

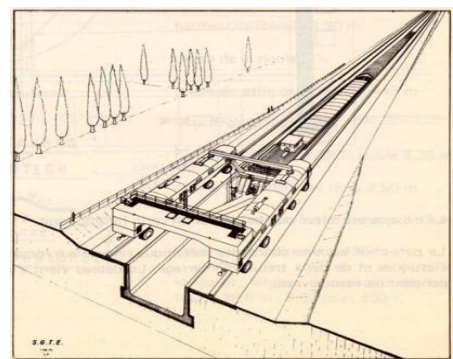
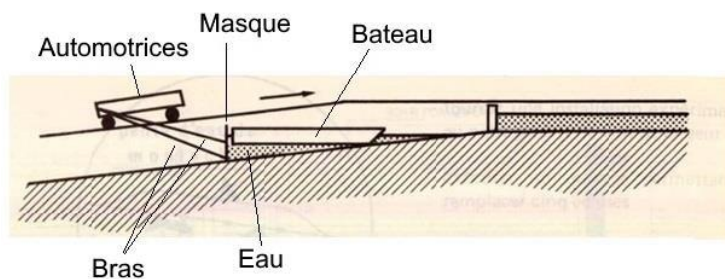
Mots-clés : étude d'un mouvement, modèle optique d'une lunette astronomique

La pente d'eau de Montech est un ascenseur à bateaux établi sur un canal latéral de la Garonne, de la commune de Montech dans le sud-ouest de la France. Hors service depuis 2009, la pente est devenue un site touristique en 2021. La pente permettait de monter ou descendre les bateaux en vingt minutes.



D'après <https://www.pentedeaudemontech.fr/>

Principe de fonctionnement de la pente d'eau de Montech

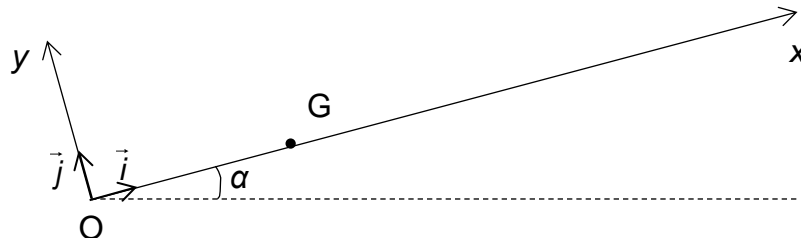


D'après Éditions de la navigation du Rhin

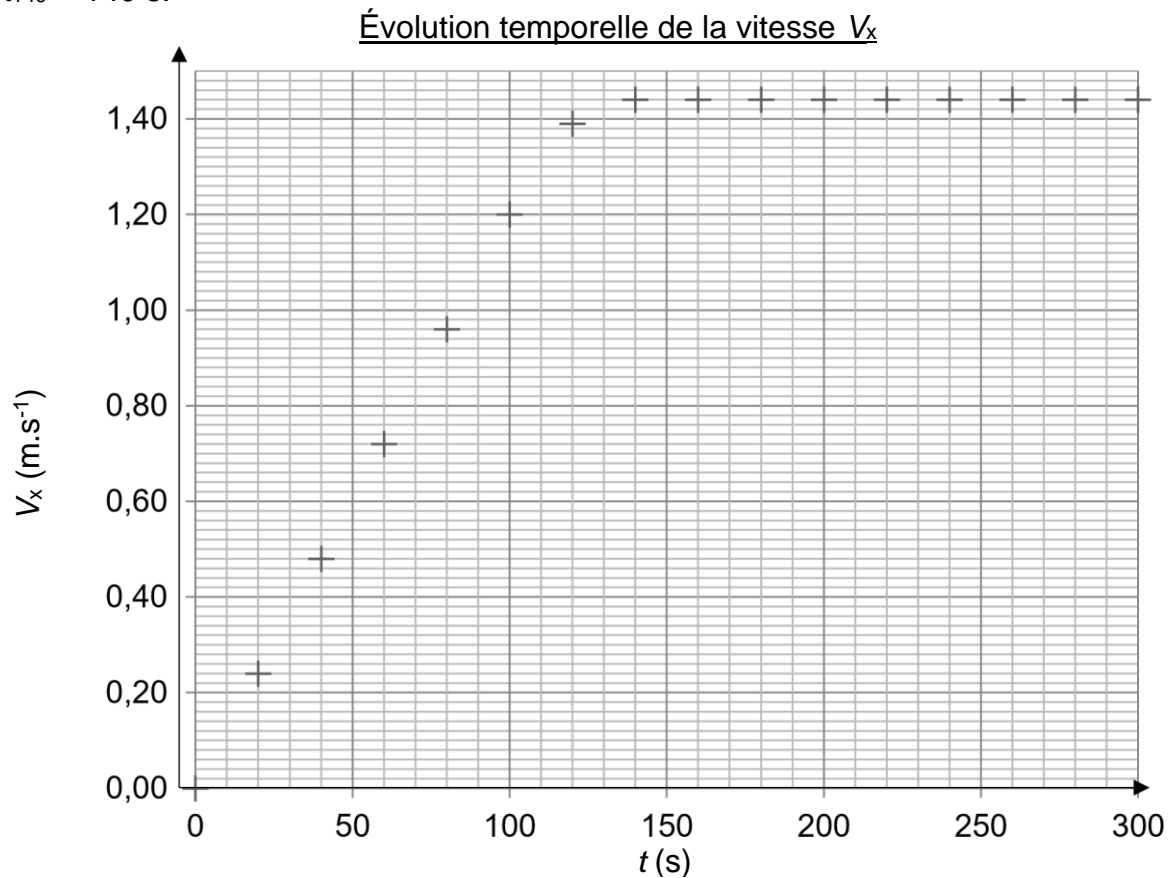
Un panneau vertical en acier appelé masque retient l'eau sur laquelle le bateau flotte. Deux automotrices, liées entre elles, poussent le système {bateau + eau + masque} par l'intermédiaire de deux bras.

A. Étude cinématique du mouvement du système {bateau + eau + masque}

Le système {bateau + eau + masque} de centre de masse G se déplace le long de l'axe Ox incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. À l'instant initial $t = 0$ s, le centre de masse G du système se trouve en O .



Après une accélération constante pendant 100 s, le système atteint une vitesse limite V_{140} à la date $t_{140} = 140$ s.



A.1. Donner la relation entre le vecteur accélération $\vec{a}(t)$ et le vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ puis en déduire, en justifiant la réponse, celle entre les normes $a(t)$ et $v(t)$.

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}$$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = a > 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = 0 \end{cases}$$

$$\|\vec{a}\| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x^2} = a_x$$

Comme $a_x > 0$ et $a_y = 0$, alors on peut confondre coordonnée a_x et norme a .

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v > 0 \\ v_y = 0 \end{cases}$$

$$\|\vec{v}\| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_x^2} = v_x$$

Comme $v_x > 0$ et $v_y = 0$, alors on peut confondre coordonnée v_x et norme v .

Ainsi $a(t) = \frac{dv(t)}{dt}$.

A.2. En analysant la courbe précédente, montrer que l'accélération du système est bien constante entre $t_0 = 0$ s et $t_1 = 100$ s et qu'elle vaut $a_0 = 1,20 \times 10^{-2} \text{ m.s}^{-2}$. En déduire l'équation horaire de la vitesse $v(t)$ du centre de masse G du système en fonction de a_0 et t pour cette partie du mouvement.

$$a_0 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t=100) - v(t=0)}{\Delta t}$$

$$a_0 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1,20 - 0}{100} = 1,20 \times 10^{-2} \text{ m.s}^{-2}$$

Comme $a_0 = \frac{dv}{dt}$ alors $v(t)$ est une primitive de a_0 .

$$v(t) = a_0 \cdot t + \text{Cte}$$

À la date $t = 0$, on a $v(t=0) = 0$ donc Cte = 0, ainsi $v(t) = a_0 \cdot t$

A.3. Montrer que l'équation horaire de la position $x(t)$ du centre d'inertie G s'écrit entre $t_0 = 0$ s et $t_1 = 100$ s : $x(t) = \frac{1}{2} \times a_0 \times t^2$.

Comme $v_x = \frac{dx}{dt}$ alors $x(t)$ est une primitive de v_x .

$$v_x(t) = a_0 \cdot t$$

$$x(t) = \frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot t^2 + \text{Cte}_2$$

À la date $t = 0$, on a $x(t=0) = 0$ donc Cte₂ = 0, ainsi $x(t) = \frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot t^2$.

A.4. Parmi les chronophotographies A, B et C suivantes, indiquer celle qui pourrait convenir pour le mouvement du système entre $t_0 = 0$ s et $t_1 = 100$ s. Justifier la réponse.

	Les points représentent les positions du centre de masse G du système à des intervalles de temps réguliers. <i>Sens du mouvement</i> →
A	
B	
C	

On élimine la chronophotographie A qui montre des positions séparées d'une même distance, ce qui caractérise une vitesse constante.

On relève les abscisses suivantes :

Chronophotographie B :

t (unité arbitraire)	0	1	2	3	4	5
$x(m)$	0	1	3	6	10	15

Chronophotographie C :

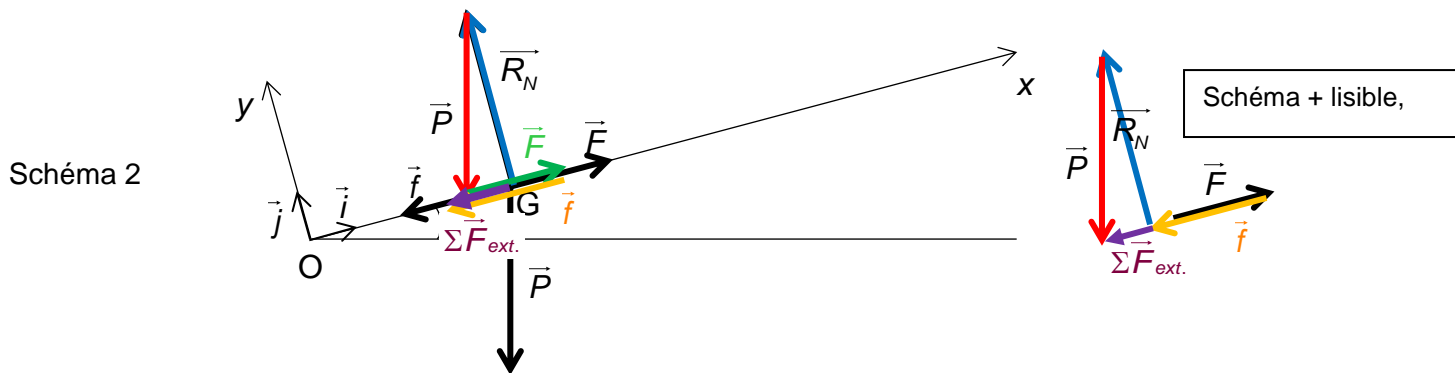
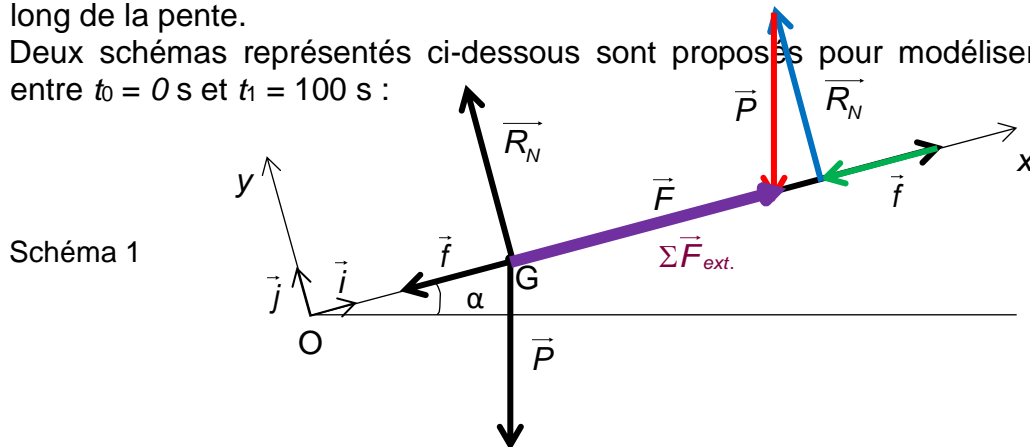
t (unité arbitraire)	0	1	2	3	4	5
$x(m)$	0	1	4	9	16	25

x doit évoluer comme le carré du temps, si le temps est multiplié par 2 alors x est multiplié par 4. Seule la chronophotographie C correspond (exemple : entre $t = 1$ et $t = 2$, alors x passe de 1 à 4 ; ou encore entre $t = 2$ et $t = 4$, alors x passe de 4 à 16).

B. Étude dynamique du mouvement du système {bateau + eau + masque}

Le système {bateau + eau + masque}, de centre de masse G, en se déplaçant le long de la pente d'axe Ox est soumis à quatre actions modélisées par quatre forces : son poids, la réaction normale de la pente, la force des automotrices, et la force de frottement du masque et de l'eau le long de la pente.

Deux schémas représentés ci-dessous sont proposés pour modéliser la situation mécanique entre $t_0 = 0$ s et $t_1 = 100$ s :



B.1. Déterminer le schéma qui représente le mieux la situation. Justifier la réponse en associant chaque vecteur force aux quatre forces décrites précédemment et en représentant la construction vectorielle de la somme des forces sur l'annexe à rendre avec la copie.

\vec{P} poids

\vec{F} force des automotrices

\vec{R}_N réaction normale de la pente

\vec{f} force de frottement du masque et de l'eau

Voir les constructions ci-dessus.

D'après la deuxième loi de Newton, $\Sigma \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}$, donc $\Sigma \vec{F}_{ext}$ et \vec{a} ont même direction et même sens.

Or $a_x > 0$ donc \vec{a} est orienté vers la droite comme \vec{i} alors $\Sigma \vec{F}_{ext}$ également.

Seule le schéma 1 convient.

On s'intéresse maintenant à la phase du mouvement comprise entre $t_2 = 140$ s et $t_3 = 300$ s.

B.2. Déterminer la nature du mouvement entre t_2 et t_3 et en déduire la valeur de la somme vectorielle des forces.

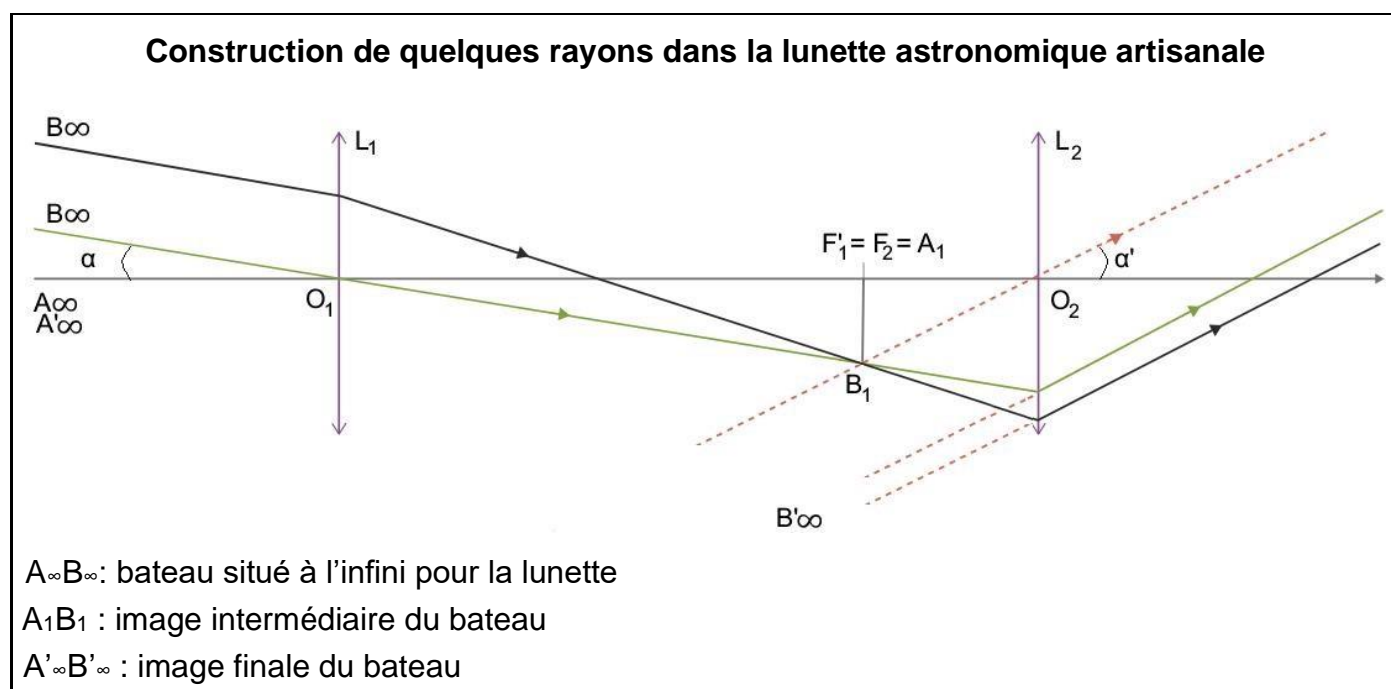
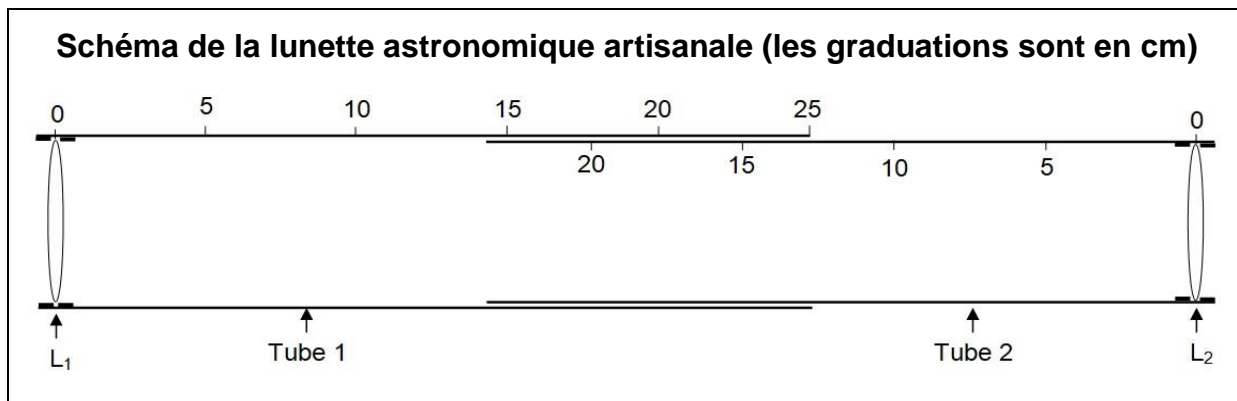
Le système a atteint sa vitesse limite, il suit donc un mouvement rectiligne et uniforme $\vec{v} = \overline{Ct} \vec{e}$.

D'après le principe d'inertie (1^{ère} loi de Newton) si $\vec{v} = \overline{Ct} \vec{e}$ alors $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0}$.

Les forces se compensent.

C. Observation du bateau à l'aide d'une lunette astronomique artisanale

Dans le cadre d'une sortie scolaire sur le site, un professeur de physique demande à ses élèves d'observer le bateau avec une lunette astronomique artisanale depuis une passerelle suffisamment éloignée de celui-ci pour le considérer à l'infini. La lunette est constituée de deux tubes couissants gradués en centimètres dans lesquels, deux lentilles convergentes L_1 et L_2 de distances focales respectives f'_1 et f'_2 , sont placées aux extrémités. Le bateau est représenté par objet réel $A_\infty B_\infty$, A étant sur l'axe optique.



$A_\infty B_\infty$: bateau situé à l'infini pour la lunette

$A_1 B_1$: image intermédiaire du bateau

$A'_\infty B'_\infty$: image finale du bateau

C.1. Identifier la lentille qui constitue l'oculaire et celle qui constitue l'objectif.

L'objectif est situé du côté de l'objet $A_\infty B_\infty$, il s'agit de la lentille L_1 .

L'oculaire est la lentille L_2 auprès de laquelle l'observateur placera son œil.

La consigne du professeur est de construire une lunette astronomique artisanale de grossissement G tel que $G = 6$.

Donnée : distance focale des lentilles disponibles : 5,0 cm, 10,0 cm, 12,5 cm, 20,0 cm, 30,0 cm.

C.2. Après avoir établi l'expression du grossissement de la lunette astronomique artisanale, prévoir, parmi les lentilles disponibles, celles qu'il faudra utiliser pour L_1 et pour L_2 . Préciser également le réglage des tubes en indiquant les graduations du tube 1 et du tube 2 qui doivent coïncider.

Par définition du grossissement de la lunette : $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$

Dans le triangle $O_1A_1B_1$: $\tan \alpha = \frac{A_1B_1}{O_1A_1} = \frac{A_1B_1}{f'_1} \approx \alpha$ (approximation des petits angles).

Dans le triangle $O_2A_1B_1$: $\tan \alpha' = \frac{A_1B_1}{O_2A_1} = \frac{A_1B_1}{f'_2} \approx \alpha'$ (approximation des petits angles).

Ainsi, $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{A_1B_1}{f'_2} \times \frac{f'_1}{A_1B_1} = \frac{f'_1}{f'_2}$.

$$6 = \frac{f'_1}{f'_2} \text{ ou } f'_1 = 6f'_2$$

On peut choisir $f'_1 = 30,0$ cm et $f'_2 = 5,0$ cm.

$$O_1O_2 = O_1F'_1 + F'_1O_2$$

$$O_1O_2 = f'_1 + f'_2$$

$$O_1O_2 = 35,0 \text{ cm}$$

On fait coïncider la graduation 15 du tube 1 avec la graduation 20 du tube 2.