

EXERCICE A-FORMULE 1: FREINAGE EN LIGNE DROITE (5 points)

Mots-clés : mécanique, lois de Newton, modélisation

1. En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que les coordonnées du vecteur

accélération du système \vec{a} sont :
$$\vec{a} = \begin{cases} a_x(t) = -\frac{f}{m} \\ a_y(t) = 0 \end{cases}$$

Système : {pilote + voiture} de masse m

Référentiel : la piste, référentiel terrestre supposé galiléen

Deuxième loi de Newton : $\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a}$

$$\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$$

Par projection sur l'axe horizontal Ox : $P_x + R_{Nx} + f_x = m \cdot a_x$

$$0 + 0 - f = m \cdot a_x$$

On retrouve bien $a_x = -\frac{f}{m}$.

Par projection sur l'axe vertical Oy : $P_y + R_{Ny} + f_y = m \cdot a_y$

$$-P + R_N + 0 = m \cdot a_y$$

La force \vec{R}_N compense le poids \vec{P} donc $0 = m \cdot a_y$ ainsi on retrouve $a_y = 0$.**2. Justifier que, dans le cadre de cette étude, on peut écrire $\Delta v = a_x \cdot \Delta t$.**Par définition $a = \frac{dv}{dt}$, ainsi suivant l'axe horizontal $a_x = \frac{dv_x}{dt}$.La force f reste constante, or $a_x = -\frac{f}{m}$.Donc l'accélération horizontale a_x est constante et on a alors $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$.

$$\Delta v = a_x \cdot \Delta t$$

La vitesse passe de la valeur $v_A = 321 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ au point A à la valeur $v_B = 84 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ au point B pendant la durée $\Delta t = 1,50 \text{ s}$.**3. Calculer la valeur de l'accélération (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$) à partir de ces données. La comparer avec la valeur de 6 G mentionnée dans le texte introductif. On rappelle : $1 \text{ G} = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.**

$$a_x = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a_x = \frac{84 - 321 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{1,50 \text{ s}} = \frac{-237 \times 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s} \cdot 1,50 \text{ s}} = -43,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = -4,47 \text{ G}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$a = 43,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 4,47 \text{ G} < 6 \text{ G}$$

237*1000	
3600	
1.5	
<hr/>	
	4.388888889E1
Rep/9.81	
	4.473892853E0

4. Indiquer si le pilote prend un risque pour sa santé lors du freinage.

Pour une durée de freinage de 1,5 s, on lit que la zone de risque faible est pour une accélération inférieure à 18 G.

Comme ici $a = 4,47 \text{ G} < 18 \text{ G}$, on peut dire que le pilote ne prend pas de risque lors du freinage.

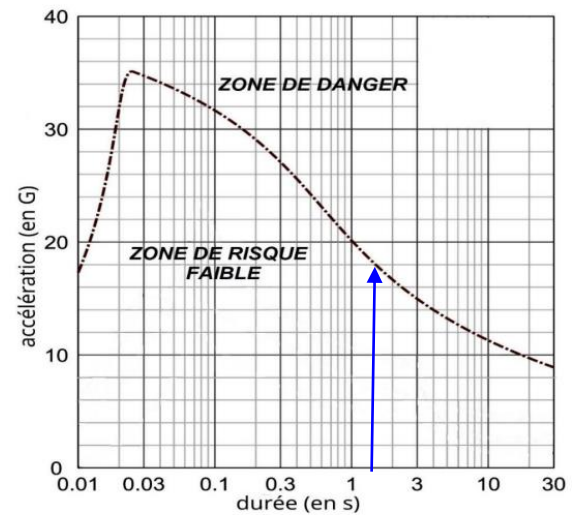


Fig.4 - Limites de tolérance d'un individu à l'accélération

Validité du modèle simplifié

Pour tester la validité du modèle précédent, on compare l'évolution de la vitesse en fonction du temps prévue par le modèle à celle déduite des mesures réalisées grâce aux capteurs embarqués.

5. Montrer que, dans le cadre du modèle simplifié utilisé, la coordonnée $v_x(t)$ du vecteur vitesse a pour expression en fonction du temps lors du freinage :

$$a_x = -\frac{f}{m} \text{ et } a_x = \frac{dv_x}{dt} \text{ donc en primitivant il vient } v_x = -\frac{f}{m} \cdot t + \text{Cte}$$

On détermine la valeur de la constante grâce aux conditions initiales, à $t = 0 \text{ s}$, on a $v = v_A = 321 \text{ km.h}^{-1}$.

$$v_x(t=0) = v_A = -\frac{f}{m} \times 0 + \text{Cte}, \text{ ainsi } \text{Cte} = v_A$$

$$v_x = -\frac{f}{m} \cdot t + v_A$$

$$321 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{321 \times 1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 89 \text{ m.s}^{-1}$$

Les relevés effectués lors de l'intégralité du freinage du virage 10 permettent d'obtenir la coordonnée v_x du vecteur vitesse en temps réel et de tracer le graphique présenté sur la figure 5.

6. Comparer l'allure du graphique de la figure 5 avec l'allure prédite par la modélisation à la question précédente.

Le modèle est une fonction affine du temps $v_x = a \cdot t + b$

avec $a = -\frac{f}{m}$ et $b = v_A$ dont l'allure est une droite passant

par l'ordonnée $v_x = v_A$.

Ce modèle convient pour environ $0 < t < 0,4 \text{ s}$, mais ensuite la courbe n'est plus modélisable par une fonction affine.

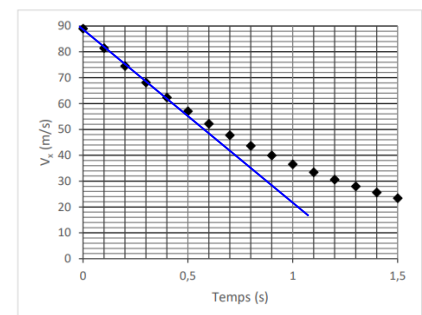


Fig.5 - Relevé de la coordonnée suivant x de la vitesse lors du freinage.

7. Indiquer quelle hypothèse de la modélisation précédente doit être remise en question si on considère l'intégralité du freinage.

On avait $v_x = -\frac{f}{m} \cdot t + v_A$ en faisant l'hypothèse que la force de frottement était constante.

On peut donc penser qu'en réalité, cette force n'est pas constante.