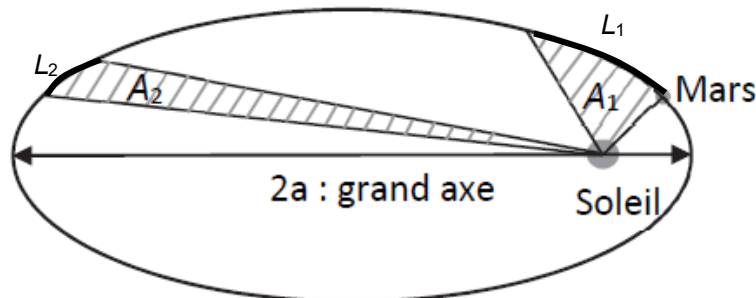


EXERCICE 3 - MARS VUE SOUS L'OEIL DE KEPLER (6 points)**1. Étude et utilisation des lois de Kepler**

Q1. Énoncer les deux premières lois de Kepler. En exploitant la deuxième loi et le schéma de la figure 1, justifier que le mouvement de Mars dans le référentiel héliocentrique n'est pas uniforme.

(0,5pt) 1^{ère} loi de Kepler : dans le référentiel héliocentrique, l'orbite de chaque planète est une ellipse dont le Soleil occupe l'un des foyers.

(0,5pt) 2^{ème} loi de Kepler : dans le référentiel héliocentrique, le rayon vecteur Soleil–Planète balaye des aires égales pendant des durées égales.



Pendant même durée Δt , Mars parcourt les arcs d'ellipse de longueur L_1 et L_2 telles que $L_1 > L_2$.

Donc : $\frac{L_1}{\Delta t} > \frac{L_2}{\Delta t}$ soit $v_1 > v_2$. La vitesse de Mars au voisinage du point le plus proche du Soleil (périhélie) est plus grande que sa vitesse au voisinage du point le plus éloigné (aphélie).

La vitesse de Mars sur son orbite n'est pas constante. Le mouvement de Mars n'est donc pas uniforme.

Q2. Recopier sur la copie la ligne 8 du programme et la compléter.

(0,25pt) 1 an = 365 j = 365×24 h = 365×24×3600 s.

Donc la ligne 8 du programme est : « an = 365*24*3600 ».

Q3. Proposer sur la copie un commentaire en précisant la finalité des lignes 16 et 17 du programme et les unités des grandeurs calculées.

(0,25pt) La ligne 16 du programme « acube = am**3 » calcule le cube du demi-grand axe exprimé en m³.

En effet, le demi-grand axe am de l'ellipse est exprimé en mètre :

ligne 7 « au = 1.496*10**11 »

ligne 13 « am = a*au ».

Commentaire ligne 16 : # Calcul du demi-grand axe au cube en m³.

La ligne 17 du programme « Tcarre = Ts**2 » calcule le carré de la période de révolution exprimé en s².

En effet, la période Ts est exprimée en seconde :

ligne 8 « an = 365*24*3600 »

ligne 14 « Ts = T*an »

Commentaire ligne 17 : # Calcul de la période de révolution au carré en s².

Q4. Commenter la figure 3 au regard des lois de Kepler.

(0,5pt) La courbe représentative de T^2 en fonction de a^3 est une droite qui passe par l'origine.

Ainsi T^2 est proportionnel à a^3 soit : $T^2 = k \times a^3$ avec k la pente de la droite.

La troisième loi de Kepler est vérifiée.

Q5. Déterminer la valeur du demi-grand axe de l'orbite de Mars, noté a_{Mars} , et justifier qu'elle correspond à la quatrième planète du système solaire en partant du Soleil.

(0,75pt) Déterminons la valeur de k entre les points (0 m³, 0 s²) et (2,00×10³⁴ m³, 6,0×10¹⁵ s²) :

$$k = \frac{(6,0 \times 10^{15} - 0) \text{ s}^2}{(2,00 \times 10^{34} - 0) \text{ m}^3} = 3,0 \times 10^{-19} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3}.$$

Pour la planète Mars : $T_{\text{Mars}}^2 = k \times a_{\text{Mars}}^3$

$$a_{\text{Mars}}^3 = \frac{T_{\text{Mars}}^2}{k} \text{ soit } a_{\text{Mars}} = \left(\frac{T_{\text{Mars}}^2}{k} \right)^{\frac{1}{3}}$$

Avec $T_{\text{Mars}} = 687 \text{ j} = 687 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s}$

$$a_{\text{Mars}} = \left(\frac{(687 \times 24 \times 3600)^2}{3,0 \times 10^{-19}} \right)^{\frac{1}{3}} \text{ m} = 2,3 \times 10^{11} \text{ m}.$$

Valeur cohérente car comprise entre $a_{\text{Terre}} = 1,5 \times 10^{11} \text{ m}$ et $a_{\text{Jupiter}} = 7,8 \times 10^{11} \text{ m}$.

$$\frac{6 \times 10^{15}}{2 \times 10^{34}} = 3 \times 10^{-19}$$

$$\left(\frac{(687 \times 24 \times 3600)^2}{3 \times 10^{-19}} \right)^{\frac{1}{3}} = 2.27303733 \times 10^{11}$$

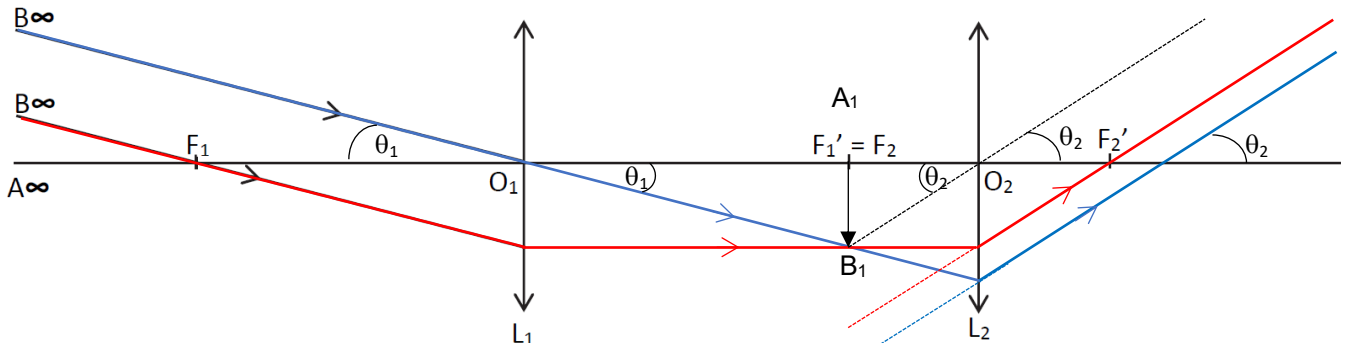
2. Observer Mars à l'aide d'une lunette astronomique

Q6. Sur la figure A₁ de l'ANNEXE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE, on note L₁ et L₂ les deux lentilles minces convergentes. Préciser la lentille correspondant à l'objectif et celle correspondant à l'oculaire de la lunette.

(0,25pt) La lentille L₁ est la lentille la plus proche de l'objet à observer : L₁ est l'objectif.

La lentille L₂ est la lentille la plus proche de l'œil : L₂ est l'oculaire

Q7. Tracer sur la figure A₁ de l'ANNEXE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE la marche des rayons lumineux provenant de B_∞ à travers la lentille L₁ et la lentille L₂ en faisant apparaître l'image intermédiaire, notée A₁B₁, de l'objet A_∞B_∞ à travers la lentille L₁.



(1pt) Justifications ci-dessous non demandées.

Le rayon issu de B_∞ et passant par le foyer objet F₁, émerge de L₁ parallèlement à l'axe optique (en rouge). Il sort de L₂ en passant par le foyer image F'₂ de L₂.

Le rayon issu de B_∞ et passant par le centre optique O₁ de L₁ n'est pas dévié (en bleu). Il sort de L₂ parallèle au rayon précédent car l'image définitive est située à l'infini.

L'objet A_∞B_∞ étant situé à l'infini, son image A₁B₁ par L₁ est située dans le plan focal image de L₁ : A₁ est donc confondu avec F'₁ = F₂ et B₁ est l'intersection des deux rayons issus de B_∞.

Q8. Représenter les angles θ₁ (angle sous lequel est vu Mars à l'œil nu) et θ₂ (angle sous lequel est vu Mars à l'aide de la lunette) sur la figure A₁ de l'ANNEXE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE.

(0,5pt) Angles représentés sur l'annexe A₁.

Q9. On rappelle que le grossissement G de la lunette s'écrit : $G = \frac{\theta_1}{\theta_2}$. Établir que le grossissement

s'exprime en fonction des distances focales de l'objectif et de l'oculaire notées respectivement f'_{obj} et

$$f'_{ocu} : G = \frac{f'_{obj}}{f'_{ocu}}.$$

(0,5pt) Grossissement : $G = \frac{\theta_2}{\theta_1}$. Pour de petits angles exprimés en radian : $\tan \theta \approx \theta$.

$$\text{Triangle } O_1A_1B_1 : \tan \theta_1 = \frac{A_1B_1}{O_1F'_1} = \frac{A_1B_1}{f'_{obj}} \approx \theta_1 ; \quad \text{Triangle } O_2A_1B_1 : \tan \theta_2 = \frac{A_1B_1}{O_2F'_2} = \frac{A_1B_1}{f'_{ocu}} \approx \theta_2$$

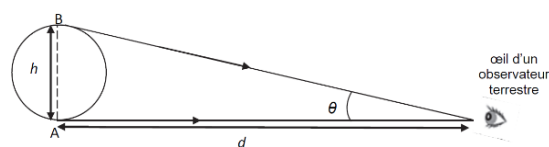
$$G = \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{\frac{A_1B_1}{f'_{ocu}}}{\frac{A_1B_1}{f'_{obj}}} = \frac{f'_{obj}}{f'_{ocu}} \Leftrightarrow \boxed{G = \frac{f'_{obj}}{f'_{ocu}}}$$

Q10. Dans la situation où Mars est au plus près de la Terre, déterminer parmi les oculaires fournis avec la lunette décrite au tableau 2, celui qui permet à un observateur de voir Mars au moins aussi grosse que la Lune vue à l'œil nu.

(1pt)

$$G = \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{f'_{obj}}{f'_{ocu}} \text{ donc } f'_{ocu} = \frac{f'_{obj} \times \theta_1}{\theta_2} \text{ avec } f'_{obj} = 900 \text{ mm.}$$

Pour de petits angles en radian : $\tan \theta \approx \theta = \frac{h}{D}$.



Angle sous lequel Mars est vue à l'œil nu : $\theta_M = \frac{h}{D} = \frac{6794 \text{ km}}{62,07 \times 10^6 \text{ km}} = 1,095 \times 10^{-4} \text{ rad.}$

| |
|----------------------------------|
| 6794 |
| $\frac{6794}{62.07 \times 10^6}$ |
| $1.094570646 \times 10^{-4}$ |

Angle sous lequel la Lune est vue à l'œil nu : $\theta_L = 9,0 \times 10^{-3} \text{ rad.}$

L'observateur souhaite voir Mars à travers la lunette astronomique au moins aussi grosse que la Lune vue à l'œil nu donc :

$$\theta_2 \geq \theta_L = 9,0 \times 10^{-3} \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$$\theta_1 = \theta_M = 1,095 \times 10^{-4} \times 10^{-3} \text{ rad.}$$

Dans le cas où $\theta_2 = \theta_L \Leftrightarrow f'_{ocu} = \frac{900 \text{ mm} \times 1,095 \times 10^{-4} \text{ rad}}{9,0 \times 10^{-3} \text{ rad}} = 11 \text{ mm.}$

| |
|--|
| $\frac{900 \times 1.095 \times 10^{-4}}{9 \times 10^{-3}}$ |
| 10.95 |

Le grossissement minimal correspondant est $G_{\min} = \frac{f'_{obj}}{f'_{ocu}} = \frac{900}{11} = 82.$

| |
|--------------------------------------|
| $\frac{900}{11} \approx 81.81818182$ |
|--------------------------------------|

Calculons les trois grossissements possibles pour les trois oculaires : $G = \frac{f'_{obj}}{f'_{ocu}} = \frac{900}{f'_{ocu}}$

| f'_{ocu} (en m) | 10 | 25 | 40 |
|-------------------|----|----|------|
| G | 90 | 36 | 22,5 |

Seul l'objectif de distance focale **10 mm** convient car $G = 90 > G_{\min} = 82.$

| | |
|-------------------------|-----------------------|
| $\frac{900}{25} = 36$ | |
| $\frac{900}{40} = 22.5$ | $\frac{45}{2} = 22.5$ |

Merci de nous signaler d'éventuelles erreurs : labolycee@labolycee.org