

BAC STI2D · PC & MATHS · POLYNÉSIE · 19 JUIN 2024

Corrigé – Polynésie Juin 2024

3 heures · Calculatrice autorisée · 20 points

Exercice 1 – Étude de la température d'un soda

Physique-Chimie & Maths – 4 pts

Question 1 – Les trois modes de transfert thermique

RÉPONSE

- **Conduction** : transfert d'énergie par contact direct au sein d'un solide ou entre solides en contact.
Exemple : une cuillère métallique posée dans une casserole chaude se réchauffe à son extrémité.
- **Convection** : transfert d'énergie par déplacement de matière dans un fluide (liquide ou gaz).
Exemple : l'eau chauffée dans le fond d'une casserole monte par convection et crée des courants.
- **Rayonnement** : transfert d'énergie par ondes électromagnétiques, sans nécessiter de support matériel.
Exemple : la chaleur du Soleil parvient sur Terre à travers le vide de l'espace.

Question 2 – Démontrer que $f(t) = -14e^{-t/90} + 21$

L'équation différentielle est $y' = -\frac{1}{90}y + \frac{7}{30}$.

Solution particulière constante k :

$$0 = -\frac{k}{90} + \frac{7}{30} \implies k = \frac{90 \times 7}{30} = 21$$

Solution générale : $y(t) = Ce^{-t/90} + 21$, $C \in \mathbb{R}$

Condition initiale $f(0) = 7$:

$$Ce^0 + 21 = 7 \implies C = 7 - 21 = -14$$

RÉPONSE

$$f(t) = -14e^{-t/90} + 21 \quad \square$$

Question 3 – Limite de f et interprétation

Comme $-\frac{1}{90} < 0$: $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-t/90} = 0$.

RÉPONSE

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} (-14e^{-t/90} + 21) = 0 + 21 = 21 \text{ °C}$$

Interprétation : à long terme, la température du soda tend vers **21 °C**, qui est la température ambiante de la pièce. Le soda finit par atteindre l'équilibre thermique avec son environnement.

Question 4 – Temps pour atteindre 20 °C

On résout $f(t) = 20$:

$$-14e^{-t/90} + 21 = 20 \implies e^{-t/90} = \frac{1}{14} \implies -\frac{t}{90} = \ln\left(\frac{1}{14}\right) = -\ln 14$$

$$t = 90 \ln(14) = 90 \times 2,639 \approx 237,5$$

RÉPONSE

$$t \approx 238 \text{ min}$$

La boisson atteint 20 °C environ **238 minutes** (près de 4 heures) après la mesure initiale.

Question 5 – Identification de la courbe pour le gobelet en acier**RÉPONSE**

La courbe C_1 (rouge, plus raide) représente le soda dans le gobelet en acier.

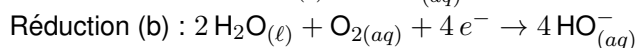
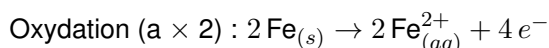
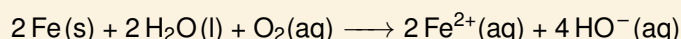
Raisonnement : la conductivité thermique de l'acier ($\lambda_{\text{acier}} = 45,6 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$) est **beaucoup plus grande** que celle de la porcelaine ($\lambda_{\text{porcelaine}} = 1,0 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$). Le flux thermique traversant la paroi est proportionnel à λ : la chaleur ambiante est transférée beaucoup plus rapidement au soda dans l'acier. Le soda se réchauffe donc **plus vite**, ce que traduit C_1 dont la montée est plus rapide.

Exercice 2 – Protection cathodique par anode sacrificielle

Physique-Chimie – 6 pts

Question 1 – Équation de la réaction d'oxydation du fer

On combine les demi-équations (a) et (b) en équilibrant les électrons ($n_e = 4$, donc (a)×2 + (b)) :

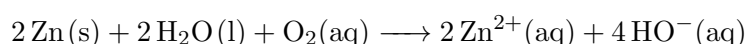
**RÉPONSE****Question 2 – Identification des espèces chimiques formées****RÉPONSE**

- La **coloration bleue** autour du clou révèle la présence d'ions $\text{Fe}_{(aq)}^{2+}$ (détectés par le ferricyanure de potassium) : le fer s'oxyde bien selon la demi-équation (a).
- La **coloration rose** révèle la présence d'ions $\text{HO}_{(aq)}^-$ (détectés par la phénolphtaléine) : des ions hydroxyde se forment, conformément à la demi-équation (b).

Ces observations confirment que les produits de la réaction sont les ions Fe^{2+} et HO^- .

Question 3 – Évolution lors de l'oxydation du zinc

L'équation globale est analogue à celle du fer :



RÉPONSE

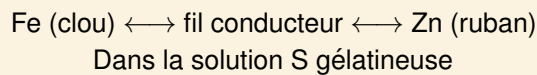
- **Masse du métal zinc : diminue** (le zinc solide est consommé par oxydation).
- **Concentration massique en ions Zn^{2+} : augmente** (formation de Zn^{2+} au cours de la réaction).
- **Concentration massique en ions HO^- : augmente** (formation de HO^- au cours de la réaction).

Question 4 – Protocole expérimental pour montrer le rôle du zinc

RÉPONSE

Expérience proposée : Introduire dans un bécher un clou en fer et un ruban de zinc, reliés électriquement par un fil conducteur (comme indiqué dans le document 3). Recouvrir l'ensemble de la solution S (eau salée + phénolphthaléine + ferricyanure de potassium + agar-agar).

Schéma :



Laisser l'expérience se dérouler pendant une heure et observer les colorations.

Question 5 – Observations validant le rôle d'anode sacrificielle

RÉPONSE

Les observations attendues :

- **Pas de coloration bleue** autour du clou en fer : pas d'ions Fe^{2+} formés, donc le fer **n'est pas oxydé**.
- **Coloration bleue** autour du zinc (si on ajoute un indicateur adapté) ou **précipité blanc** de $Zn(OH)_2$ apparaissant au voisinage du zinc : le zinc s'oxyde et produit Zn^{2+} et HO^- .
- **Coloration rose** autour du zinc : présence de HO^- , confirmant la réaction d'oxydation du zinc à la place du fer.

Ces observations montrent que le zinc **s'oxyde à la place du fer**, validant son rôle d'anode sacrificielle.

Question 6 – Durée de vie de l'anode sacrificielle

RAPPEL DE COURS

$$Q = I \times \Delta t \implies \Delta t = Q/I$$

$$\Delta t = \frac{Q}{I} = \frac{9,0 \times 10^2 \text{ Ah}}{5,0 \times 10^{-3} \text{ A}} = 1,80 \times 10^5 \text{ h}$$

Conversion en années : $\Delta t = \frac{1,80 \times 10^5}{8760} \approx 20,5 \text{ ans.}$

RÉPONSE

La durée de vie totale de l'anode est d'environ **20,5 ans**. À 50% de consommation, il faut la remplacer au bout de ≈ 10 ans.

Question 7 – Commentaire vis-à-vis des préconisations

RÉPONSE

La durée d'utilisation calculée à 50% de consommation (**environ 10 ans**) est cohérente avec les préconisations du constructeur qui recommande un remplacement **tous les 5 à 10 ans**.

La valeur calculée correspond au maximum de cette fourchette. En pratique, la durée peut être plus courte selon la qualité de l'eau (eau plus agressive, teneur en calcaire, pH) et la fréquence d'utilisation du chauffe-eau.

Exercice 3 – Filtre et fonction de transfert

Mathématiques – 4 pts

Question 1 – Calcul de ω_c et de $H(\omega_c)$

$$\omega_c = \frac{1}{RC} = \frac{1}{10^6 \times 10^{-6}} = \frac{1}{1} = 1 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$H(\omega_c) = \frac{1}{1 + RC \cdot \omega_c \cdot i} = \frac{1}{1 + 1 \times 1 \times 1 \times i} = \frac{1}{1 + i}$$

On rationalise en multipliant par $\frac{1-i}{1-i}$:

$$H(\omega_c) = \frac{1-i}{(1+i)(1-i)} = \frac{1-i}{1-i^2} = \frac{1-i}{1-(-1)} = \frac{1-i}{2}$$

RÉPONSE

$$H(\omega_c) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i \quad \square$$

Question 2 – Forme exponentielle de $H(\omega_c)$

Module :

$$|H(\omega_c)| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Argument : la partie réelle est > 0 et la partie imaginaire est < 0 (quatrième quadrant) :

$$\tan \theta = \frac{-1/2}{1/2} = -1 \implies \theta = -\frac{\pi}{4}$$

RÉPONSE

$$H(\omega_c) = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\pi}{4}}$$

Question 3 – Montrer que $G_{dB} = -10 \log(2)$

$$G_{dB} = 20 \log(|H(\omega_c)|) = 20 \log\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 20 \log(2^{-1/2}) = 20 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \log(2)$$

RÉPONSE

$$G_{dB} = -10 \log(2) \approx -3,01 \text{ dB} \quad \square$$

Question 4 – Module et argument de $H_T(\omega_c)$

On a $H_T(\omega_c) = H(\omega_c) \times H(\omega_c) = [H(\omega_c)]^2$.

À partir de la forme exponentielle : $H(\omega_c) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\pi/4}$

$$H_T(\omega_c) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 e^{-2i\pi/4} = \frac{1}{2} e^{-i\pi/2}$$

RÉPONSE

$$|H_T(\omega_c)| = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \arg(H_T(\omega_c)) = -\frac{\pi}{2}$$

Exercice 4 – Installation d'un piano

Physique-Chimie – 6 pts

Mise au diapason**Question 1 – Période du son du diapason****MÉTHODE**

On repère sur le chronogramme (document 5) deux maxima consécutifs et on lit la durée T qui les sépare sur l'axe du temps.

RÉPONSE

Par lecture graphique sur le document 5, une période correspond à environ 2,27 ms, soit :

$$T \approx 2,27 \text{ ms} = 2,27 \times 10^{-3} \text{ s}$$

Question 2 – Fréquence du diapason**RÉPONSE**

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2,27 \times 10^{-3}} \approx 440 \text{ Hz}$$

Cette valeur correspond bien à la note **La3 à 440 Hz**.

Question 3 – Nom du graphique du document 7**RÉPONSE**

Le document 7 est un **spectre en fréquence** (ou spectre d'amplitude / analyse spectrale / analyse de Fourier) du son émis par le piano.

Question 4 – Son pur ou complexe ?**RÉPONSE**

Le son émis par le piano est un **son complexe**.

Justification : le spectre du document 7 présente **plusieurs raies** à différentes fréquences (436 Hz, 882 Hz, 1213 Hz...). Un son pur n'aurait qu'une seule raie. La présence de plusieurs composantes fréquentielles (fondamental + harmoniques) caractérise un son complexe.

Question 5 – Fréquence jouée et nécessité d'accorder**RÉPONSE**

Sur le document 7, la première raie (fondamental) est à **436 Hz**.

Le diapason émet le La3 à **440 Hz**. La fréquence jouée par le piano (436 Hz) est **inférieure** à 440 Hz : le piano est **légèrement désaccordé** (la corde est trop lâche, son est trop grave).

Conclusion : il est **nécessaire d'accorder** le piano.

Question 6 – Timbre et hauteur d'un son**RÉPONSE**

- **Hauteur** : correspond à la **fréquence fondamentale** du son. Elle permet de distinguer les sons graves (fréquence basse) des sons aigus (fréquence élevée).
- **Timbre** : caractère particulier d'un son qui dépend de la **répartition des harmoniques** (spectre en fréquence). Il permet de distinguer deux instruments jouant la même note (même hauteur) mais avec une sonorité différente.

Insonorisation de la pièce**Question 7 – Appareil de mesure du niveau sonore****RÉPONSE**

L'appareil visible sur la photographie du document 8 est un **sonomètre**.

Question 8 – Montrer que $I_1 = 1,86 \times 10^{-3} \text{ W m}^{-2}$ **RAPPEL DE COURS**

$$I = I_0 \times 10^{L/10}, \text{ avec } I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$$

$$I_1 = 10^{-12} \times 10^{92,7/10} = 10^{-12} \times 10^{9,27} = 10^{-12+9,27} = 10^{-2,73}$$

$$10^{-2,73} = 10^{-3} \times 10^{0,27} = 10^{-3} \times 1,862$$

RÉPONSE

$$I_1 \approx 1,86 \times 10^{-3} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \quad \square$$

Question 9 – Document-réponse : interaction onde / paroi**RÉPONSE**

Dans le schéma du document-réponse, on complète ainsi :

- L'énergie qui arrive sur la cloison depuis la salle du piano est l'**énergie incidente**.
- Une partie est renvoyée vers la salle du piano : **énergie réfléchie**.
- Une partie est dissipée dans la matière de la cloison : **énergie absorbée**.
- La partie restante passe de l'autre côté : **énergie transmise**.

$$\text{Relation : } E_{\text{incidente}} = E_{\text{réfléchie}} + E_{\text{absorbée}} + E_{\text{transmise}}$$

Question 10 – Indice d'affaiblissement acoustique R nécessaire

Le niveau sonore côté piano (près de la cloison) : $L_1 = 87 \text{ dB}$.

D'après le document 9 (échelle de bruit), le niveau sonore acceptable dans une **salle de séjour** est d'environ 40 dB.

$$R = L_1 - L_2 = 87 - 40$$

RÉPONSE

$$R \geq 47 \text{ dB}$$

Question 11 – Choix du type de cloison

D'après le tableau du document 10, les cloisons dont $R \geq 47 \text{ dB}$:

Type	Composition	Épaisseur	R (dB)
6	2BA13 – laine minérale – 2BA13	12 cm	50 ✓
7	2BA13 – laine minérale – 2BA13	18 cm	64 ✓

RÉPONSE

Le type de cloison le mieux adapté est le **type 6** :

- $R = 50 \text{ dB} > 47 \text{ dB}$: la cloison satisfait l'exigence d'isolation avec une marge de sécurité confortable.
- Son épaisseur de 12 cm est raisonnable (le type 7 offre 64 dB mais est plus encombrant et plus coûteux, ce qui n'est pas nécessaire pour atteindre l'objectif).
- La présence de **laine minérale** assure une excellente absorption acoustique pour la gamme de fréquences d'un piano.