

BAC STI2D · PC & MATHS · MÉTROPOLÉ – ANTILLES-GUYANE · 11 SEPTEMBRE 2024

Corrigé – Métropole Septembre 2024

3 heures · Calculatrice autorisée · 20 points

Exercice 1 – Isolation phonique et réverbération

Physique-Chimie & Maths – 4 pts

Question 1 – Intensité acoustique correspondant à $L_1 = 85$ dB

RAPPEL DE COURS

$$L = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ avec } I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2} \implies I = I_0 \times 10^{L/10}$$

$$I_1 = 10^{-12} \times 10^{85/10} = 10^{-12} \times 10^{8,5} = 10^{-3,5}$$

RÉPONSE

$$I_1 \approx 3,16 \times 10^{-4} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Question 2 – Solutions de l'équation différentielle (E)

L'équation (E) : $y' = -0,262 y$ est une équation différentielle du premier ordre à coefficients constants, sans second membre.

RÉPONSE

Les solutions sur $[0; +\infty[$ sont :

$$y(x) = A e^{-0,262x}, \quad A \in \mathbb{R}$$

Question 3 – Vérification que f est la solution particulière de (E)

Soit $f(x) = 3,2 \times 10^{-4} e^{-0,262x}$.

Vérification de l'équation différentielle :

$$f'(x) = 3,2 \times 10^{-4} \times (-0,262) e^{-0,262x} = -0,262 \times \underbrace{3,2 \times 10^{-4} e^{-0,262x}}_{f(x)} = -0,262 f(x) \checkmark$$

Vérification de la condition initiale :

$$f(0) = 3,2 \times 10^{-4} \times e^0 = 3,2 \times 10^{-4} \checkmark$$

RÉPONSE

$f'(x) = -0,262 f(x)$ est vérifiée pour tout $x \geq 0$, et $f(0) = 3,2 \times 10^{-4}$: f est bien la solution particulière cherchée.

Question 4 – Distance de demi-atténuation

On résout $e^{-0,262x} = 0,5$:

$$-0,262x = \ln(0,5) = -\ln 2 \implies x = \frac{\ln 2}{0,262} = \frac{0,6931}{0,262}$$

RÉPONSE

$$d = x \approx 2,65 \text{ cm}$$

Après **2,65 cm** de mousse de mélamine, l'intensité acoustique est divisée par 2.

Question 5 – Rapport des amplitudes U_b/U_a

Par lecture des oscillogrammes : $U_a = 1,2 \text{ V}$ et $U_b = 0,9 \text{ V}$.

RÉPONSE

$$\frac{U_b}{U_a} = \frac{0,9}{1,2} = 0,75$$

Question 6 – Classe D de la plaque absorbante**RAPPEL DE COURS**

$$\frac{I_b}{I_a} = \left(\frac{U_b}{U_a}\right)^2 \text{ et coefficient d'absorption } a = 1 - \frac{I_b}{I_a}.$$

$$\frac{I_b}{I_a} = (0,75)^2 = 0,5625 \implies a = 1 - 0,5625 = 0,4375$$

RÉPONSE

$a \approx 0,44$, valeur comprise dans l'intervalle $[0,30 ; 0,60[$ qui correspond à la **classe D**.

Exercice 2 – Impact de la pollution atmosphérique sur les bâtiments historiques

Physique-Chimie – 6 pts

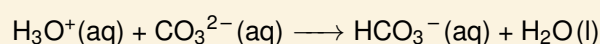
Question 1 – Caractère acide des eaux de pluie polluées**RÉPONSE**

Le dioxyde de soufre SO_2 se dissout dans l'eau de pluie pour former de l'acide sulfurique H_2SO_4 , qui se dissocie **totalem**ent en libérant des ions oxonium H_3O^+ en solution.

La concentration en H_3O^+ est alors supérieure à $10^{-7} \text{ mol L}^{-1}$, donc le pH est inférieur à 7 : les eaux de pluie sont **acides**.

Question 2 – Équation de la réaction acide-base

Les couples mis en jeu sont $\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2\text{O}$ (acide) et $\text{HCO}_3^-/\text{CO}_3^{2-}$ (base).

RÉPONSE

Question 3 – Concentration en ions oxonium à pH = 4,5**RÉPONSE**

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-4,5} = 10^{-5} \times \sqrt{10} \approx 3,16 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Question 4 – Perte de masse en 4,5 heures

4,5 h = 4,5 × 60 = 270 min. D'après le tableau :

$$\Delta m = m(0) - m(270) = 4,622 - 4,610 = 0,012 \text{ g}$$

RÉPONSE

La perte de masse du calcaire en 4,5 heures est de **0,012 g**.

Question 5 – Diminution de volume ΔV **RAPPEL DE COURS**

$$\Delta V = \Delta m / \rho$$

$$\Delta V = \frac{\Delta m}{\rho} = \frac{0,012}{2,500 \times 10^6}$$

RÉPONSE

$$\Delta V = 4,8 \times 10^{-9} \text{ m}^3$$

Question 6 – Diminution d'épaisseur Δe et temps pour 1 mm

$$\Delta e = \frac{\Delta V}{S} = \frac{4,8 \times 10^{-9}}{6,7 \times 10^{-4}} = 7,16 \times 10^{-6} \text{ m}$$

RÉPONSE

$$\Delta e \approx 7,2 \mu\text{m} \quad \square$$

Temps pour 1 mm : en supposant la vitesse constante, $7,2 \times 10^{-3}$ mm est enlevé en 4,5 h, donc :

$$t = 4,5 \times \frac{1 \times 10^{-3}}{7,2 \times 10^{-6}} = 4,5 \times 138,9 \approx 625 \text{ h}$$

Il faudrait environ **625 heures** (≈ 26 jours) d'exposition à la solution acide pour éroder 1 mm de calcaire.

Question 7 – Protection par le gypse**RÉPONSE**

La réaction entre l'acide sulfurique et le calcaire produit du gypse (CaSO_4), qui se dépose à la surface du calcaire et forme une **couche imperméable**. Cette couche isole la pierre calcaire des eaux de pluie acides, limitant ainsi sa dissolution.

Question 8 – Énergie d'un photon du laser ($\lambda = 1064 \text{ nm}$)**RAPPEL DE COURS**

$$E = \frac{hc}{\lambda}, \text{ avec } h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ Js et } c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

$$E = \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8}{1,064 \times 10^{-6}} = \frac{1,989 \times 10^{-25}}{1,064 \times 10^{-6}}$$

RÉPONSE

$$E \approx 1,87 \times 10^{-19} \text{ J} \quad \square$$

Question 9 – Énergie par impulsion

Une impulsion contient $N = 4,00 \times 10^{14}$ photons.

$$E_{\text{impulsion}} = N \times E = 4,00 \times 10^{14} \times 1,87 \times 10^{-19} = 7,48 \times 10^{-5} \text{ J}$$

RÉPONSE

$$E_{\text{impulsion}} \approx 7,5 \times 10^{-5} \text{ J} \quad \square$$

Question 10 – Puissance moyenne et nombre d'impulsions par seconde

Relation puissance / impulsions :

En 1 seconde, n impulsions sont émises, libérant une énergie totale $n \times E_{\text{impulsion}}$. La puissance (en W = J/s) vaut :

$$P = \frac{n \times E_{\text{impulsion}}}{1 \text{ s}} = n \times E_{\text{impulsion}} \quad \square$$

Calcul de n : avec $P = 300 \text{ W}$:

$$n = \frac{P}{E_{\text{impulsion}}} = \frac{300}{7,5 \times 10^{-5}}$$

RÉPONSE

$$n = 4,0 \times 10^6 \text{ impulsions} \cdot \text{s}^{-1}$$

Question 11 – Classe de protection pour l'énergie par impulsion

RÉPONSE

L'énergie par impulsion est $E_{\text{impulsion}} \approx 7,5 \times 10^{-5} \text{ J}$. D'après les tableaux de classification des protections optiques pour lasers, cette valeur correspond à des verres de protection de classe **R3**.

Question 12 – Irradiance et justification de la protection R4

La section du faisceau laser est $S_{\text{faisceau}} = 1,4 \times 10^{-2} \text{ m}^2$.

$$\text{Irradiance} = \frac{P}{S_{\text{faisceau}}} = \frac{300}{1,4 \times 10^{-2}}$$

RÉPONSE

$$\text{Irradiance} \approx 2,1 \times 10^4 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Bien que l'énergie par impulsion corresponde à la classe R3, la **forte irradiance** du faisceau ($\approx 2,1 \times 10^4 \text{ W m}^{-2}$) requiert une protection supérieure : l'opérateur doit porter au minimum des verres de protection de type **R4**.

Exercice 3 – Mathématiques

(4 pts)

Question 1 – QCM : simplifier $3 \ln(2x) - \ln(8)$ pour $x > 0$ **MÉTHODE**On utilise : $3 \ln(2x) = \ln((2x)^3) = \ln(8x^3)$

$$3 \ln(2x) - \ln(8) = \ln(8x^3) - \ln(8) = \ln\left(\frac{8x^3}{8}\right) = \ln(x^3) = 3 \ln(x)$$

RÉPONSELa bonne réponse est **B** : $3 \ln(2x) - \ln(8) = 3 \ln(x)$.**Question 2 – QCM : dérivée de $g(x) = x^2 e^{-2x}$** **MÉTHODE**Règle du produit : $(uv)' = u'v + uv'$ avec $u = x^2$, $v = e^{-2x}$.

$$u' = 2x, \quad v' = -2e^{-2x}$$

$$g'(x) = 2x e^{-2x} + x^2 \times (-2e^{-2x}) = 2x e^{-2x}(1 - x)$$

RÉPONSELa bonne réponse est **A** : $g'(x) = 2x e^{-2x}(1 - x)$.**Question 3 – Formes algébrique et exponentielle****Forme algébrique de $z_A = 2 e^{i\pi/3}$:**

$$z_A = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) = 2 \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

RÉPONSE

$$z_A = 1 + i\sqrt{3}$$

Forme exponentielle de $z_B = -\sqrt{3} + i$:

$$\text{Module : } |z_B| = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{3+1} = 2$$

$$\text{Argument : } \cos \theta = \frac{-\sqrt{3}}{2} \text{ et } \sin \theta = \frac{1}{2} \implies \theta = \frac{5\pi}{6} \text{ (deuxième quadrant)}$$

RÉPONSE

$$z_B = 2 e^{i\frac{5\pi}{6}}$$

Question 4 – Calcul de l'intégrale**RAPPEL DE COURS**Une primitive de $\cos(2x)$ est $\frac{\sin(2x)}{2}$.

$$\int_0^{\pi/2} \cos(2x) \, dx = \left[\frac{\sin(2x)}{2} \right]_0^{\pi/2} = \frac{\sin(\pi)}{2} - \frac{\sin(0)}{2} = \frac{0}{2} - \frac{0}{2}$$

RÉPONSE

$$\int_0^{\pi/2} \cos(2x) \, dx = 0$$

Interprétation : sur $[0 ; \pi/2]$, la fonction $\cos(2x)$ est positive sur $[0 ; \pi/4]$ puis négative sur $[\pi/4 ; \pi/2]$, avec deux aires égales qui se compensent.

Exercice 4 – Mouvement d'un drone

Physique-Chimie – 6 pts

Étude du mouvement pendant le décollage**Question 1 – Type de mouvement****RÉPONSE**

Le mouvement du drone est **rectiligne uniformément accéléré**.

Argument 1 : d'après le document 2, la vitesse $v(t)$ est une **fonction affine (linéaire) du temps** — les points sont alignés.

Argument 2 : l'altitude initiale est nulle et la vitesse initiale est $v_0 \approx 0,1 \, \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (quasi-nulle) ; le drone part de l'arrêt et s'élève verticalement avec une vitesse croissante.

Question 2 – Distance parcourue en 3 secondes**MÉTHODE**

La distance est l'aire sous la courbe $v(t)$ sur le document 1 (diagramme altitude-temps) pour $t \in [0 ; 3 \, \text{s}]$.

RÉPONSE

Par lecture graphique sur le document 1 :

$$D \approx 7 \, \text{m}$$

Question 3 – Calcul de l'accélération a_z

L'accélération est le coefficient directeur de la droite $v = f(t)$ sur le document 2 :

$$a_z = \frac{\Delta v}{\Delta t} \approx \frac{3,5}{3} \approx 1,17 \, \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

RÉPONSE

$$a_z \approx 1,2 \, \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Cette valeur est cohérente avec celle du document 3 ($a = 1,1 \, \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$), à la précision de lecture graphique près.

Question 4 – Montrer que $F_{totale} \approx 0,981 \text{ N}$ **RAPPEL DE COURS**

Principe fondamental de la dynamique : $\vec{F}_{totale} = m \vec{a}$, soit en norme $F_{totale} = m a_z$.

On utilise la valeur $a_z = 1,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ du document 3 :

$$F_{totale} = m \times a_z = 0,895 \times 1,1 = 0,9845 \text{ N}$$

RÉPONSE

$$F_{totale} \approx 0,981 \text{ N} \quad \square$$

Question 5 – Caractéristiques du poids P **RÉPONSE**

Le poids \vec{P} est une force :

- de **direction** : verticale (fil à plomb) ;
- de **sens** : vers le bas (vers le centre de la Terre) ;
- de **valeur** : $P = mg = 0,895 \times 9,81 \approx 8,78 \text{ N}$.

Question 6 – Caractéristiques de la force \vec{F}_{air}

On applique le PFD sur l'axe vertical (positif vers le haut) :

$$F_{air} - P = m a_z \implies F_{air} = P + m a_z = mg + m a_z = m(g + a_z)$$

$$F_{air} = 0,895 \times (9,81 + 1,1) = 0,895 \times 10,91$$

RÉPONSE

La force \vec{F}_{air} est :

- de **direction** : verticale ;
- de **sens** : vers le haut ;
- de **valeur** : $F_{air} \approx 9,76 \text{ N}$.

Schéma : \vec{F}_{air} (vers le haut, $\approx 9,76 \text{ N}$) et \vec{P} (vers le bas, $\approx 8,78 \text{ N}$) ; la résultante $\vec{F}_{totale} = \vec{F}_{air} + \vec{P}$ est vers le haut avec $F_{totale} \approx 0,98 \text{ N}$ — cohérent avec Q4.

Caractéristiques de la télécommande du drone**Question 7 – Longueur d'onde du signal****RAPPEL DE COURS**

$$\lambda = \frac{c}{f}, \text{ avec } c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\lambda = \frac{3,00 \times 10^8}{2,400 \times 10^9}$$

RÉPONSE

$$\lambda = 0,125 \text{ m} = 12,5 \text{ cm}$$

Question 8 – Type des antennes : quart d’onde ou demi-onde ?

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{12,5}{2} = 6,25 \text{ cm} \qquad \frac{\lambda}{4} = \frac{12,5}{4} = 3,125 \text{ cm} \approx 3,13 \text{ cm}$$

RÉPONSE

La longueur des antennes est 3,13 cm, ce qui correspond à $\lambda/4$.

Les antennes de la télécommande sont des **antennes quart d’onde**.