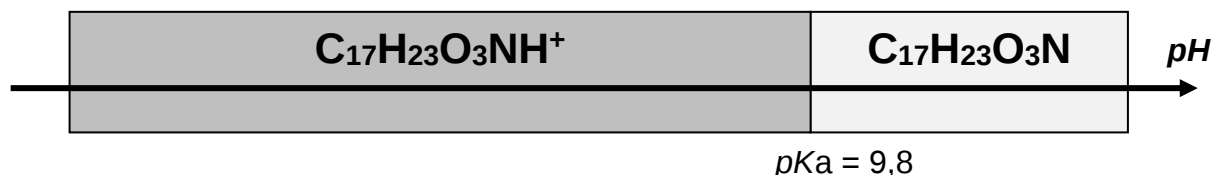


1. Étude des ampoules pharmacologiques d'atropine.

formule brute de l'atropine : $C_{17}H_{23}O_3N$;

- couple acide-base de l'atropine : $C_{17}H_{23}O_3NH^+ / C_{17}H_{23}O_3N$;
- valeur du pK_a du couple : 9,8.

Q1. Construire le diagramme de prédominance du couple acide/base de l'atropine.



En milieu hospitalier, on utilise des ampoules contenant du sulfate d'atropine, une solution limpide et incolore injectable par voie intraveineuse ou intra musculaire à une concentration en masse d'atropine $C_{mA} = 25 \text{ mg.L}^{-1}$. Elle est conditionnée en ampoule de volume $V_A = 20 \text{ mL}$ possédant un pH stabilisé aux alentours de 4,0.

Q2. Préciser sous quelle forme acide ou basique est présente l'atropine dans l'ampoule.

Le pH de 4,0 est inférieur au pK_a donc la forme acide prédomine sur la forme base.

Données :

- masse molaire moléculaire de l'atropine $M_A = 289,4 \text{ g.mol}^{-1}$;
- concentration standard $c^\circ = 1,0 \text{ mol.L}^{-1}$.

Q3. Calculer la concentration en quantité de matière des ions oxonium $[H_3O^+]$ de la solution contenue dans l'ampoule.

$$[H_3O^+] = 10^{-pH}$$

$$[H_3O^+] = 10^{-4,0} = 1,0 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

Q4. Calculer la concentration en quantité de matière C_A d'atropine présente dans l'ampoule. Vérifier que la quantité de matière n_A d'atropine dans l'ampoule est voisine de $n_A = 1,7 \times 10^{-6} \text{ mol}$.

$$C_m = \frac{m}{V} = \frac{n.M}{V} = C.M \text{ donc } C = \frac{C_m}{M}$$

$$C_A = \frac{C_{mA}}{M_A}$$

$$C_A = \frac{25 \times 10^{-3} \text{ g.L}^{-1}}{289,4 \text{ g.mol}^{-1}} = 8,6 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$n_A = C_A.V_A$$

$$n_A = 8,6 \times 10^{-5} \times 20 \times 10^{-3} = 1,7 \times 10^{-6} \text{ mol}$$

$$\frac{25E-3}{289.4} = 8.638562543E-5$$

$$Rep*20E-3 = 1.727712509E-6$$

On trouve également des ampoules de concentration en quantité de matière $C_B = 1,7 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$.

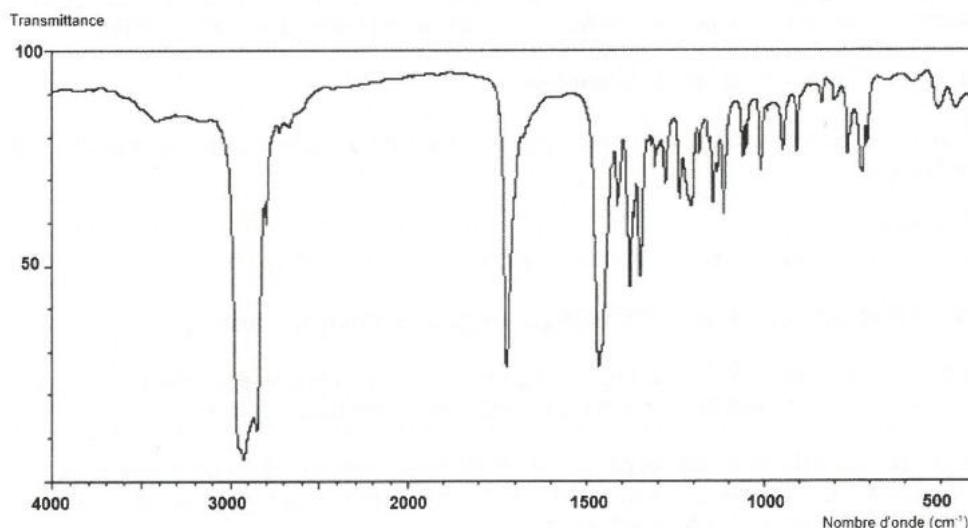
Q5. Calculer le volume V_B de cette ampoule pour que la quantité de matière n_B en atropine soit égale à la quantité de matière n_A déterminée en question Q4.

$$n_B = n_A$$

$$C_B \cdot V_B = n_A \text{ donc } V_B = \frac{n_A}{C_B}$$

$$V_B = \frac{1,7 \times 10^{-6} \text{ mol}}{1,7 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}} = 1,0 \times 10^{-3} \text{ L} = 1,0 \text{ mL}$$

2. Étude de l'extraction de l'atropine.



https://www.chemicalbook.com/SpectrumEN_532-24-1_IR2.htm/
Figure 1. Spectre infrarouge de la substance testée.

Données :

➤ informations sur les molécules :

Acide tropique $C_9H_{10}O_3$	Tropanol $C_8H_{15}ON$	Tropinone $C_8H_{13}ON$	Atropine $C_{17}H_{23}O_3N$

➤ tables de données spectroscopiques dans l'infrarouge :

Liaison	Nombre d'onde (cm^{-1})	Intensité
O-H alcool libre	3500-3700	Forte, fine
O-H alcool lié	3200-3400	Forte, large
C-H alcane	2800-3000	Forte, multiple
C=O amide	1650-1740	Forte
C=O aldéhyde et cétone	1650-1730	Forte, fine
C=O acide	1680-1710	Forte

Q6. Identifier, parmi les quatre molécules citées dans les données ci-dessus, celle qui est compatible avec le spectre infrarouge de la figure 1.

En raison de l'absence de pic correspondant aux liaisons O-H, on retient la seule molécule qui ne contient pas ces liaisons donc la tropinone. De plus le spectre contient un pic de forte intensité de nombre d'onde proche de 1700 cm^{-1} en accord avec la présence d'un liaison C=O d'une cétone ($1650-1730 \text{ cm}^{-1}$) présente dans la tropinone.

Q7. L'identification des substances peut faire appel à la chromatographie sur couche mince (CCM) sur plaque de gel de silice. Décrire le protocole expérimental général associé à cette technique d'identification. Répondre en dix lignes au maximum.

Sur une plaque de CCM, orientée en mode portrait, on trace une fine ligne horizontale à environ 1 cm du bas.

Sur cette ligne, on dépose avec un capillaire une petite goutte du produit à tester et à côté une goutte de l'espèce chimique pure recherchée.

On dépose la plaque verticalement dans une cuve à chromatographie qui contient un fond de liquide appelé éluant. On bouche avec un couvercle.

L'éluant monte par capillarité le long de la plaque et il entraîne plus ou moins les molécules selon leur affinité avec l'éluant et avec la silice.

Si le produit montre une tache à la même hauteur que l'espèce chimique pure alors celle-ci est présente dans le produit. S'il y a une seule tache alors le produit est pur.

3. Étude de la synthèse de l'atropine.

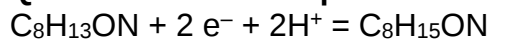
Dans la plante, la tropinone est réduite en tropanol à l'aide d'une enzyme TRI dite réductase.

Donnée :

➤ couple d'oxydoréduction tropanol-tropinone : $C_8H_{13}ON / C_8H_{15}ON$.

Remarque : le couple est en réalité le couple tropinone/tropanol

Q8. Écrire la demi-équation électronique du couple tropinone-tropanol.



tropinone

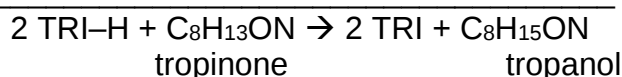
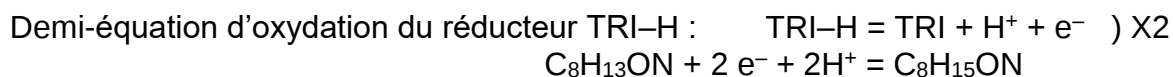
tropanol

Q9. En notant TRI/TRI-H le couple d'oxydoréduction de l'enzyme, établir l'équation de la réaction modélisant la transformation entre l'enzyme et la tropinone.

L'oxydant tropinone $C_8H_{13}ON$ subit une réduction par l'enzyme réductase, mais le sujet donne le couple Ox/Réd TRI / TRI-H qui montre que TRI serait un oxydant.

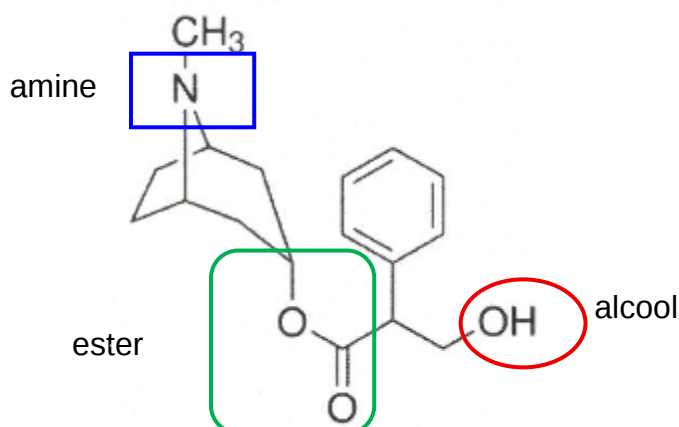
On ne fait pas réagir deux oxydants ensemble.

On fait l'hypothèse que la réduction a lieu grâce à TRI-H.



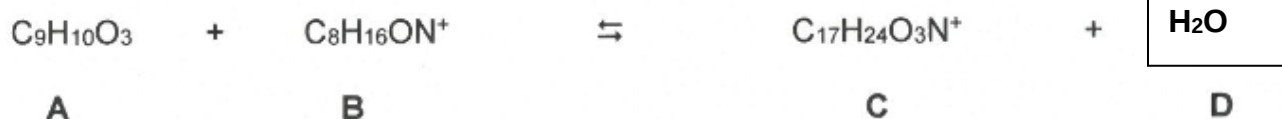
Les quantités de tropanol, tropinone et d'atropine présentes lors de l'extraction sont trop faibles. L'industrie pharmaceutique se tourne alors vers la synthèse de la molécule afin de produire de plus gros volumes.

Q10. Sur le document réponse À RENDRE AVEC LA COPIE, identifier en les entourant et nommer les trois familles fonctionnelles présentes dans la molécule d'atropine.



La synthèse résulte de la réaction entre l'acide tropique et le tropanol pour donner l'atropine. Pour accélérer la transformation, l'ensemble est chauffé après l'ajout de quelques gouttes d'une solution aqueuse d'acide sulfurique ($2\text{H}^+(\text{aq})$, $\text{SO}_4^{2-}(\text{aq})$).

Q11. Compléter, sur le document réponse À RENDRE AVEC LA COPIE, l'équation de réaction modélisant la synthèse proposée.



En utilisant la conservation de la matière, on trouve que du côté des produits, il manque 2 H et 1 O, donc D est de l'eau H_2O .

Q12. Le montage de synthèse repose sur un montage à reflux. Citer deux intérêts de ce dispositif expérimental.

En augmentant la température qui est un facteur cinétique, la transformation est plus rapide. De plus le réfrigérant à boules évite les pertes de matière en condensant les gaz qui ainsi refluent sous forme liquide dans le ballon.

Q13. Indiquer le rôle de l'acide sulfurique ($2\text{H}^+(\text{aq})$, $\text{SO}_4^{2-}(\text{aq})$) dans le milieu réactionnel.

L'acide sulfurique n'apparaît pas dans l'équation de la réaction modélisant la synthèse. C'est sans doute un catalyseur qui est régénéré en fin de transformation.

Le catalyseur permet d'augmenter la vitesse de la réaction.

On notera n_A , n_B , n_C et n_D les quantités de matières à l'équilibre des espèces chimiques intervenant dans la transformation représentée dans le document réponse.

Q14. Donner l'expression littérale de la constante d'équilibre notée K , à l'aide des quantités de matière à l'équilibre n_A , n_B , n_C et n_D .

Remarque : L'eau n'est pas le solvant et doit alors apparaître dans la constante.

$$K = \frac{\frac{[\text{C}_{17}\text{H}_{24}\text{O}_3\text{N}^+]_{\text{éq}}}{C^0} \cdot \frac{[\text{H}_2\text{O}]_{\text{éq}}}{C^0}}{\frac{[\text{C}_9\text{H}_{10}\text{O}_3]_{\text{éq}}}{C^0} \cdot \frac{[\text{C}_8\text{H}_{16}\text{ON}^+]_{\text{éq}}}{C^0}} = \frac{[\text{C}_{17}\text{H}_{24}\text{O}_3\text{N}^+]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_2\text{O}]_{\text{éq}}}{[\text{C}_9\text{H}_{10}\text{O}_3]_{\text{éq}} \cdot [\text{C}_8\text{H}_{16}\text{ON}^+]_{\text{éq}}} = \frac{\frac{n_C}{V} \cdot \frac{n_D}{V}}{\frac{n_A}{V} \cdot \frac{n_B}{V}} = \frac{n_C \cdot n_D}{n_A \cdot n_B}$$

Pour améliorer le dispositif expérimental, on utilise une verrerie spécifique dite de Dean-Stark qui élimine progressivement l'eau du reste du milieu réactionnel.

Q15. Justifier à l'aide du quotient de réaction Q_r l'effet de l'utilisation de cette verrerie sur le déplacement d'équilibre.

Le dispositif Dean-Stark permet d'éliminer l'eau du milieu réactionnel au fur et à mesure de sa formation. Ainsi la quantité de matière d'eau n_D reste nulle et donc le quotient de réaction est toujours nul et toujours inférieur à K .

L'équilibre est déplacé dans le sens direct.

La réaction entre les produits (eau et atropine) étant impossible.

Si vous pensez avoir repéré une erreur, merci de nous la signaler à labolycee@labolycee.org

1. Échographie Doppler.

Un émetteur-récepteur ultrasonore permet d'étudier les vaisseaux sanguins. Les ondes émises sont partiellement réfléchies par les tissus mous environnants, mais également par les globules rouges présents dans l'écoulement de sang. Lorsque l'écoulement sanguin est visé, un décalage entre la fréquence émise f_E et celle reçue par l'appareil f_R est observé. La différence de fréquence $\Delta f = f_R - f_E$ ou décalage Doppler permet de mesurer la vitesse du flux sanguin et d'obtenir ainsi des informations essentielles pour le diagnostic médical.

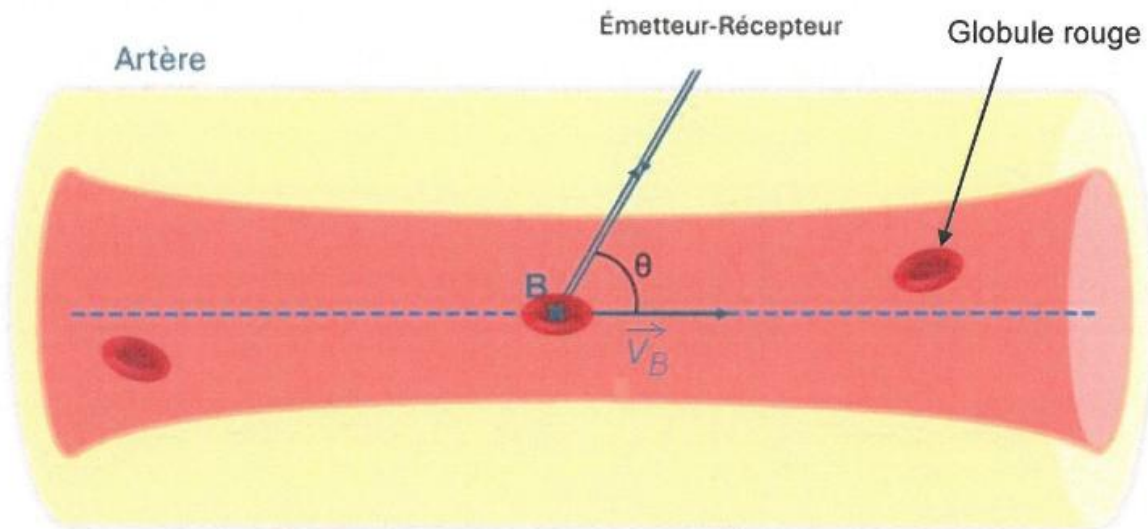


Figure 1. Mesure d'un décalage Doppler dans un écoulement sanguin.

Q1. Expliquer pourquoi on observe un décalage de fréquence lorsqu'un écoulement sanguin est visé.

L'écoulement sanguin contient des globules rouges qui reçoivent l'onde ultrasonore de l'émetteur.

Les globules vont réfléchir l'onde reçue, cette onde réfléchie est donc émise par un globule en mouvement par rapport à l'émetteur-récepteur alors il se produit l'effet Doppler.

Q2. À l'aide de vos connaissances, justifier que le décalage doppler Δf est positif dans la situation de la figure 1.

$$\Delta f = f_R - f_E > 0 \text{ donc } f_R > f_E.$$

La fréquence reçue est supérieure à celle émise car le globule se rapproche de l'émetteur-récepteur.

Remarque : avoir en tête le son plus aigu d'une ambulance lorsqu'elle se rapproche de vous.

Données :

- fréquence de l'onde émise $f_E = 5,0 \text{ MHz}$ ($1 \text{ MHz} = 10^6 \text{ Hz}$) ;
- célérité de l'onde ultrasonore dans les milieux considérés : $c = 1,5 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;
- expression du décalage Doppler en fonction de la valeur de la vitesse v de l'écoulement, de la célérité c de l'onde, de la fréquence émise par l'émetteur f_E ainsi que de l'angle θ défini sur la figure 1 :

$$\Delta f = 2f_E \cdot \cos \theta \cdot \frac{v}{c}$$

Après une échographie de la zone sténosée d'une artère, le décalage Doppler mesuré vaut $\Delta f = 7,0 \text{ kHz}$ pour un angle $\theta = 60^\circ$.

Q3. Vérifier que la valeur de la vitesse v_B de l'écoulement au sein de la sténose vaut approximativement $v_B = 2,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

$$\Delta f = 2f_E \cdot \cos \theta \cdot \frac{v}{c}$$

$$v_B = \frac{\Delta f \cdot c}{2f_E \cdot \cos \theta}$$

$$v_B = \frac{7,0 \times 10^3 \times 1,5 \times 10^3}{2 \times 5,0 \times 10^6 \times \cos 60^\circ} = 2,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

2. Modélisation de l'écoulement du sang dans une artère sténosée.

On représente la situation d'étude dans un cas simple où le fluide traverse d'abord une section S_A puis, au niveau du rétrécissement, une section S_B . On modélisera la situation dans le cadre d'un écoulement de sang incompressible et en régime permanent.

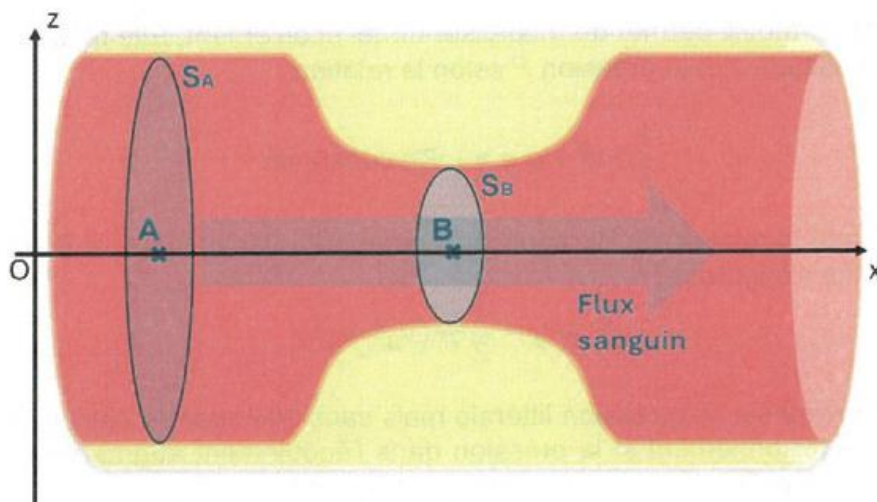


Figure 2. Schéma d'une artère sténosée.

Données :

- le débit volumique D_v est défini en fonction de la vitesse de l'écoulement v et de la section S tel que : $D_v = v \cdot S$;
- section d'une artère carotidienne avant rétrécissement : $S_A = 1,9 \times 10^{-5} \text{ m}^2$;
- débit volumique dans une artère carotidienne : $D_v = 1,1 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

Q4. À l'aide des données, calculer la vitesse v_A de l'écoulement au point A.

$$D_V = S_A \cdot v_A$$

$$\text{donc } v_A = \frac{D_V}{S_A}$$

$$v_A = \frac{1,1 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}}{1,9 \times 10^{-5} \text{ m}^2} = 0,58 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\frac{1.1}{1.9}$$

$$5.789473684 \text{E} -1$$

Les différents stades de rétrécissement peuvent être identifiés en comparant la section de l'artère dans la sténose S_B et en dehors de la sténose S_A comme dans le tableau 1.

Stade de sténose	Rapport d'ouverture $\frac{S_B}{S_A}$	Mesures médicales préconisées
Légère	$\frac{S_B}{S_A} > 0,36$	Contrôles réguliers Alimentation saine et arrêt du tabac Exercice physique
Modérée	$0,16 < \frac{S_B}{S_A} < 0,36$	Sans symptôme : traitement médical Avec symptômes : traitement chirurgical
Sévère	$\frac{S_B}{S_A} < 0,16$	Chirurgie nécessaire Risque élevé d'AVC

Tableau 1. Tableau regroupant les stades de sténose et les mesures indiquées.

Donnée :

➤ vitesse de l'écoulement au sein du rétrécissement : $v_B = 2,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Q5. En considérant le débit volumique D_V conservé entre les points A et B, déterminer à l'aide des données la valeur du rapport $\frac{S_B}{S_A}$ de l'artère au sein de la sténose. Indiquer les

mesures médicales préconisées.

$$D_V = S_A \cdot v_A = S_B \cdot v_B$$

$$\frac{S_B}{S_A} = \frac{v_A}{v_B}$$

$$\frac{S_B}{S_A} = \frac{0,58}{2,1} = 0,28$$

$$\text{Rep}/2.1$$

$$5.789473684 \text{E} -1$$

$$2.756892231 \text{E} -1$$

Le rapport est compris entre 0,16 et 0,36, le tableau 1 indique alors que selon la présence de symptôme ou non, il faut soit un traitement médical soit un traitement chirurgical.

La relation de Bernoulli permet de modéliser un tel écoulement. Elle relie la valeur de la vitesse v , l'altitude z et la pression P selon la relation :

$$\frac{1}{2}\rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot z + P = \text{constante}$$

Q6. Montrer que la relation de Bernoulli appliquée entre les points A et B représentés en figure 2 peut s'exprimer : $P_A - P_B = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_B^2 - v_A^2)$.

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_A^2 + \rho \cdot g \cdot z_A + P_A = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_B^2 + \rho \cdot g \cdot z_B + P_B$$

Les points A et B sont à la même altitude alors

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_A^2 + P_A = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_B^2 + P_B$$

$$P_A - P_B = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_A^2$$

$$P_A - P_B = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_B^2 - v_A^2)$$

Q7. En s'appuyant sur l'expression littérale mais sans effectuer de calcul, préciser en justifiant votre raisonnement si la pression dans l'écoulement augmente ou diminue entre les points A et B.

On a $v_B = 2,1 \text{ m.s}^{-1} > v_A = 0,58 \text{ m.s}^{-1}$, donc $P_A - P_B > 0$ ou encore $P_A > P_B$.

La pression diminue dans l'écoulement. C'est conforme à l'effet Venturi.

Donnée :

➤ masse volumique du sang humain : $\rho = 1,1 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$.

Q8. À l'aide des données, calculer la valeur de la différence de pression $P_A - P_B$.

$$P_A - P_B = \frac{1}{2} \times 1,1 \times 10^3 \times (2,1^2 - 0,58^2) = 2,2 \times 10^3 \text{ Pa}$$

Merci de nous signaler d'éventuelles erreurs à labolycee@labolycee.org

Q1. Montrer que la valeur de la force de frottements $\vec{f}$ est très petite devant la valeur du poids $\vec{P}$ agissant sur la sphère métallique.

$$P = m \cdot g$$

$$P = 4,00 \times 9,81 = 39,2 \text{ N}$$

$$4 \times 9,81$$

$$3.924 \text{E}1$$

$$f = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_x \cdot S \cdot v^2 \text{ où l'on considère la vitesse maximale ainsi } f \text{ est la plus élevée possible.}$$

$$f = \frac{1}{2} \times 1,29 \times 0,51 \times 7,62 \times 10^{-3} \times 14^2 = 0,49 \text{ N}$$

$$0.5 \times 1.29 \times 0.51 \times 7.62 \text{E} -3 \times 14^2$$

$$4.91293404 \text{E} -1$$

$$3.924 \text{E}1 / 4.91293404 \text{E} -1$$

$$7.987080567 \text{E}1$$

$$\frac{P}{f} = 80 \text{ ou } P = 80 f$$

Ce qui confirme que la force de frottement de l'air est négligeable face au poids.

Q2. Montrer que les équations horaires du mouvement de la sphère métallique dès

l'instant où cette dernière est abandonnée en A sont : $\overrightarrow{OG} \begin{cases} x(t) = (v_0 \cdot \cos \alpha) \cdot t \\ z(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + (v_0 \cdot \sin \alpha) \cdot t + h \end{cases}$

Système {sphère métallique} de masse m et de centre de masse M .

Référentiel terrestre supposé galiléen.

Repère d'étude (Oxz).

Dans le cas d'une chute libre, la sphère métallique n'est soumise qu'à son poids $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{P} = m \cdot \vec{a}$ soit $m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}$ donc $\vec{a} = \vec{g}$.

En projection selon les axes Ox et Oz du repère choisi et compte tenu du sens du vecteur $\vec{g}$, il vient :

$$\vec{a}(t) \begin{cases} a_x(t) = g_x = 0 \\ a_z(t) = g_z = -g \end{cases}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \text{ donc } a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} \quad \text{et} \quad a_z(t) = \frac{dv_z(t)}{dt}$$

$$\text{Ainsi en primitivant on obtient } \vec{v} \begin{cases} v_x(t) = Cte_1 \\ v_z(t) = -g \cdot t + Cte_2 \end{cases}$$

On détermine les constantes avec les conditions initiales.

$$\text{Coordonnées du vecteur vitesse initiale } \vec{v}_0 : \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_{0z} = v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

Compte tenu du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0 = \vec{v}(t=0)$ on a :

$$v_0 \cdot \cos \alpha = Cte_1$$

$$v_0 \cdot \sin \alpha = 0 + Cte_2$$

$$\text{Finalement : } \vec{v} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_z(t) = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

À chaque instant $\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt}$ donc $v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ et $v_z(t) = \frac{dz(t)}{dt}$

En primitivant on obtient $\vec{OG} \begin{cases} x(t) = (v_0 \cdot \cos \alpha) \cdot t + Cte_3 \\ z(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + (v_0 \cdot \sin \alpha) \cdot t + Cte_4 \end{cases}$

Conditions initiales, à $t = 0$ s, la sphère est au point A de coordonnées ($x(0) = 0$; $z(0) = h$) donc :

$$0 + Cte_3 = 0$$

$$0 + 0 + Cte_4 = h$$

Finalement, on obtient les équations horaires $\vec{OG} \begin{cases} x(t) = (v_0 \cdot \cos \alpha) \cdot t \\ z(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + (v_0 \cdot \sin \alpha) \cdot t + h \end{cases}$

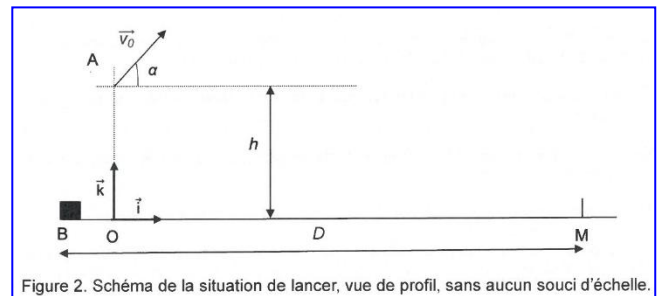
Q3. Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{k})$, montrer que l'expression littérale de l'équation de la trajectoire du centre de masse de la sphère métallique est :

$$z(x) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} + x \cdot \tan \alpha + h.$$

$$t = \frac{x(t)}{v_0 \cdot \cos(\alpha)}$$

$$z(x) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} \right)^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} + h$$

$$z(x) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} + x \cdot \tan \alpha + h$$



Q4. Montrer, en utilisant les données et le schéma de la figure 2, que l'abscisse x_M du point de chute M vaut $x_M = 18,32$ m.

D'après la figure 2, $D = BO + OM$ où $OM = x_M$

donc $OM = x_M = D - BO$

$$x_M = 18,62 - 0,30 = 18,32 \text{ m}$$

Pour la suite de l'exercice, on admettra que la valeur de la vitesse initiale est égale à $v_0 = 12,8 \text{ m.s}^{-1}$.

Q5. Vérifier que la valeur de la durée t_M du déplacement de la sphère métallique entre A et M est d'environ 2 s.

$$x(t) = x_M = (v_0 \cdot \cos \alpha) \cdot t$$

$$\text{donc } t = \frac{x_M}{v_0 \cdot \cos \alpha}$$

$$t = \frac{18,32}{12,8 \times \cos 45^\circ} = 2,02 \text{ s}$$

$\frac{18.32}{12.8 * \cos(45)} = 2.024093161 \text{ E0}$
--

On retrouve bien la durée de 2 s.

Q6. En déduire la valeur v_M de la vitesse au moment du contact avec le sol.

On a établi précédemment que $\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_z(t) = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$

$$v_M = \sqrt{v_x^2(t_M) + v_z^2(t_M)}$$

$$v_M = \sqrt{(12,8 \times \cos 45^\circ)^2 + (-9,81 \times 2 + 12,8 \times \sin 45^\circ)^2} = 14 \text{ m.s}^{-1}$$

La valeur de t étant très arrondie, on ne peut pas donner une grande précision à v_M .

$12.8 * \cos(45)$	$9.050966799E0$
$-9.81 * 2 + 12.8 * \sin(45)$	$-1.05690332E1$
$\sqrt{9.050966799E0^2 + (-1.05690332E1)^2}$	$1.391490075E1$

Q7. L'origine des énergies potentielles étant fixée au niveau du sol horizontal, exprimer l'énergie mécanique E_m de la sphère métallique au moment du lancer en fonction de sa masse m , de la hauteur h , de l'intensité de la pesanteur g et de la vitesse initiale v_0 .

$$E_m = E_C + E_{PP}$$

$$E_m = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h$$

Q8. En déduire l'expression de la vitesse v_M au point de chute M, à l'aide d'un raisonnement énergétique. Calculer sa valeur et vérifier la cohérence avec le résultat de la question Q6.

$$\text{Au point de chute } E_m = \frac{1}{2} m \cdot v_M^2.$$

Si l'on néglige les frottements de l'air, alors il y a conservation de l'énergie mécanique.

$$\frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v_M^2$$

$$\frac{1}{2} v_0^2 + g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot v_M^2$$

$$v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h = v_M^2$$

$$v_M = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h}$$

$$v_M = \sqrt{12,8^2 + 2 \times 9,81 \times 1,80} = 14 \text{ m.s}^{-1}.$$

On retrouve la valeur obtenue en Q6.