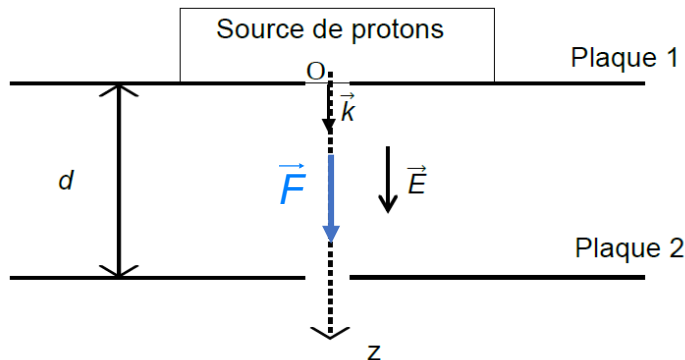


Mouvement du proton à l'entrée du condensateur plan

Q1. Force électrostatique exercée sur le proton de charge positive $q = +e$: $\vec{F} = q\vec{E} = e\vec{E}$.

La force électrostatique est colinéaire et de même sens que le champ électrique \vec{E} .



<http://www.insp.upmc.fr/Accelerateur-d-ions-positifs-Van.html>

Q2. Poids du proton : $P = m_p \times g$ soit $P = 1,67 \times 10^{-27} \times 9,81 \text{ N} = 1,64 \times 10^{-26} \text{ N}$.
 Force électrostatique : $F = e \times E$ soit $F = 1,6 \times 10^{-19} \times 1,5 \times 10^6 \text{ N} = 2,4 \times 10^{-13} \text{ N}$.

$$\frac{F}{P} = \frac{2,4 \times 10^{-13}}{1,64 \times 10^{-26}} = 1,5 \times 10^{13} \text{ donc } F = 1,5 \times 10^{13} \times P \quad F \gg P$$

Le poids du proton est bien négligeable devant la force électrostatique qu'il subit.

Q3. Système {proton} de masse m_p .
 Référentiel terrestre supposé galiléen.
 Repère (O, \vec{k}) d'axe Oz vertical orienté vers le bas.

Forces : $\vec{F} = e\vec{E}$; le poids de l'électron est négligé devant la force électrique.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext.}} = m_p \vec{a}$ soit ici : $e\vec{E} = m_p \vec{a}$ d'où : $\vec{a} = \frac{e}{m_p} \vec{E}$.

Or : $\vec{E} = E\vec{k}$ donc $\vec{a} = \frac{eE}{m_p} \vec{k}$

Q4. On a : $\vec{a} = a_z \vec{k} = \frac{dv_z}{dt} \vec{k}$ donc $a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{eE}{m_p}$.

En primitivant : $v_z(t) = \frac{eE}{m_p} t + C_1$ où C_1 est une constante.

Initialement, la vitesse du proton est nulle $v_z(0) = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ soit $0 + C_1 = 0$.

Donc $v_z(t) = \frac{eE}{m_p} t$

Q5. Méthode 1 – Utilisation du théorème de l'énergie cinétique (plus rapide)

Entre les plaques 1 et 2 : $E_{C2} - E_{C1} = W(\vec{F})$. Comme $E_{C1} = 0 \text{ J}$ et $W(\vec{F}) = qU = eU$ il vient :

$$\frac{1}{2} m_p v_2^2 = eU. \text{ Or } E = \frac{U}{d} \text{ donc : } \frac{1}{2} m_p v_2^2 = edE \text{ soit } v_2^2 = \frac{2edE}{m_p} \text{ donc } v_2 = \sqrt{\frac{2edE}{m_p}}.$$

Méthode 2 – Exploitation de l'équation horaire $z(t)$ (plus long)

$$\vec{v} = v_z \vec{k} = \frac{dz}{dt} \vec{k} \text{ donc } v_z = \frac{dz}{dt} = \frac{eE}{m_p} t.$$

$$\text{En primitivant : } z(t) = \frac{1}{2} \frac{eE}{m_p} t^2 + C_2 \text{ où } C_2 \text{ est une constante.}$$

Initialement, le proton est situé à l'origine O du repère $z(0) = 0$ m soit $0 + C_2 = 0$.

$$\text{Finalement : } z(t) = \frac{eE}{2m_p} t^2$$

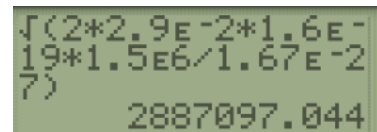
Au point de sortie de la plaque 2, le proton a parcouru la distance d à la date t_2 telle que :

$$d = z(t_2) = \frac{eE}{2m_p} t_2^2 \text{ soit } t_2^2 = \frac{2m_p d}{eE} \text{ donc } t_2 = \sqrt{\frac{2m_p d}{eE}}.$$

$$\text{On reporte l'expression de } t_2 \text{ dans } v_z(t) : v_z(t_2) = \frac{eE}{m_p} t_2 \text{ soit } v_z(t_2) = \frac{eE}{m_p} \sqrt{\frac{2m_p d}{eE}}$$

$$v_z(t_2) = \sqrt{\frac{2m_p d (eE)^2}{eE m_p^2}} = \sqrt{\frac{2deE}{m_p}}. \text{ Comme } v_2 = \sqrt{v_z^2(t_2)} \text{ il vient : } v_2 = \sqrt{\frac{2edE}{m_p}}.$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 2,9 \times 10^{-2} \times 1,5 \times 10^6}{1,67 \times 10^{-27}}} = 2,9 \times 10^6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$



Cette vitesse n'est pas comprise entre $2,3 \times 10^7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $3,1 \times 10^7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Elle est donc insuffisante pour analyser un objet d'art.

Accélérateur de Van de Graaff.

Q6. Entre les plaques 2 et 3, la force électrique exercée sur le proton est la même que celle qui s'exerçait entre les plaques 1 et 2. En effet le proton y est soumis au même champ uniforme.

L'accélération a_z du proton entre les plaques 2 et 3 est encore : $a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{eE}{m_p}$ et donc on a encore

$$v_z(t) = \frac{eE}{m_p} t.$$

VOIR COMPLÉMENT en fin de corrigé

Q7. Entre la première et la dernière plaque des 69 condensateurs : $E_{Cf} - E_{C1} = W(\vec{F})$.

$$\text{Comme } E_{C1} = 0 \text{ J et } W(\vec{F}) = qU = eU \text{ il vient } E_{Cf}(\text{final}) = eU$$

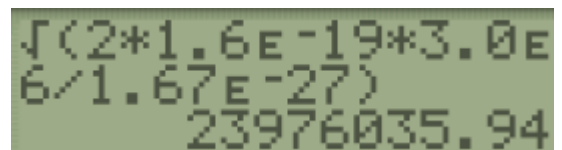
Q8. Entre la première et la dernière plaque des 69 condensateurs, la tension électrique vaut :

$$U = 3,0 \text{ MV} = 3,0 \times 10^6 \text{ V}.$$

Le théorème de l'énergie cinétique donne :

$$\frac{1}{2} m_p v_f^2 = eU \text{ donc } v_f^2 = \frac{2eU}{m_p} \text{ soit } v_f = \sqrt{\frac{2eU}{m_p}}.$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 3,0 \times 10^6}{1,67 \times 10^{-27}}} = 2,4 \times 10^7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$



Cette vitesse est bien comprise entre $2,3 \times 10^7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $3,1 \times 10^7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Elle est donc suffisante pour analyser un objet d'art.

En cas d'erreur ou de suggestion, merci de nous contacter par email : labolycee.org@labolycee.org

Q6. CE COMPLÉMENT N'EST PAS NÉCESSAIRE : (enfin on l'espère ...)

En primitivant a_z , on obtient $v_z(t) = \frac{eE}{m_p}t + C_3$ où C_3 est une constante.

Pour $t = t_2$ la vitesse du proton est donc $v_2 = \frac{eE}{m_p}t_2 + C_3$ soit : $C_3 = v_2 - \frac{eE}{m_p}t_2$.

$$\text{Donc } v_z(t) = \frac{eE}{m_p}t + \left(v_2 - \frac{eE}{m_p}t_2 \right)$$

$$\text{Comme } v_2 = \sqrt{\frac{2edE}{m_p}} \text{ alors}$$

$$v_z(t) = \frac{eE}{m_p}t + \sqrt{\frac{2edE}{m_p}} - \frac{eE}{m_p}t_2$$

$$\text{Comme } t_2 = \sqrt{\frac{2m_p d}{eE}}$$

$$v_z(t) = \frac{eE}{m_p}t + \sqrt{\frac{2edE}{m_p}} - \frac{eE}{m_p} \sqrt{\frac{2m_p d}{eE}}$$

$$v_z(t) = \frac{eE}{m_p}t + \sqrt{\frac{2edE}{m_p}} - \sqrt{\frac{2m_p d \cdot e^2 \cdot E^2}{eEm_p^2}}$$

$$v_z(t) = \frac{eE}{m_p}t + \sqrt{\frac{2edE}{m_p}} - \sqrt{\frac{2edE}{m_p}}$$

$$\text{D'où : } v_z(t) = \frac{eE}{m_p}t.$$