

A. Étude du mouvement d'un ballon lors du tir au-dessus du gardien

Q1. La trajectoire du ballon est observée dans le référentiel terrestre.

Q2. Système {ballon} de masse m et de centre de masse G

Référentiel terrestre supposé galiléen.

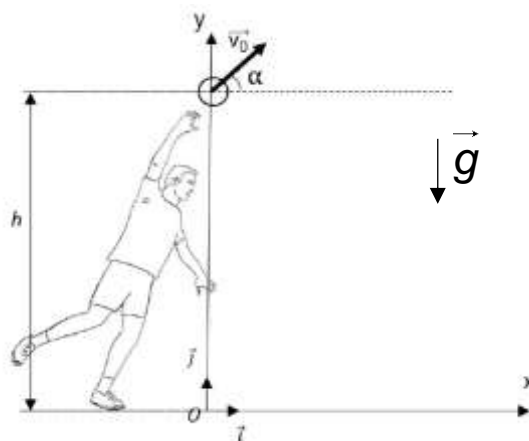
Repère (O, \vec{i}, \vec{j}) d'axes Ox et Oy.Forces : poids $\vec{P} = m\vec{g}$;

action de l'air négligée.

Deuxième loi de Newton : $\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$ soit $\vec{P} = m \cdot \vec{a}_G$ d'où $m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}_G$ donc $\boxed{\vec{a}_G = \vec{g}}$ En projection selon les axes Ox et Oy du repère choisi et compte tenu du sens du vecteur \vec{g}

il vient :

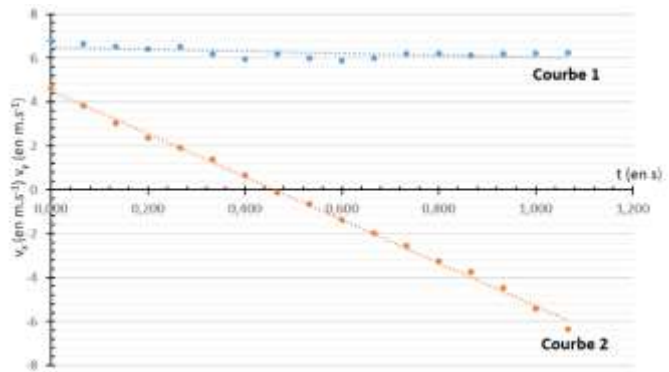
$$\vec{a}_G \begin{cases} a_x = g_x = 0 \\ a_y = g_y = -g \end{cases}$$

Q3. L'intensité de la pesanteur terrestre g s'exprime en $m \cdot s^{-2}$.La constante gravitationnelle G s'exprime en $m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$.La masse M_T s'exprime en kg et le rayon R_T s'exprime en m .a) $\frac{G \cdot M_T^2}{R_T}$ s'exprime en $\frac{m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2} \cdot kg^2}{m} = m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \neq m \cdot s^{-2}$ Ne convient pas.b) $\frac{G \cdot M_T}{R_T^2}$ s'exprime en $\frac{m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2} \cdot kg}{m^2} = m \cdot s^{-2}$ Convient.c) $\frac{G + M_T}{R_T^2}$ s'exprime en $\frac{m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2} + kg}{m^2} = m \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2} + kg \cdot m^{-2} \neq m \cdot s^{-2}$ Ne convient pas.La seule expression homogène est donc celle de b) : $\boxed{g = \frac{G \cdot M_T}{R_T^2}}$ Q4. $\vec{a}_G = \frac{d\vec{v}_G}{dt}$ donc $a_x = \frac{dv_x(t)}{dt} = 0$ et $a_y = \frac{dv_y(t)}{dt} = -g$ Ainsi en primitivant on obtient : $\vec{v}_G \begin{cases} v_x(t) = Cte_1 \\ v_y(t) = -g \cdot t + Cte_2 \end{cases}$ On détermine les constantes avec les conditions initiales : $\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$ Comme $\vec{v}_G(t=0) = \vec{v}_0$ il vient : $\begin{cases} Cte_1 = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ 0 + Cte_2 = v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$ Et finalement : $\boxed{\vec{v}_G \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_y(t) = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}}$

Q5.

La coordonnée $v_x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha)$ ne dépend pas du temps. Elle correspond à la **courbe 1** qui est modélisable par une droite horizontale qui garde approximativement la même valeur quelle que soit la date t .

La coordonnée $v_y(t) = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin(\alpha)$ est modélisable par une fonction affine décroissante au cours du temps. Elle correspond à la **courbe 2**.



Q6. On a : $v_0 = \sqrt{v_x^2(0) + v_y^2(0)}$ soit $v_0 = \sqrt{6,8^2 + 4,6^2} = 8,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Par ailleurs : $v_x(0) = v_0 \cdot \cos(\alpha)$ et $v_y(0) = v_0 \cdot \sin(\alpha)$

Donc : $\frac{v_y(0)}{v_x(0)} = \frac{v_0 \cdot \sin(\alpha)}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} = \tan(\alpha)$ soit $\alpha = \arctan\left(\frac{v_y(0)}{v_x(0)}\right)$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{4,6}{6,8}\right) = 34^\circ.$$

$$\sqrt{6,8^2 + 4,6^2} = 8.209750301$$

$$\begin{aligned} \tan^{-1}(4,6/6,8) &= 34.07719528 \\ \cos^{-1}(6,8/8,2) &= 33.97635282 \\ \sin^{-1}(4,6/8,2) &= 34.12329454 \end{aligned}$$

Remarque : on peut aussi utiliser $\alpha = \arccos\left(\frac{v_x(0)}{v_0}\right)$ ou $\alpha = \arcsin\left(\frac{v_y(0)}{v_0}\right)$.

Q7. $\vec{v}_G = \frac{d\vec{OG}}{dt}$ donc $v_x = \frac{dx(t)}{dt} = v_0 \cdot \cos(\alpha)$ et $v_y = \frac{dy(t)}{dt} = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin(\alpha)$

Ainsi en primitivant on obtient : $\vec{OG} \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t + Cte_3 \\ y(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + Cte_4 \end{cases}$

Comme $\vec{OG}(t=0) = \vec{0}$ il vient : $\begin{cases} 0 + Cte_3 = 0 \\ 0 + 0 + Cte_4 = h \end{cases}$

Et finalement : $\vec{OG} \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \\ y(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + h \end{cases}$

Q8. On isole le temps t de $x = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t$ et on reporte dans l'expression de $y(t)$ pour avoir l'équation de la trajectoire $y(x)$:

$$t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} \text{ donc } y(x) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)}\right)^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} + h$$

$$y(x) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha) \cdot x + h$$

- Q9.** Le gardien est situé à 4,0 m du tireur.
 Le but est situé à 7,0 m du tireur et la barre transversale a une hauteur de 2,0 m.
 Pour que le but soit marqué, il faut que le ballon passe :
 – au-dessus du gardien en plein saut soit : $y(x = 4,0 \text{ m}) > 2,8 \text{ m}$.
 – au-dessous de la barre transversale soit : $y(x = 7,0 \text{ m}) < 2,0 \text{ m}$.

$$y(x = 4,0 \text{ m}) = -\frac{1}{2} \times 9,81 \times \frac{4,0^2}{8,2^2 \times \cos^2(34)} + \tan(34) \times 4,0 + 2,34 = \mathbf{3,3 \text{ m} > 2,8 \text{ m}}.$$

Le ballon passe bien au-dessus du gardien en plein saut.

$$y(x = 7,0 \text{ m}) = -\frac{1}{2} \times 9,81 \times \frac{7,0^2}{8,2^2 \times \cos^2(34)} + \tan(34) \times 7,0 + 2,34 = \mathbf{1,9 \text{ m} < 2,0 \text{ m}}.$$

Le ballon passe bien sous la barre transversale.

Le jet de 7,0 m permet de marquer le but.

Handwritten calculation for $y(4.0 \text{ m})$:

$$-0.5 \times 9.81 \times 4.0^2 / (8.2^2 \times (\cos(34))^2) + \tan(34) \times 4.0 + 2.34 = 3.339857427$$

Handwritten calculation for $y(7.0 \text{ m})$:

$$-0.5 \times 9.81 \times 7.0^2 / (8.2^2 \times (\cos(34))^2) + \tan(34) \times 7.0 + 2.34 = 1.860893657$$

Remarque : on ne connaît pas le rayon du ballon de handball.

Celui-ci a une circonférence C comprise entre 58 et 60 cm pour les hommes soit un rayon $r = \frac{C}{2\pi}$ compris entre 9,2 et 9,5 cm. En tenant compte du rayon du ballon, le haut du ballon est situé entre $1,86 + 0,092 \text{ m} \approx 1,95 \text{ m}$ et $1,86 + 0,095 \text{ m} \approx 1,98 \text{ m}$. Dans les deux cas, le but est marqué.

B. Étude des ondes sonores produites par le sifflet de l'arbitre

- Q10.** Le niveau d'intensité sonore perçu par l'arbitre est 115 dB. Il donne 200 coups de sifflets d'une durée moyenne 0,3 s chacun soit une durée totale de $200 \times 0,3 = \mathbf{60 \text{ s} = 1 \text{ min}}$.
 Le tableau indique une durée limite d'exposition de 1 min par jour pour un niveau d'intensité sonore de **107 dB < 115 dB. L'arbitre encourt donc un risque auditif.**
- Q11.** L'arbitre peut utiliser des **bouchons d'oreille** pour se protéger. Une partie de l'onde sonore du sifflet sera absorbée par le bouchon d'oreille. Il s'agit donc d'une **atténuation par absorption**.

Q12. $L = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$ soit $\frac{L}{10} = \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$ et $\frac{I}{I_0} = 10^{\frac{L}{10}}$ d'où $I = I_0 \cdot 10^{\frac{L}{10}}$.

$$I = 1,0 \times 10^{-12} \times 10^{\frac{115}{10}} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} = 1,0 \times 10^{-0,5} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} = \mathbf{3,2 \times 10^{-1} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}}.$$

Handwritten calculation for I :

$$10^{(-0.5)} \cdot 3.16227766 \cdot 10^{-12} = 3.16227766 \cdot 10^{-13}$$

Q13. Puissance sonore du sifflet : $I = \frac{P}{4\pi d^2}$ donc $P = 4\pi \cdot d^2 \cdot I$
 soit $P = 4\pi \times (0,15)^2 \times 3,16 \dots \times 10^{-1} \text{ W} = \mathbf{8,9 \times 10^{-2} \text{ W}}$.

- Q14.** Le spectateur situé à $d_s = 5,0 \text{ m}$ de l'arbitre perçoit le niveau d'intensité sonore

$$L_s = 10 \cdot \log\left(\frac{I_s}{I_0}\right) \text{ avec } I_s = \frac{P}{4\pi d_s^2} \text{ soit } L_s = 10 \cdot \log\left(\frac{\frac{P}{4\pi \cdot d_s^2}}{I_0}\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{P}{4\pi \cdot d_s^2 \cdot I_0}\right).$$

$$L_s = 10 \times \log\left(\frac{8,9 \times 10^{-2}}{4\pi \times 5,0^2 \times 1,0 \times 10^{-12}}\right) = \mathbf{85 \text{ dB}}.$$

Handwritten calculation for L_s :

$$10 \times \log(8.9 \times 10^{-2} / (4 \times \pi \times 5.0^2 \times 1.0 \times 10^{-12})) = 84.52240134$$

Q15. L'atténuation le niveau d'intensité sonore du sifflet perçue par l'arbitre et par le spectateur est : $A = 115 - 85 \text{ dB} = 30 \text{ dB}$.

Il s'agit d'une **atténuation géométrique** liée au fait que l'énergie sonore transportée par l'onde se répartit sur une surface d'aire $4\pi d^2$ de plus en plus grande.

Q16. Niveau d'intensité sonore dû au bruit ambiant perçue par le spectateur : $L_1 = 75 \text{ dB}$.

Niveau d'intensité sonore dû au sifflet perçue par le spectateur : $L_2 = 75 \text{ dB}$.

L'intensité sonore I perçue par le spectateur est : $I = I_1 + I_2$.

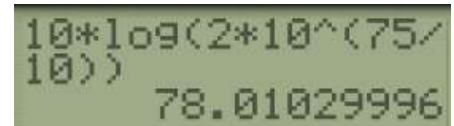
avec : $I_1 = I_0 \cdot 10^{\frac{L_1}{10}} = I_2$ donc $I = 2I_1$

En effet seules les intensités sonores s'ajoutent, pas les niveaux d'intensité sonore.

Le niveau d'intensité sonore perçue par le spectateur est :

$$L = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{2 \times I_0 \cdot 10^{\frac{L_1}{10}}}{I_0}\right) = 10 \cdot \log\left(2 \times 10^{\frac{L_1}{10}}\right)$$

$$\text{Soit } L = 10 \cdot \log\left(2 \times 10^{\frac{75}{10}}\right) = \mathbf{78 \text{ dB}}.$$



10*log(2*10^(75/10))
78.01029996