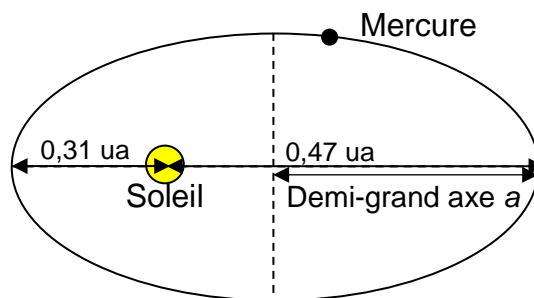


Étude de la trajectoire de Mercure

- Première loi de Kepler : dans le référentiel héliocentrique, l'orbite de chaque planète est une ellipse dont le Soleil occupe l'un des foyers.
- La distance de Mercure varie entre 0,31 ua et 0,47 ua,
donc $2a = 0,31 + 0,47$ ua
 $2a = 0,78$ ua
 $a = 0,39$ ua

```
0.31+0.47
Ans/2
.78
.39
```



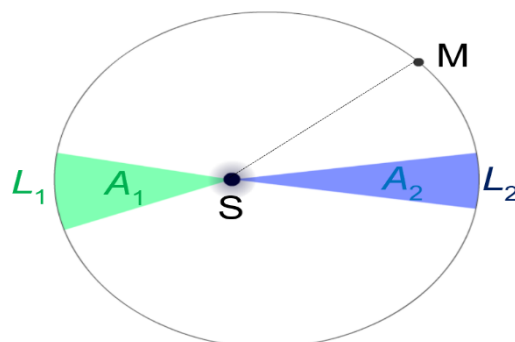
- Deuxième loi de Kepler : la droite rayon Soleil-Planète balaie des aires égales pendant des durées égales. Ainsi, pour la même durée Δt , les aires A_1 et A_2 sont égales mais les arcs d'ellipse parcourus L_1 et L_2 sont différents :

$$A_1 = A_2 \quad \text{et} \quad L_1 > L_2$$

$$\text{Donc : } \frac{L_1}{\Delta t} > \frac{L_2}{\Delta t} \quad \text{soit} \quad v_1 > v_2.$$

La vitesse v_1 de Mercure au point le plus proche du Soleil (périhélie) est plus grande que sa vitesse v_2 au point le plus éloigné (aphélie).

La vitesse minimale de Mercure $39 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ est sa vitesse au point le plus éloigné de son orbite par rapport au Soleil.



- T est la période de révolution de Mercure, c'est la durée nécessaire pour que Mercure fasse un tour complet autour du Soleil et a est le demi-grand axe de son orbite.

$$\frac{T^2}{a^3} = k \quad \text{soit} \quad T^2 = k \cdot a^3 \quad \text{d'où} : T = \sqrt{k \cdot a^3}.$$

$$a = 0,39 \text{ ua} = 0,39 \times 1,5 \times 10^{11} \text{ m}$$

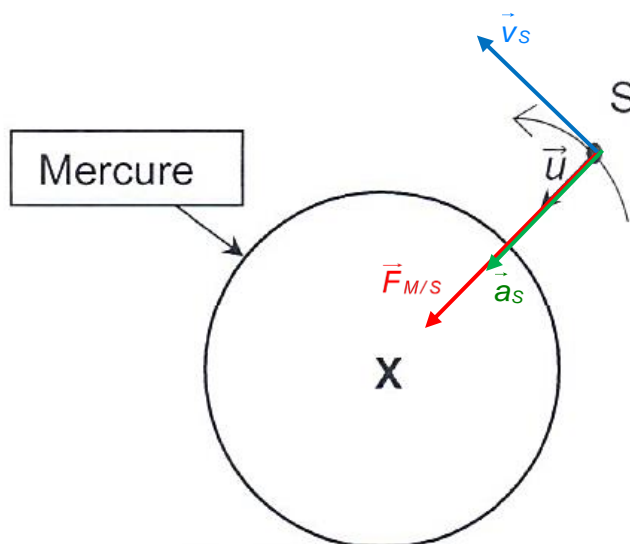
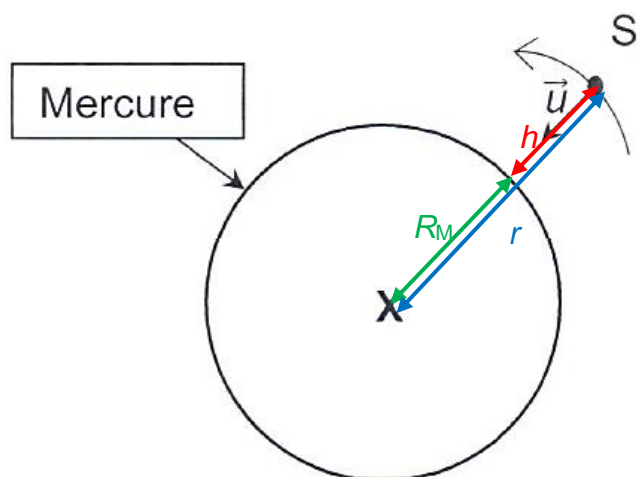
$$T = \sqrt{2,9 \times 10^{-19} \times (0,39 \times 1,5 \times 10^{11})^3} = 7,6 \times 10^6 \text{ s}$$

$$T = 88 \text{ j} \quad \text{soit un peu de trois mois} \quad (3 \times 30 = 90 \text{ j}).$$

```
√(2.9E-19*(0.39*
1.5E11)^3)
7619610.964
Ans/(24*3600)
88.18994172
Ans/3
29.39664724
```

Étude de la trajectoire de Messenger

- Schéma complété



6. Deuxième loi de Newton : dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées au centre de masse d'un système est égale au produit de la masse du système par son vecteur accélération : $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$.

On étudie le mouvement du système {Messenger}, de masse m_S dans le référentiel mercurocentrique supposé galiléen. Messenger est soumise à la seule force gravitationnelle exercée par le Soleil :

$$\vec{F}_{S/M} = \frac{G \cdot M \cdot m_S}{(R_M + h)^2} \vec{u}$$

La deuxième loi de Newton donne : $\vec{F}_{S/M} = m_S \cdot \vec{a}_S$ soit $\frac{G \cdot M \cdot m_S}{(R_M + h)^2} \vec{u} = m_S \cdot \vec{a}_S$

Finalement : $\vec{a}_S = \frac{G \cdot M}{(R_M + h)^2} \vec{u}$.

7. On a : $a_S = \frac{G \cdot M}{(R_M + h)^2}$ donc $M = \frac{a_S \cdot (R_M + h)^2}{G}$.

$$M = \frac{3,15 \times (2440 \times 10^3 + 200 \times 10^3)^2}{6,67 \times 10^{-11}} = 3,29 \times 10^{23} \text{ kg.}$$

8. Troisième loi de Kepler : $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M}$.

Appliquée au mouvement de la sonde Messenger autour de Mercure : $\frac{T_S^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M}$

Soit $a^3 = \frac{T_S^2 \cdot G \cdot M}{4\pi^2}$ donc $a = \left(\frac{T_S^2 \cdot G \cdot M}{4\pi^2} \right)^{1/3}$

$$a = \left(\frac{(8,00 \times 3600)^2 \times 6,67 \times 10^{-11} \times 3,29 \times 10^{23}}{4\pi^2} \right)^{1/3} = 7,73 \times 10^6 \text{ m} = 7,73 \times 10^3 \text{ km.}$$

La valeur du demi-grand axe a est nettement plus grande que le rayon $r = R_M + h = 2640 \text{ km}$. La trajectoire de la sonde ne peut donc pas être circulaire de rayon r autour de Mercure.