

PARTIE A : L'atmosphère de Mars

A.1. En supposant que l'air est un gaz parfait, montrer que la masse volumique de l'air (en $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$) sur Terre ρ_{Terre} vérifie la relation : $\rho_{\text{Terre}} = \frac{PM}{RT}$

On a $\rho_{\text{Terre}} = \frac{m_{\text{air}}}{V_{\text{air}}}$.

On suppose que l'air est un gaz parfait donc : $P_{\text{air}} \cdot V_{\text{air}} = n_{\text{air}} \cdot R \cdot T_{\text{air}}$

Or $n_{\text{air}} = \frac{m_{\text{air}}}{M_{\text{air}}}$ donc $P_{\text{air}} \cdot V_{\text{air}} = \frac{m_{\text{air}}}{M_{\text{air}}} \cdot R \cdot T_{\text{air}}$ ainsi $\frac{m_{\text{air}}}{V_{\text{air}}} = \frac{P_{\text{air}} \cdot M_{\text{air}}}{R \cdot T_{\text{air}}}$

Finalement, on retrouve $\rho_{\text{Terre}} = \frac{P_{\text{air}} \cdot M_{\text{air}}}{R \cdot T_{\text{air}}}$

A.2. Calculer sa valeur pour une température de l'air de 15°C.

$\rho_{\text{Terre}} = \frac{1,013 \times 10^5 \times 29,0 \times 10^{-3}}{8,314 \times (15 + 273,15)} = 1,22 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$

```
1.013E5*29.0E-3/
(8.314*(15+273.1
5))
1.226249375
```

La masse volumique de l'atmosphère sur Mars est égale à 1 % de celle de l'air sur Terre.

A.3. En déduire la valeur de la masse volumique de l'atmosphère sur Mars ρ_{Mars} à la température de 15°C.

$\rho_{\text{Mars}} = \frac{\rho_{\text{Terre}}}{100} = 1,22 \times 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} = 12,2 \text{ g}\cdot\text{m}^{-3}$

A.4. Sachant que la portance est proportionnelle à la masse volumique de l'atmosphère dans laquelle se trouve l'engin, expliquer pourquoi c'est un « défi technologique » de faire voler un hélicoptère sur Mars.

La portance est proportionnelle à la masse volumique de l'atmosphère.

Plus la masse volumique de l'atmosphère est faible plus la portance est faible et plus il est difficile de faire voler l'hélicoptère.

PARTIE B : La phase de décollage

B.1. Déterminer la valeur de la vitesse de rotation minimale des pales de Ingenuity sur Terre et sur Mars afin que l'hélicoptère décolle. Commenter le résultat.

Pour pouvoir décoller, la portance doit au-moins compenser le poids de l'hélicoptère.

Poids de l'hélicoptère sur Terre : $P = m \cdot g_T$ soit $P = 1,8 \times 9,8 \approx 18 \text{ N}$.

Poids de l'hélicoptère sur Mars : $P = m \cdot g_M$ soit $P = 1,8 \times 3,7 = 6,7 \text{ N}$.

```
1.8*9.8
17.64
```

```
1.8*3.7
6.66
```

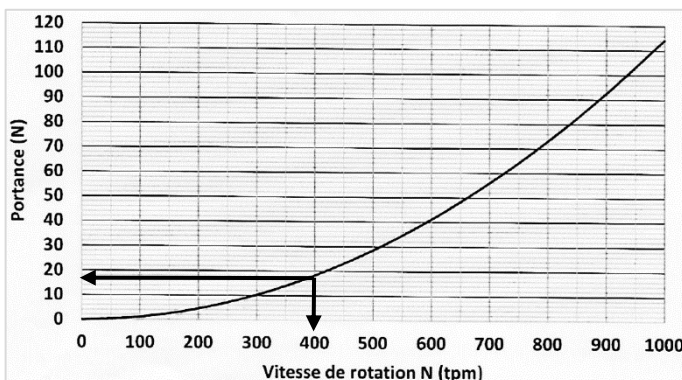


Figure 2 : Portance sur Terre en fonction de la vitesse de rotation des pales

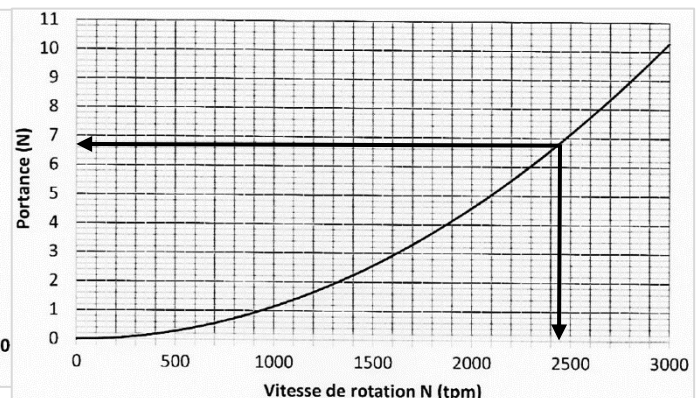


Figure 3 : Portance sur Mars en fonction de la vitesse de rotation des pales

La vitesse de rotation minimale des pales de Ingenuity pour qu'il décolle est :

400 tpm sur Terre ;

2450 tpm sur Mars.

$$2450/400 = 6.125$$

La vitesse de rotation minimale est environ **6 fois plus grande** sur Mars que sur Terre.

PARTIE C : Une phase d'atterrissage délicate

C.1. Appliquer la deuxième loi de Newton afin d'exprimer la coordonnée $a_z(t)$ du vecteur accélération de l'hélicoptère lors de la phase de chute libre.

Système {Hélicoptère Ingenuity} de masse m et de centre de masse G .

Référentiel marsocentrique galiléen.

Repère $(O; \vec{k})$ d'axe Oz vertical orienté vers le haut.

Force : Poids \vec{P}_M seulement car il s'agit d'une chute libre.

Deuxième loi de Newton : $\Sigma \vec{F}_{ext.} = m \cdot \vec{a}$

soit ici $\vec{P}_M = m \cdot \vec{a}$ d'où $m \cdot \vec{g}_M = m \cdot \vec{a}$ finalement $\boxed{\vec{a} = \vec{g}_M}$

En projection sur Oz : $a_z = g_z$ soit $\mathbf{a_z = -g_M}$

$\mathbf{a_z(t) = -3,7 \text{ m.s}^{-2}}$

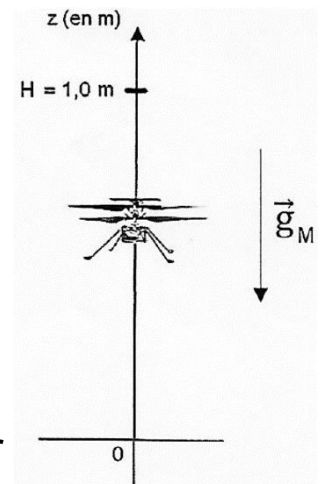


Figure 4 : « Atterrissage »

C.2. En déduire, dans le repère défini, la coordonnée $v_z(t)$ du vecteur vitesse de l'hélicoptère lors de la phase de chute libre.

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ soit sur Oz : $a_z = \frac{dv_z}{dt} = -g_M$ donc $v_z(t) = -g_M \cdot t + C_1$.

Or initialement $v_z(0) = 0$ donc $0 = -0 + C_1$

et finalement $\mathbf{v_z(t) = -g_M \cdot t}$

$\mathbf{v_z(t) = -3,7 \times t}$

C.3. Déduire des résultats précédents l'équation horaire $z(t)$ du mouvement de l'hélicoptère lors de la phase de chute libre.

$\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt}$ soit sur Oz : $v_z = \frac{dz}{dt} = -g_M \cdot t$ donc $z = -\frac{1}{2} g_M \cdot t^2 + C_2$

Or initialement $z(0) = H$ donc $H = -0 + C_2$

et finalement $\mathbf{z(t) = -\frac{1}{2} g_M \cdot t^2 + H}$

$\mathbf{z(t) = -1,85 \times t^2 + 1,0}$

C.4. Déterminer la durée t_{sol} au bout de laquelle l'hélicoptère atteindra le sol martien.

Lorsque Ingenuity atteint le sol $z(t_{sol}) = 0$ donc : $-\frac{1}{2} g_M \cdot t_{sol}^2 + H = 0$

Donc : $t_{sol}^2 = \frac{2H}{g_M}$ soit $\boxed{t_{sol} = \sqrt{\frac{2H}{g_M}}}$

$\mathbf{t_{sol} = \sqrt{\frac{2 \times 1,0}{3,7}} = 0,74 \text{ s.}}$

$$\sqrt{(2 \times 1,0) / 3,7} = 0.7352146221$$

C.5. Déterminer la vitesse v_{sol} de l'hélicoptère au moment de l'impact sur le sol martien.

Lorsque Ingenuity atteint le sol, on calcule $v_z(t_{sol})$ donc : $v_z(t_{sol}) = -g_M \cdot t_{sol}$

Soit $v_z(t_{sol}) = -g_M \cdot \sqrt{\frac{2H}{g_M}} = -\sqrt{2g_M H}$

$$\sqrt{(2 \times 3,7 \times 1,0)} = 2.720294102$$

En norme : $v_{sol} = \sqrt{(v_z(t_{sol}))^2} = \sqrt{2g_M H}$

$\mathbf{v_{sol} = \sqrt{2 \times 3,7 \times 1,0} = 2,7 \text{ m.s}^{-1}.}$

C.6. Indiquer, en justifiant, si le train d'atterrissage est assez résistant pour une utilisation sur la planète Mars.

$v_{sol} = 2,7 \text{ m.s}^{-1} = 2,7 \times 3,6 \text{ km.h}^{-1} = 9,7 \text{ km.h}^{-1} < 16 \text{ km.h}^{-1}$.

Le train d'atterrissage est assez résistant pour une utilisation sur la planète Mars.

PARTIE D : Mesure de l'altitude au cours d'un vol

D.1. Montrer que l'équation différentielle qui régit l'évolution de la tension aux bornes du condensateur lors de sa décharge (interrupteur en position 2) s'écrit : $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = 0$

Loi de mailles : $u_R + u_C = 0$

Loi d'Ohm : $u_R = R \cdot i$

Relation intensité- tension :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C \cdot u_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt} \text{ car } C \text{ est une constante.}$$

$$\text{Donc : } u_R = RC \frac{du_C}{dt}$$

$$\text{Et : } RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

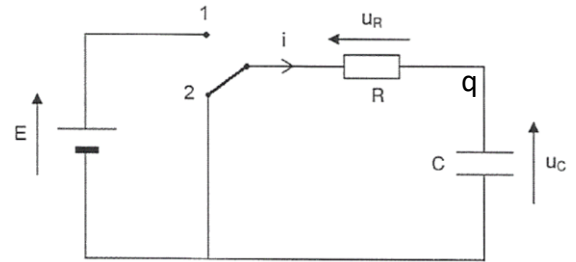


Figure 5 : Schéma du circuit électrique

Finalement, en divisant par RC , il vient : $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = 0$.

D.2. Montrer que la solution de cette équation différentielle s'écrit $u_C = E \times e^{-\frac{t}{\tau}}$ où τ est le temps caractéristique de cette décharge à exprimer en fonction de R et C .

La solution proposée doit vérifier l'équation différentielle.

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{d\left(E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}{dt} = -\frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = -\frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{RC} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

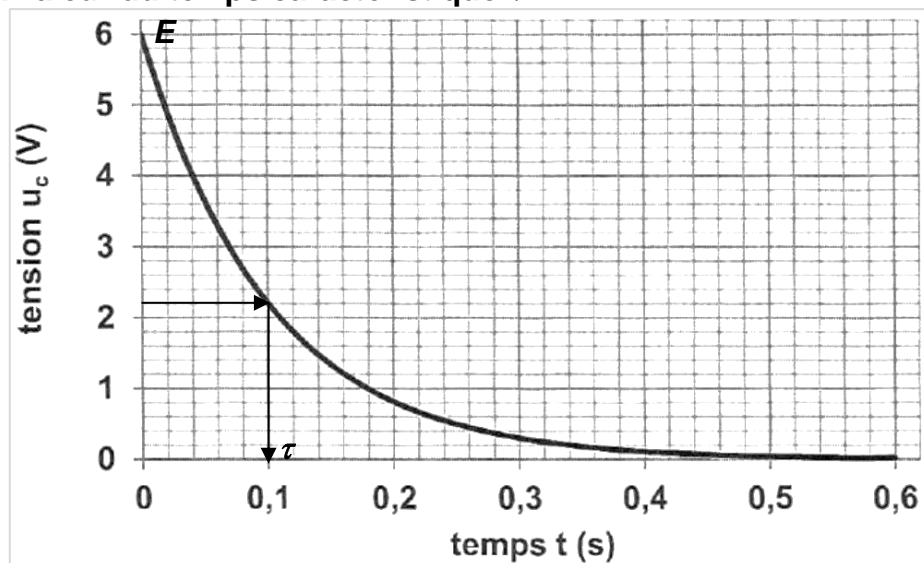
Le terme $-\frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{RC} e^{-\frac{t}{\tau}}$ est nul si $\tau = RC$.

La solution $u_C(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ vérifie l'équation différentielle si $\tau = RC$.

D.3. Déterminer, à l'aide du graphe de la figure 6, et en justifiant la réponse :

D.3.1. la valeur de la tension E ;

D.3.2. la valeur du temps caractéristique τ .



$u_C(0) = E$. Graphiquement, on lit pour $t = 0$ s : **$E = 6,0$ V.**

Pour $t = \tau$: $u_C(\tau) = E \cdot e^{-1} = 0,37 \times E = 0,37 \times 6,0 \text{ V} \approx 2,2 \text{ V}$.

On trace la droite horizontale d'ordonnée 2,2 V : cette droite coupe la courbe en un point d'abscisse égale à τ . Graphiquement, on lit : **$\tau = 0,10$ s.**

0.37*6

2.22

D.4. En déduire que la capacité du condensateur au niveau du sol vaut environ $C_0 = 100 \mu\text{F}$.

$$0.010 / 1.0 \times 10^3 = 1 \times 10^{-5}$$

$$\tau = RC_0 \text{ donc } C_0 = \frac{\tau}{R}$$

$$\text{soit } C_0 = \frac{0,10}{1,0 \times 10^3} = 1,0 \times 10^{-4} \text{ F} = 1,0 \times 10^2 \mu\text{F}.$$

Lorsque le drone monte, la pression atmosphérique diminue et provoque une augmentation de l'épaisseur e entre les armatures comme illustré sur les **figures 7 et 8** suivantes.

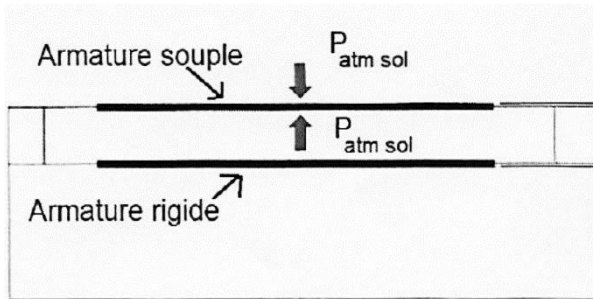


Figure 7 : Condensateur au niveau du sol

La pression entre les armatures est la même que la pression atmosphérique extérieure.

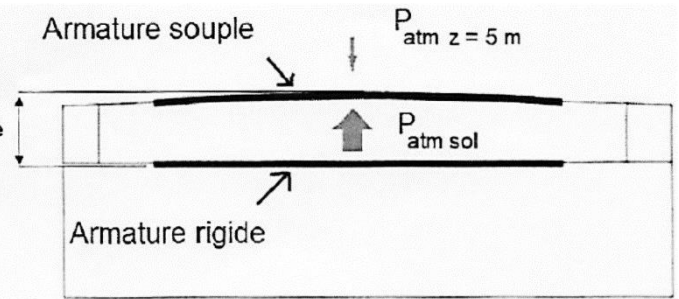


Figure 8 : Condensateur à 5,0 m d'altitude

La pression entre les armatures reste la même que précédemment. La pression atmosphérique extérieure diminue.

On rappelle que la capacité d'un condensateur plan constitué de deux plaques séparées par un isolant s'exprime par la relation :

$$C = \frac{\epsilon S}{e}$$

- C : capacité du condensateur (F)
- ϵ : permittivité du vide diélectrique de l'isolant (F.m^{-1})
- S : surface en regard de chaque armature (m^2)
- e : distance entre les deux plaques (m)

D.5. Expliquer comment évolue la capacité C du condensateur lorsque le drone s'éloigne du sol. On supposera que la surface des armatures reste constante.

$C = \frac{\epsilon S}{e}$ donc la capacité C est inversement proportionnelle à la distance e entre les armatures.

En altitude, la distance e augmente donc la capacité C du condensateur diminue.

D.6. Estimer la valeur de la capacité C du condensateur à 5,0 m du sol sachant que la variation de pression par rapport au sol provoque une augmentation de l'épaisseur e de 10 %.

On rappelle que la capacité C_0 du condensateur au niveau du sol est égale à $100 \mu\text{F}$.

$$\text{On a : } C_0 = \frac{\epsilon S}{e} \text{ et } C = \frac{\epsilon S}{e + \frac{10}{100} \times e} = \frac{\epsilon S}{1,1 \times e} = \frac{C_0}{1,1}$$

$$\text{Soit } C = \frac{100 \mu\text{F}}{1,1} \approx 91 \mu\text{F}.$$

$$100 / 1.1 = 90.90909091$$