

## 1. Observation de Saturne par Huygens

**Q1.** Un instrument optique afocal donne d'un objet observé à l'infini, une image également observée à l'infini (Cela permet à l'œil de l'observateur de ne pas accommoder et ainsi d'éviter la fatigue visuelle).

**Q2. et Q3.** : Voir ANNEXE en fin de corrigé

**Q2. Explications (non demandées) :** Pour qu'une lunette astronomique soit afocale, le foyer objet  $F_2$  de la lentille  $L_2$  doit être confondue avec le foyer image  $F'_1$  de la lentille  $L_1$ . Le foyer image  $F'_2$  est le symétrique de  $F_2$  par rapport à la lentille  $L_1$ .

**Q3. Explications (non demandées) :** L'objet B étant à l'infini, l'image intermédiaire  $B_1$  se forme dans le plan focal image de la lentille  $L_1$ .

Les rayons entrants dans la lentille  $L_1$  sont parallèles entre eux : ils émergent tous par le point image intermédiaire  $B_1$ .

Les rayons issus de l'image intermédiaire  $B_1$ , située dans le plan focal objet de la lentille  $L_2$ , ressortent tous parallèles entre eux. Pour trouver leur direction, la solution la plus simple est de tracer le rayon  $B_1O_2$  qui ressort de la lentille  $L_2$  en étant non dévié.

**Q4.** D'après les données, pour la lunette de Huygens,  $f'_1 = 329$  cm et  $f'_2 = 7,0$  cm.

Pour que la lunette soit afocale, il faut que la distance entre l'objectif et l'oculaire soit égale à  $f'_1 + f'_2$  soit  $329 + 7,0 = 336$  cm

D'après la figure 4. Cette distance vaut  $372 - 36 = 336$  cm : la lunette peut être considérée comme afocale.

**Q5.**  $\theta'$  : Voir ANNEXE en fin de corrigé

**Q6.** Par définition du grossissement de la lunette :  $G_{Huy} = \frac{\theta'}{\theta}$

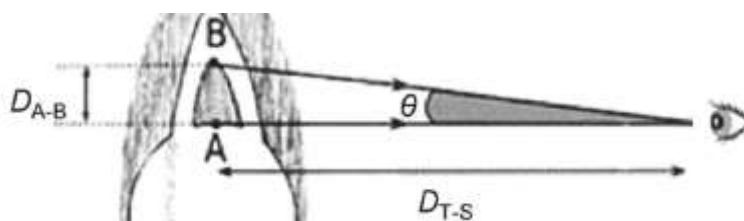
**Q7.** Dans le triangle  $O_1A_1B_1$  :  $\tan \theta = \frac{A_1B_1}{O_1A_1} = \frac{A_1B_1}{f'_1} \approx \theta$  (approximation des petits angles).

Dans le triangle  $O_2A_1B_1$  :  $\tan \theta' = \frac{A_1B_1}{O_2A_1} = \frac{A_1B_1}{f'_2} \approx \theta'$  (approximation des petits angles).

$$\text{Ainsi, } G_{Huy} = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{A_1B_1}{f'_2} \times \frac{f'_1}{A_1B_1} = \frac{f'_1}{f'_2}.$$

$$\text{Q8. } G_{Huy} = \frac{329 \text{ cm}}{7,0 \text{ cm}} = 47$$

**Q9.** En s'inspirant du schéma de la figure 5.  $\tan \theta = \frac{D_{A-B}}{D_{T-S}} \approx \theta$  (approximation des petits angles).



Donc  $\theta = \frac{3,17 \times 10^4 \text{ km}}{1,42 \times 10^9 \text{ km}} = 2,23 \times 10^{-5} \text{ rad}$  (l'approximation des petits angles n'est valable qu'en radian).

En utilisant la définition du grossissement :  $G_{Huy} = \frac{\theta'}{\theta}$  donc  $\theta' = G_{Huy} \times \theta$

$$\theta' = 47 \times 2,23 \times 10^{-5} \text{ rad} = 1,0 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

Cette valeur est supérieure à  $3,0 \times 10^{-4} \text{ rad}$ , condition indiquée dans l'énoncé pour distinguer deux points donc Huygens a pu distinguer Saturne de ses anneaux à travers sa lunette.

**Q10.**  $\theta_{\text{diff}} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{a}$

Pour Galilée :  $\theta_{\text{diff}} = 1,22 \times \frac{550 \times 10^{-9}}{29,0 \times 10^{-3}} = 2,31 \times 10^{-5} \text{ rad}$

On a calculé précédemment que vu depuis la Terre  $\theta = 2,23 \times 10^{-5} \text{ rad}$ .

Donc  $\theta_{\text{diff}} > \theta$ , ce qui confirme qu'à cause du phénomène de diffraction Galilée ne pouvait pas distinguer Saturne de ses anneaux.

Pour Huygens :  $\theta_{\text{diff}} = 1,22 \times \frac{550 \times 10^{-9}}{51,0 \times 10^{-3}} = 1,32 \times 10^{-5} \text{ rad} < \theta$  ainsi Huygens a pu observer les anneaux.

## 2. Observation de Saturne par Huygens

**Q11.** Huygens a constaté plusieurs fois qu'il fallait 16 jours\* pour revoir Titan au même point : il s'agit de la période de révolution de Titan autour de Saturne d'où l'idée de diviser sa trajectoire en 16 : une observation par jour à la même heure.

\* le 25 mars et le 10 avril ; le 3 et le 19 avril ; le 13 et le 29.

**Q12.**  $\vec{F}_{S/T} = G \cdot \frac{M_T \cdot M_S}{R^2} \cdot \vec{u}_n$

**Q13.** Système : {Titan} de masse  $M_T$

Référentiel : saturnocentrique considéré galiléen

Inventaire des forces : uniquement la force d'attraction gravitationnelle exercée par Saturne  $\vec{F}_{S/T}$

Deuxième loi de Newton ( $\sum \vec{F} = M_T \cdot \vec{a}$ ) :  $\vec{F}_{S/T} = M_T \cdot \vec{a}$  donc  $G \cdot \frac{M_T \cdot M_S}{R^2} \cdot \vec{u}_n = M_T \cdot \vec{a}$  donc  $\vec{a} = \frac{G \cdot M_S}{R^2} \cdot \vec{u}_n$

Dans le repère de Frenet, pour un mouvement circulaire  $\vec{a} = \frac{v^2}{R} \cdot \vec{u}_n + \frac{dv}{dt} \vec{u}_t$ .

Par analogie entre ces deux expressions de  $\vec{a}$ , on en déduit que :

- selon  $\vec{u}_t$  :  $\frac{dv}{dt} = 0$  donc  $v = \text{constante}$  : le mouvement est uniforme.

- selon  $\vec{u}_n$  :  $\frac{v^2}{R} = \frac{G \cdot M_S}{R^2} \Leftrightarrow v^2 = \frac{G \cdot M_S}{R} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M_S}{R}}$

**Q14.** La vitesse étant constante, on peut écrire :  $v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{2\pi.R}{T_{Kep}}$  pour une révolution.

Donc  $T_{Kep} = \frac{2\pi.R}{v} = \frac{2\pi.R}{\sqrt{\frac{G.M_s}{R}}}$  d'après la question Q13.

Ainsi,  $T_{Kep} = \frac{2\pi \times 1,22 \times 10^6 \times 10^3 \text{ m}}{\sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \text{ SI} \times 5,68 \times 10^{26} \text{ kg}}{1,22 \times 10^6 \times 10^3 \text{ m}}}} = 1,38 \times 10^6 \text{ s}$

Handwritten calculation of the orbital period  $T_{Kep}$  using the formula  $T_{Kep} = \frac{2\pi R}{\sqrt{\frac{GM_s}{R}}}$ . The values substituted are  $R = 1,22 \times 10^6 \times 10^3 \text{ m}$  and  $GM_s = 6,67 \times 10^{-11} \times 5,68 \times 10^{26} \text{ kg}$ . The final result is  $1.375569474 \text{ E}6$ .

La valeur trouvée par Huygens était 15 jours, 23 heures et 13 minutes soit :

$15 \times 24 \times 3600 + 23 \times 3600 + 13 \times 60 = 1\,379\,580 \text{ s} = 1,38 \times 10^6 \text{ s}$  ce qui est (avec 3 CS) la même valeur que celle prédite par la mécanique de Newton.

Handwritten calculation of the time in seconds for 15 days, 23 hours, and 13 minutes:  $15 \times 24 \times 3600 + 23 \times 3600 + 13 \times 60 = 1.37958 \text{ E}6$ .

ANNEXE questions Q2.,Q3.,Q5.

