Sciences physiques : Métropole Jour 2 (20 juin 2024)

> Exercice 1 – Autour du basket-ball

1. Étude de la trajectoire idéale

Q1. Dans le référentiel terrestre supposé galiléen, le système { ballon } n'est soumis qu'à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$
D'après la seconde loi de Newton :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \times \vec{a}$$

Ainsi
$$m \times \vec{a} = m \times \vec{g}$$
$$\vec{a} = \vec{g}$$

avec $\vec{g}\begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$ donc $\vec{a}(t)\begin{pmatrix} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{pmatrix}$

Q2. Par définition $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

$$\vec{a}(t)\begin{pmatrix} a_x(t) = \dfrac{dv_x}{dt} \\ a_y(t) = \dfrac{dv_y}{dt} \end{pmatrix}$$

par primitive on a :

$$\vec{v}(t)\begin{pmatrix} v_x(t) = c_1 \\ v_y(t) = -gt + c_2 \end{pmatrix}$$

avec c_1 et c_2 des constantes.

D'après les conditions iniales, à $t = 0$ $\vec{v}(0)\begin{pmatrix} v_x(0) = v_0\cos(\alpha) = c_1 \\ v_y(0) = v_0\sin(\alpha) = c_2 \end{pmatrix}$

Ainsi

$$\vec{v}(t)\begin{pmatrix} v_x(t) = v_0\cos(\alpha) \\ v_y(t) = -gt + v_0\sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

Q3. Par définition $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$

$$v(t)\begin{pmatrix} v_x(t) = \dfrac{dx}{dt} \\ v_y(t) = \dfrac{dy}{dt} \end{pmatrix}$$

Par primitive on a :

$OM(t)\begin{pmatrix} x(t) = v_0\cos(\alpha)t + c_3 \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin(\alpha)\,t + c_4 \end{pmatrix}$ avec c_3 et c_4 des constantes.

D'après les conditions initiales, à $t = 0,\ \overrightarrow{OM}(0)\begin{pmatrix} x(0) = 0 = c_3 \\ y(0) = H_m = c_4 \end{pmatrix}$.

Ainsi

$$\overrightarrow{OM}(t)\begin{pmatrix} x(t) = v_0\cos(\alpha)\,t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0\sin(\alpha)\,t + H_m \end{pmatrix}$$

Q4. D'après les équations horaires de la position on a :

$$x(t) = v_0\cos(\alpha)\,t \iff t = \frac{x}{v_0\cos(\alpha)}$$

Par substitution, on a :

$$y(x) = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0\cos(\alpha)}\right)^2 + v_0\sin(\alpha)\times\frac{x}{v_0\cos(\alpha)} + H_m$$

$$y(x) = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2(\alpha)}x^2 + x\tan(\alpha) + H_m$$

Q5. Pour $x = L$, $y = H_a$ et $v_0 = v_{0c}$

$$H_a = -\frac{g}{2v_{0c}^2\cos^2(\alpha)}L^2 + L\tan(\alpha) + H_m$$

$$\iff \frac{g}{2v_{0c}^2\cos^2(\alpha)}L^2 = L\tan(\alpha) + H_m - H_a$$

$$\iff \frac{2v_{0c}^2\cos^2(\alpha)}{gL^2} = \frac{1}{L\tan(\alpha) + H_m - H_a}$$

$$\iff 2v_{0c}^2\cos^2(\alpha) = \frac{gL^2}{L\tan(\alpha) + H_m - H_a}$$

$$\iff v_{0c}^2 = \frac{gL^2}{2\cos^2(\alpha)\,(L\tan(\alpha) + H_m - H_a)}$$

$$\iff v_{0c} = \sqrt{\frac{gL^2}{2\cos^2(\alpha)\,(L\tan(\alpha) + H_m - H_a)}}$$

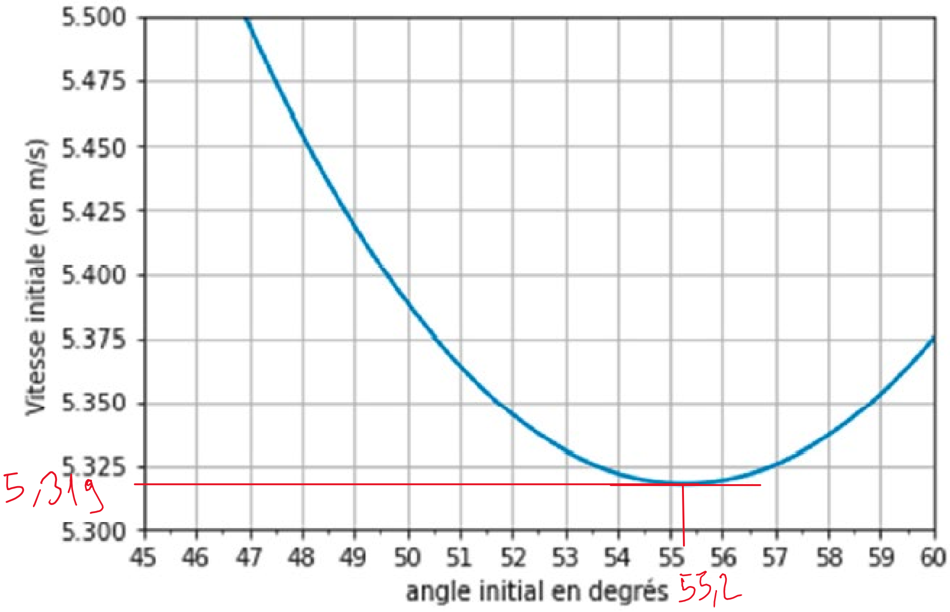
Q6. On réalise l'application numérique suivante :

$$v_{0c} = \sqrt{\frac{9{,}8 \times 4{,}6^2}{2\cos^2(49{,}5)\,(4{,}6\tan(49{,}5) + 2{,}30 - 3{,}05)}}$$

$$v_{0c} = 7{,}3\ m.s^{-1}$$

La vitesse la plus faible possible est de 7,3 m.s^{-1}.

Q7. D'après la figure 2-b, la vitesse initiale est minimale pour un angle de tir de 55,2° pour un vitesse initiale minimale de 5,319 m.s^{-1}.



Lors d'un lancer franc depuis 4,6 m, l'angle est moins important et la vitesse initiale plus élevée que lors d'un tir à 2 m du panier. Pour tirer de plus loin, il semble cohérent de devoir communiquer une vitesse initiale plus élevée avec une inclinaison plus faible.

Q8. Mathématiquement, le cosinus d'un angle proche de 90° se rapproche de 0. Le quotient v_{0c}^2 tend donc vers +∞. Ainsi la vitesse de lancée tend vers une asymptote verticale quand l'angle de tir tend vers 90°.

$$v_{0c} = \sqrt{\frac{gL^2}{2\cos^2(\alpha)\,(L\sin(\alpha)/\cos(\alpha)\ \ + H_m - H_a)}}$$

Q9. `max(y) < Ha`

Si la hauteur maximale qu'atteint le ballon ne dépasse pas la hauteur du panier, le ballon ne peut pas rentrer dans le panier.

Q10. Les lignes 89 à 92 testent si la distance entre le centre du ballon et le bord de l'arceau est inférieure au rayon du ballon pour chaque point de la trajectoire. Si c'est le cas, le programme affiche « Le ballon touche l'arceau ». Dans le cas contraire, il affiche « Le ballon ne touche pas l'arceau ».

Q11. Le site internet indique de privilégier un angle de tir entre 47° et 55° par rapport à l'horizontale. L'application des deux conditions sur le tir parfait abaisse l'angle de tir à 45°.
Le site internet ne cherche pas à obtenir un tir parfait tel que défini par le physicien mais à marquer un panier. Le ballon peut toucher l'arceau et rentrer dans le panier ce qui élargi les possibilités sur l'angle de tir.

2. Étude du dribble et du rebond du ballon

Q12. Le ballon est lâché sans vitesse initiale donc son énergie cinétique est nulle à $t = 0$. Le ballon acquiert de la vitesse lors de sa chute jusqu'au rebond ou elle diminue à nouveau quand le ballon reprend de la hauteur.
La courbe 3 représente l'énergie cinétique du ballon.

Le ballon est lâché d'une hauteur de 1 m. Son énergie potentielle est maximale et est égale à son énergie mécanique. Elle diminue au cours du temps jusqu'au rebond. Le ballon reprend de l'altitude et acquiert à nouveau de l'énergie potentielle.
La courbe 2 représente l'énergie potentielle du ballon.

La courbe 1 représente l'énergie mécanique du ballon, somme des énergies cinétique et potentielle de pesanteur.

Q13. Avant le rebond, l'énergie mécanique du ballon vaut 6,2 J d'après la figure 4.
Après le ballon, l'énergie mécanique du ballon se stabilise à 3,6 J.

$$\Delta E_m = 3{,}6 - 6{,}2 = -2{,}6\,J$$

L'énergie perdue par le ballon durant le rebond est voisine de 2,5 J.

Q14. En dehors de la phase de rebond, l'énergie mécanique du système est constante. La conservation de l'énergie mécanique durant ces deux périodes montre que le ballon ne semble pas soumis à des forces non conservatives. On peut négliger les frottements en dehors du moment où le ballon rebondit.

Q15. Appliquons la conservation de l'énergie mécanique entre l'instant initial du lancé et l'instant final ou le ballon revient à la même hauteur avec une vitesse nulle en ayant regagné les 2,5 J perdus durant le rebond.
$E_m, i = E_m, f$
$\frac{1}{2}mv_i^2 + mgh = mgh + 2{,}5$
$\frac{1}{2}mv_i^2 = 2{,}5$
$v_i = \sqrt{2{,}5 \times \frac{2}{m}}$
$v_i = \sqrt{2{,}5 \times \frac{2}{0{,}600}} = \mathbf{2,9\ m.s^{-1}}$

3. Entendre l'arbitre lors du match

Q16. Déterminons le niveau sonore que perçoit le joueur remplaçant en comparant les deux intensités sonores aux distances d_1 et d_2 :

D'une part :

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{P}{4\pi d_2^2}}{\frac{P}{4\pi d_1^2}}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{d_1^2}{d_2^2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

D'autre part :

$$L = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Leftrightarrow I = I_0 \times 10^{\frac{L}{10}}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{I_0 \times 10^{\frac{L_2}{10}}}{I_0 \times 10^{\frac{L_1}{10}}} = 10^{\frac{L_2-L_1}{10}}$$

Ainsi :

$$10^{\frac{L_2-L_1}{10}} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

$$\frac{L_2 - L_1}{10} = \log\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

$$L_2 - L_1 = 10\log\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

$$L_2 = 10\log\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 + L_1$$

Application numérique :

On suppose que le joueur situé à 20 m de l'arbitre distingue le son du sifflet du bruit ambiant. Le niveau sonore perçu vaut au minimum L_1 =83 dB.

$$L_2 = 10\log\left(\frac{20}{1,0}\right)^2 + 83$$
$$L_2 = 1,1.10^2 \; dB$$
$$L_2 = 110 \; dB$$

Le niveau sonore perçu par le jouer sur le banc est de 110 dB. D'après la figure 5, ce son présente un danger car il dépasse le seuil de danger de 90 dB. Le joueur remplaçant devrait porter des protections.

> **Exercice 2 – Un champignon parfumé**

1. Étude des réactifs de la synthèse du cinnamate de méthyle

Q1. D'après le nom de l'acide cinnamique en nomenclature officielle, il appartient à la famille des acides carboxyliques.

Q2. Seul le **composé A** contient un groupe caractéristique carboxyle COOH.
Le composé B appartient à la famille des cétones (groupe carbonyle) et le composé C est un ester (R-COO-R').

2. Synthèse du cinnamate de méthyle à partir du chlorure de cinnamoyle

Q3. Un atome de chlore -Cl est remplacé par un groupe d'atomes méthyle -CH_3. Il s'agit d'une réaction de substitution.

Q4. Le protocole nécessite l'utilisation du dichlorométhane, produit nocif et dangereux pour la santé d'après les pictogrammes de sécurité. Il convient donc de porter des gants en latex, des lunettes de protection, une blouse en coton et de manipuler ce produit sous hotte aspirante.

Q5. On utilise le dichlorométhane car les deux réactifs sont solubles dans ce solvant. Le méthanol est insoluble dans l'éther de pétrole et le chlorure de cinnamoyle est insoluble dans l'eau.

Q6.

$$HCO_3^-(aq) + H_3O^+(aq) \rightarrow CO_2(g) + 2H_2O\ (l)$$

La réaction entre les ions oxonium et les ions hydrogénocarbonate produit du dioxyde de carbone gazeux expliquant l'effervescence observée.

Q7. Déterminons les quantités de matière en réactifs :
La quantité de matière en chlorure de cinnamoyle est $n_1 = \frac{m_1}{M_1}$

$$n_1 = \frac{8{,}3}{166{,}6} = 0{,}050\ mol$$

La quantité de matière en méthanol est $n_2 = \frac{m_2}{M_2} = \frac{(\rho \times V_2)}{M_2}$

$$n_2 = \frac{0{,}792 \times 4{,}0}{32{,}0} = 0{,}099\ mol$$

La réaction ayant lieu mole à mole, le réactif limitant est le chlorure de cinnamoyle.
On en déduit que $x_{max} = n_1 = 0{,}050\ mol$

Il se forme donc 0,050 mol de HCl qui se dissocient totalement en ions oxonium et ions chlorure en réagissant avec l'eau.

On a donc $n_{H_3O^+} = n_1$

D'après la stœchiométrie de la réaction entre les ions oxonium et les ions hydrogénocarbonate, $n_{HCO_3^-} = n_{H_3O^+} = n_1$

On en déduit $V_{HCO_3^-} = \frac{n_1}{C}$

$$V_{HCO_3^-} = \frac{0,050}{0,50} = 0,10\ L$$

Il faut au minimum 100 mL de solution aqueuse d'hydrogénocarbonate de sodium pour faire disparaître la totalité des ions oxonium produits.

Q8. Par définition du rendement :

$$\eta = \frac{n_f}{x_{max}}$$

$$\eta = \frac{m/M}{n_1}$$

$$\eta = \frac{6,2/162,2}{0,050}$$

$$\eta = 76\%$$

Le rendement de la réaction est de 76%.

La réaction étudiée n'est pas totale. Néanmoins ce rendement est supérieur à celui obtenu avec l'acide cinnamique (76% contre 40%).

> **Exercice 3 – Batterie Lithium – Soufre**

1. Le lithium

Q1. D'après l'équation de la réaction on a :

$$Li(s) = Li^+(aq) + e^-$$

Le lithium cède des électons. C'est un réducteur.

Q2. D'après la stœchiométrie de la réaction :

$$\frac{n_{Li,i}}{2} = \frac{n_{H_2,f}}{1}$$

$$\frac{m}{2M(Li)} = \frac{V_{H_2}}{V_m}$$

$$V_{H_2} = \frac{m \times V_m}{2M(Li)}$$

$$V_{H_2} = \frac{0,5 \times 24,4}{2 \times 6,9}$$

$$V_{H_2} = 0,9\ L$$

Il se forme 0,9 L de dihydrogène à 20°C et à pression atmosphérique lorsqu'on fait réagir 0,5 g de lithium avec de l'eau.

2. La batterie Lithium – Soufre

Q3. L'électrode de lithium solide est l'anode (-), siège de l'oxydation :

$$Li(s) \rightarrow Li^+(aq) + e^-$$

L'électrode de soufre est la cathode (+), siège de la réduction :

$$S\ (s) + 2\,e^- \rightarrow S^{2-}\ (s)$$

Q4.

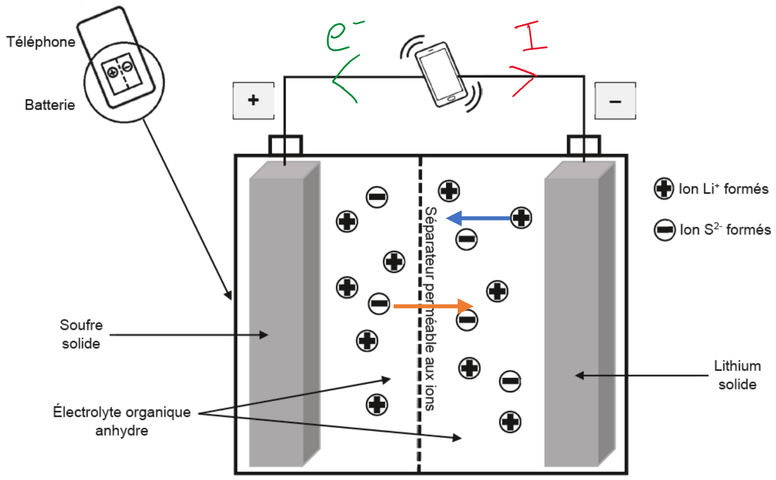


Figure 1. Schéma simplifié de la batterie lithium-soufre lors de sa décharge

Q5. Equation de fonctionnement de la pile :

$$(\,Li(s) \;=\; Li^{+}(aq) \;+\; e^{-}\,) \times 2$$
$$S\,(s) + \;2\,e^{-} \;\;=\; S^{2-}(aq)$$
$$\overline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$
$$2\,Li(s) + S\,(s) \rightarrow Li_2S\,(s)$$

Q6. On a $Q = I \times \Delta t$

$$\Delta t = \frac{Q}{I}$$

$$\Delta t = \frac{3500.10^{-3}}{0{,}55}$$
$$\Delta t = 6{,}4\;h$$

La pile fonctionne 6h22min dans les conditions décrites.

Q7. Par une analyse dimensionnelle on déduit :

$$m = \frac{Q}{Q_{massique}}$$

$$m = \frac{3500}{300}$$

$$m = 11{,}7\;g$$

Une batterie lithium – ion neuve contient environ 12 g de matière active.

$$\frac{6{,}4}{12} = 0{,}53$$

Dans ces conditions, la batterie Lithium-ion a une durée d'utilisation de 0,53 h par gramme de matière active.

Q8. Déterminons la quantité de matière en électrons échangés pour 1 g de soufre.

$$\frac{n_{e^-}}{2} = \frac{n_S}{1}$$
$$n_{e^-} = 2n_S$$
$$n_{e^-} = 2 \times \frac{m_S}{M_S}$$

Déterminons la capacité de la pile pour 1 g de soufre :

$$Q = n_{e^-} \times \mathcal{F}$$

$$Q = 2 \times \frac{m_S}{M_S} \times \mathcal{F}$$
$$Q = 2 \times \frac{1}{32{,}1} \times 96500$$

$$Q = 6012\;C$$

Convertissons en mAh :

$$Q = \frac{6012}{3,6} = 1670\ mAh.g^{-1}$$

La capacité massique d'une batterie Lithium – soufre est de 1670 mAh.g^{-1}.

Déterminons sa durée de fonctionnement quand $i = 0,55\ A$:

$$\Delta t = \frac{Q}{I}$$

$$\Delta t = \frac{1670.10^{-3}}{0,55}$$

$$\Delta t = 3,0\ h.g^{-1}$$

La batterie lithium – soufre a une durée d'utilisation de 3,0 h par gramme de soufre actif quand elle débite une intensité de 0,55 A.
C'est deux fois moins qu'une batterie lithium – ion dans les mêmes conditions. Comme le précise le texte introductif, les batteries lithium – soufre ont des durées de vie plus courtes que les batteries lithium – ion.