

Exercice 2 – LE « TWEENER-LOB » OU « LE COUP ENTRE LES JAMBES » (5 points)

PARTIE A : Étude du mouvement de la balle lors du « tweener-lob »

A.1. En appliquant la 2^{ème} loi de Newton ($\sum \vec{F}_{ext} = m \times \vec{a}$) au système {balle} dans le référentiel terrestre considéré galiléen, sachant que la balle est considérée en chute libre puisque tous les frottements sont négligés : $\vec{P} = m \times \vec{g} = m \times \vec{a}$ donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Donc $\vec{a} \begin{cases} a_x = g_x = 0 \\ a_y = g_y = -g \end{cases}$

A.2. Par définition, $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, on primitive les coordonnées de \vec{a} pour obtenir les coordonnées de \vec{v} en tenant compte des conditions initiales (C.I.) :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \xrightarrow[\text{C.I. : } \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = (v_0 \times \cos \alpha) \\ v_{0y} = (v_0 \times \sin \alpha) \end{cases}]{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} : \text{on primitive}} \vec{v} \begin{cases} v_x = (v_0 \times \cos \alpha) \\ v_y = -g \times t + (v_0 \times \sin \alpha) \end{cases}$$

Par définition, $\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt}$, on primitive les coordonnées de \vec{v} pour obtenir les coordonnées de \vec{OG} en tenant compte des conditions initiales (C.I.) :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = (v_0 \times \cos \alpha) \\ v_y = -g \times t + (v_0 \times \sin \alpha) \end{cases} \xrightarrow[\text{C.I. : } \vec{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = y_0 \end{cases}]{\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt} : \text{on primitive}} \vec{OG} \begin{cases} x = (v_0 \times \cos \alpha) \times t + 0 \\ y = -\frac{1}{2}g \times t^2 + (v_0 \times \sin \alpha) \times t + y_0 \end{cases}$$

$$\text{A3.} \begin{cases} x(t) = (v_0 \times \cos \alpha) \times t \\ y(t) = -\frac{1}{2}g \times t^2 + (v_0 \times \sin \alpha) \times t + y_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{(v_0 \times \cos \alpha)} \\ y = -\frac{1}{2}g \times \frac{x^2}{(v_0 \times \cos \alpha)^2} + (v_0 \times \sin \alpha) \times \frac{x}{(v_0 \times \cos \alpha)} + y_0 \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire est celle d'une parabole : $y(x) = -\frac{1}{2}g \times \frac{x^2}{(v_0 \times \cos \alpha)^2} + (\tan \alpha) \times x + y_0$

Calculons chaque terme de l'équation du second degré :

$$\bullet -\frac{1}{2}g \times \frac{1}{(v_0 \times \cos \alpha)^2} = -\frac{1}{2} \times 9,81 \times \frac{1}{\left(\left(\frac{55,1}{3,6}\right) \times \cos(48,0^\circ)\right)^2} = -0,047 \text{ m}^{-1}$$

$$\bullet \tan \alpha = \tan(48,0^\circ) = 1,1$$

$$\bullet y_0 = 30 \text{ cm} = 0,30 \text{ m}$$

Donc $y(x) = -0,047 \times x^2 + 1,1 \times x + 0,30$.

A.4. L'adversaire se situe à 3,0 du filet soit à une distance à l'origine $x_A = L + 3,0$.

Déterminons l'altitude y_A de la balle à cette distance :

$$y(x_A) = -0,047 \times (12,0 + 3,0)^2 + 1,1 \times (12,0 + 3,0) + 0,30 = 6,2 \text{ m}$$

Cette altitude est largement supérieure à la hauteur du tamis de la raquette (4,0m) : la balle passe au-dessus de la raquette.

PARTIE B : Étude énergétique du mouvement de la balle

B.1. L'énergie mécanique de la balle est la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle de pesanteur : $E_m = E_C + E_{pp}$.

$$\mathbf{B.2.} \quad E_m(0) = \frac{1}{2} \times m \times v_0^2 + m \times g \times y_0$$

$$\text{soit } E_m(0) = \frac{1}{2} \times 58,5 \times 10^{-3} \times \left(\frac{55,1}{3,6} \right)^2 + 58,5 \times 10^{-3} \times 9,81 \times 0,30 = 7,0 \text{ J}.$$

B.3. L'énergie mécanique se conserve si le système n'est soumis qu'à des forces conservatives et/ou des forces dont le travail est nul.

B.4. Dans l'hypothèse où on néglige les frottements (force non conservative), la balle n'est soumise qu'à son poids (force conservative) donc l'énergie mécanique se conserve : $E_m(0) = E_m(f)$ où la balle touche le sol (donc son énergie potentielle de pesanteur est nulle).

$$E_m(f) = \frac{1}{2} \times m \times v_f^2 = E_m(0) \Leftrightarrow v_f = \sqrt{\frac{2 \times E_m(0)}{m}}$$

$$\text{soit } v_f = \sqrt{\frac{2 \times 7,0}{58,5 \times 10^{-3}}} = 15,5 \text{ m.s}^{-1} \text{ (soit } 55,7 \text{ km.h}^{-1} \text{)}.$$

Il ne semble pas raisonnable de négliger les forces de frottements à une telle vitesse alors l'énergie mécanique diminue donc la vitesse réelle doit être inférieure à la valeur calculée ici.