = \Delta T / R_{th}, \text{ avec } \Delta T = T_{\text{int}} - T_{\text{ext}}$$

$$\Phi_{\text{murs}} = \frac{T_{\text{int}} - T_{\text{ext}}}{R_{th,murs}} = \frac{19 - 5}{5,85 \times 10^{-2}} = \frac{14}{5,85 \times 10^{-2}}$$

RÉPONSE

$$\Phi_{\text{murs}} \approx 239 \text{ W}$$

Question 3 – Montrer que $R_{th, \text{glob}} \approx 1,5 \times 10^{-2} \text{ KW}^{-1}$

Le flux thermique total perdu est $\Phi_{\text{total}} = 910 \text{ W}$ pour $\Delta T = 19 - 5 = 14 \text{ K}$.

$$R_{th, \text{glob}} = \frac{\Delta T}{\Phi_{\text{total}}} = \frac{14}{910} = 1,538 \times 10^{-2} \text{ KW}^{-1}$$

RÉPONSE

$$R_{th, \text{glob}} \approx 1,5 \times 10^{-2} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1} \quad \square$$

Question 4 – Énergie thermique pour maintenir le chauffage (180 jours)**RAPPEL DE COURS**

$E = \Phi \times \Delta t$. On convertit en heures : $180 \text{ j} \times 24 \text{ h/j} = 4320 \text{ h}$.

$$E_{\text{chauffage}} = \Phi_{\text{total}} \times \Delta t = 910 \text{ W} \times 4320 \text{ h}$$

RÉPONSE

$$E_{\text{chauffage}} = 3,93 \times 10^6 \text{ Wh} \approx 3,9 \times 10^6 \text{ Wh}$$

Énergie consommée pour chauffer l'eau chaude sanitaire**Question 5 – Montrer que $Q_{\text{eau}} \approx 2,2 \times 10^6 \text{ Wh}$**

Masse d'eau journalière : $m_j = \rho \times V = 1,00 \times 130 = 130 \text{ kg}$

Élévation de température : $\Delta\theta = 55 - 15 = 40 \text{ K}$

Énergie par jour :

$$Q_j = m_j \times c_{\text{eau}} \times \Delta\theta = 130 \times 4180 \times 40 = 2,174 \times 10^7 \text{ J}$$

Sur 365 jours, en Wh (1 Wh = 3600 J) :

$$Q_{\text{eau}} = \frac{2,174 \times 10^7 \times 365}{3600} = \frac{7,93 \times 10^9}{3600} = 2,20 \times 10^6 \text{ Wh}$$

RÉPONSE

$$Q_{\text{eau}} \approx 2,2 \times 10^6 \text{ Wh} \quad \square$$

Question 6 – Énergie thermique totale annuelle

$$E_{\text{total}} = E_{\text{chauffage}} + Q_{\text{eau}} = 3,9 \times 10^6 + 2,2 \times 10^6$$

RÉPONSE

$$E_{\text{total}} = 6,1 \times 10^6 \text{ Wh} \approx 6,0 \times 10^6 \text{ Wh} \quad \square$$

Apport de la pompe à chaleur**Question 7 – Énergie électrique de la PAC (COP = 4,0)****RAPPEL DE COURS**

$$\text{COP} = \frac{E_{\text{thermique fournie}}}{E_{\text{électrique consommée}} \Rightarrow E_{\text{élec}} = \frac{E_{\text{thermique}}}{\text{COP}}$$

$$E_{\text{élec}} = \frac{6,0 \times 10^6}{4,0}$$

RÉPONSE

$$E_{\text{élec}} = 1,5 \times 10^6 \text{ Wh} \quad \square$$

Question 8 – Classe énergétique avec la PAC

Consommation par m^2 de surface habitable :

$$\frac{E_{\text{élec}}}{S} = \frac{1,5 \times 10^6 \text{ Wh}}{80 \text{ m}^2} = 18\,750 \text{ Wh m}^{-2}/\text{an} = 18,75 \text{ kWh m}^{-2}/\text{an}$$

RÉPONSE

Avec $\approx 19 \text{ kWh} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{an}^{-1}$, le logement passe en **classe A** ($< 50 \text{ kWh m}^{-2}/\text{an}$).

Le logement était initialement en classe B ; la PAC **améliore la classe énergétique** en passant de B à A.

Question 9 – Autre solution d'amélioration**RÉPONSE**

Parmi d'autres solutions envisageables :

- **Amélioration de l'isolation thermique** : remplacement des fenêtres par du double ou triple vitrage, isolation de la toiture (combles perdus) ou du plancher.
- **Panneaux solaires thermiques** : préchauffage de l'eau chaude sanitaire par l'énergie solaire, réduisant la consommation électrique.
- **Panneaux photovoltaïques** : production d'électricité pour couvrir une partie des besoins du logement.

Exercice 3 – Mathématiques

(4 pts)

Question 1 – QCM : étude de $f(x) = e^{-0,016x} - 2$

Analysons chaque proposition :

- **A** : $f(0) = e^0 - 2 = 1 - 2 = -1 \neq -2 \rightarrow$ **Faux**
- **B** : $f'(x) = -0,016 e^{-0,016x} \neq e^{-0,016x} \rightarrow$ **Faux**
- **C** : $f'(x) = -0,016 e^{-0,016x} < 0$ pour tout $x \rightarrow f$ est décroissante, pas croissante \rightarrow **Faux**
- **D** : $f'(x) < 0$ pour tout $x \in \mathbb{R} \rightarrow f$ est **décroissante sur \mathbb{R}** \rightarrow **Vrai**

RÉPONSE

La bonne réponse est **D**.

$f'(x) = -0,016 e^{-0,016x} < 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$; la fonction f est donc **strictement décroissante sur \mathbb{R}** .

Question 2 – Valeur moyenne de $f(x) = 30/(2+x)$ sur $[5; 15]$ **RAPPEL DE COURS**

Valeur moyenne : $\bar{f} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$

$$\bar{f} = \frac{1}{15-5} \int_5^{15} \frac{30}{2+x} dx = \frac{1}{10} [30 \ln(2+x)]_5^{15} = \frac{30}{10} [\ln(17) - \ln(7)] = 3 \ln\left(\frac{17}{7}\right)$$

$$\bar{f} = 3 \ln(2,4286) \approx 3 \times 0,887 = 2,66$$

RÉPONSE

$\bar{f} \approx 2,66 < 3$.

Non, la valeur moyenne de f sur $[5; 15]$ est **inférieure à 3**.

Question 3 – Équation différentielle du café

On résout $y' = -0,08y + 1,84$ avec $f(0) = 83^\circ\text{C}$.

Solution particulière constante $y_p = k$:

$$0 = -0,08k + 1,84 \implies k = \frac{1,84}{0,08} = 23$$

Solution homogène : $y_h = Ce^{-0,08t}$

Solution générale : $f(t) = Ce^{-0,08t} + 23$

Condition initiale $f(0) = 83$:

$$C + 23 = 83 \implies C = 60$$

RÉPONSE

$$f(t) = 60 e^{-0,08t} + 23$$

Question 4 – Temps pour que la température atteigne 44 °C

On résout $f(t) \leq 44$ avec $f(t) = 60 e^{-0,08t} + 23$:

$$60 e^{-0,08t} + 23 \leq 44 \implies 60 e^{-0,08t} \leq 21 \implies e^{-0,08t} \leq \frac{21}{60} = 0,35$$

$$-0,08t \leq \ln(0,35) \implies t \geq \frac{-\ln(0,35)}{0,08} = \frac{1,0498}{0,08} \approx 13,1 \text{ min}$$

Vérification :

$$- f(13) = 60 e^{-1,04} + 23 \approx 60 \times 0,354 + 23 = 44,2^\circ\text{C} > 44^\circ\text{C}$$

$$- f(14) = 60 e^{-1,12} + 23 \approx 60 \times 0,326 + 23 = 42,6^\circ\text{C} < 44^\circ\text{C}$$

RÉPONSE

La température du café sera inférieure ou égale à 44°C au bout de **14 minutes**.

Exercice 4 – Puissance d'une installation

Physique-Chimie – 7 pts

Partie 1 – Moteur d'un lave-linge**Question 1 – Connexion des appareils de mesure****RÉPONSE**

On recopie le schéma du document 1 en ajoutant :

- un **ampèremètre (A) en série** dans le circuit (pour mesurer l'intensité $i(t)$) ;
- un **voltmètre (V) en parallèle** aux bornes du moteur (pour mesurer la tension $u(t)$).

Question 2 – Fréquence de la tension $u(t)$ **MÉTHODE**

On repère deux passages successifs par zéro dans le même sens (ou deux maxima consécutifs) sur la courbe de $u(t)$ pour mesurer la période T .

Sur la figure 1, une période T correspond à la durée entre deux maxima consécutifs. Par lecture graphique : $T = 0,020\text{s}$.

RÉPONSE

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,020} = 50 \text{ Hz}$$

La fréquence est de **50 Hz**, fréquence du réseau électrique français.

Question 3 – Amplitudes et valeurs efficaces

Par lecture graphique sur la figure 1 :

- Tension : $U_{max} \approx 15 \text{ V}$
- Intensité : $I_{max} \approx 0,36 \text{ A}$

$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{15}{\sqrt{2}} \approx 10,6 \text{ V} \quad I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{0,36}{\sqrt{2}} \approx 0,255 \text{ A}$$

RÉPONSE

$$U_{max} = 15 \text{ V}, \quad U_{eff} \approx 10,6 \text{ V}$$

$$I_{max} = 0,36 \text{ A}, \quad I_{eff} \approx 0,255 \text{ A}$$

Question 4 – Montrer que $S \approx 2,7 \text{ VA}$

RAPPEL DE COURS

$$S = U_{eff} \times I_{eff}$$

$$S = 10,6 \times 0,255 = 2,70 \text{ VA}$$

RÉPONSE

$$S \approx 2,7 \text{ VA} \quad \square$$

Question 5 – Facteur de puissance k

RAPPEL DE COURS

$$k = P/S$$

$$k = \frac{P}{S} = \frac{1,93}{2,70}$$

RÉPONSE

$$k \approx 0,71$$

Question 6 – Respect de l'obligation EDF ($k \geq 0,93$)

RÉPONSE

Le facteur de puissance calculé est $k \approx 0,71 < 0,93$.

Le moteur **ne respecte pas** l'obligation imposée par EDF. Il consomme une puissance réactive importante par rapport à la puissance active, ce qui génère des pertes dans les lignes de transport électrique.

Partie 2 – Consommation d'eau du lave-linge

Question 7 – Énergie de la phase de chauffage**MÉTHODE**

L'énergie est l'aire sous la courbe $P = f(t)$ pendant la phase de chauffage. Sur la figure 2, la phase de chauffage correspond à $P \approx 2000 \text{ W}$ sur une durée $\Delta t \approx 300 \text{ s}$ (lue graphiquement).

$$E = P \times \Delta t = 2000 \times 300 = 600\,000 \text{ J}$$

RÉPONSE

$$E = 6,0 \times 10^5 \text{ J} \quad \square$$

Question 8 – Masse d'eau chauffée**RAPPEL DE COURS**

$E = m \times c_{\text{eau}} \times \Delta\theta$, donc $m = E / (c_{\text{eau}} \times \Delta\theta)$

$$m = \frac{6,0 \times 10^5}{4180 \times (30 - 20)} = \frac{6,0 \times 10^5}{4180 \times 10} = \frac{6,0 \times 10^5}{41\,800}$$

RÉPONSE

$$m \approx 14,4 \text{ kg}$$

Question 9 – Volume total d'eau d'un cycle

Un cycle complet comporte 2 lavages et 2 rinçages, chacun utilisant 14,4 kg d'eau ($\rho = 1 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1}$ donc $m = V$) :

$$V_{\text{total}} = 4 \times 14,4 \text{ L} = 57,6 \text{ L}$$

RÉPONSE

$V_{\text{total}} \approx 57,6 \text{ L}$.

Comparaison : le constructeur indique 52 L. La valeur obtenue par le calcul est légèrement supérieure ($\approx +10\%$), ce qui peut s'expliquer par des incertitudes de lecture du graphique ou par un cycle de test différent de celui du constructeur.

Partie 3 – Détartrage et économie d'énergie**Question 10 – Masse de HCl nécessaire et comparaison**

Quantité de matière de tartre :

$$n(\text{CaCO}_3) = \frac{m}{M} = \frac{25,0}{100,1} \approx 0,250 \text{ mol}$$

D'après l'équation : $\text{CaCO}_3 + 2 \text{HCl} \longrightarrow \text{CaCl}_2 + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2$

$$n(\text{HCl}) = 2 \times n(\text{CaCO}_3) = 2 \times 0,250 = 0,500 \text{ mol}$$

Masse de HCl nécessaire :

$$m(\text{HCl}) = n \times M = 0,500 \times 36,5 = 18,25 \text{ g} \approx 18,2 \text{ g}$$

HCl contenu dans 100 mL de solution commerciale :

$$m_{\text{commercial}} = c_m \times V = 23,0 \text{ g L}^{-1} \times 0,100 \text{ L} = 2,30 \text{ g}$$

RÉPONSE

La masse de HCl nécessaire est $\approx 18,2$ g.

Comparaison : 100 mL de solution commerciale ne contiennent que 2,30 g de HCl. Cette quantité est **largement insuffisante** (≈ 8 fois moins que nécessaire). Il faudrait utiliser environ $18,2/2,30 \approx 790$ mL de solution commerciale pour dissoudre tout le tartre.

Question 11 – Économie d'énergie grâce au détartrage

Sans tartre : $E_0 = 2,0$ kWh par cycle.

Avec tartre (+20%) : $E_{\text{tartre}} = 2,0 \times 1,20 = 2,4$ kWh par cycle.

Surconsommation par cycle : $\Delta E = 2,4 - 2,0 = 0,4$ kWh

Économie sur 100 cycles :

$$E_{\text{éco}} = 100 \times 0,4 = 40 \text{ kWh}$$

Économie financière :

$$\text{Gain} = 40 \text{ kWh} \times 0,25 \text{ €/kWh} = 10$$

RÉPONSE

L'énergie économisée par le détartrage sur 100 cycles est **40 kWh**, soit une économie de **10 €**.

Question 12 – Avantages du détartrage régulier**RÉPONSE****Avantages économiques :**

- Réduction de la consommation électrique (économie d'environ 10 € par 100 cycles, soit plusieurs dizaines d'euros par an).
- Prolongation de la durée de vie de la machine (moins de pannes liées à la surchauffe des résistances), réduisant les coûts de réparation ou de remplacement.

Avantages environnementaux :

- Réduction de la consommation d'énergie électrique \rightarrow moindres émissions de CO_2 associées à la production d'électricité.
- Allongement de la durée de vie des appareils \rightarrow réduction des déchets électroniques et des ressources nécessaires à la fabrication de nouveaux appareils (cuivre, plastiques, etc.).