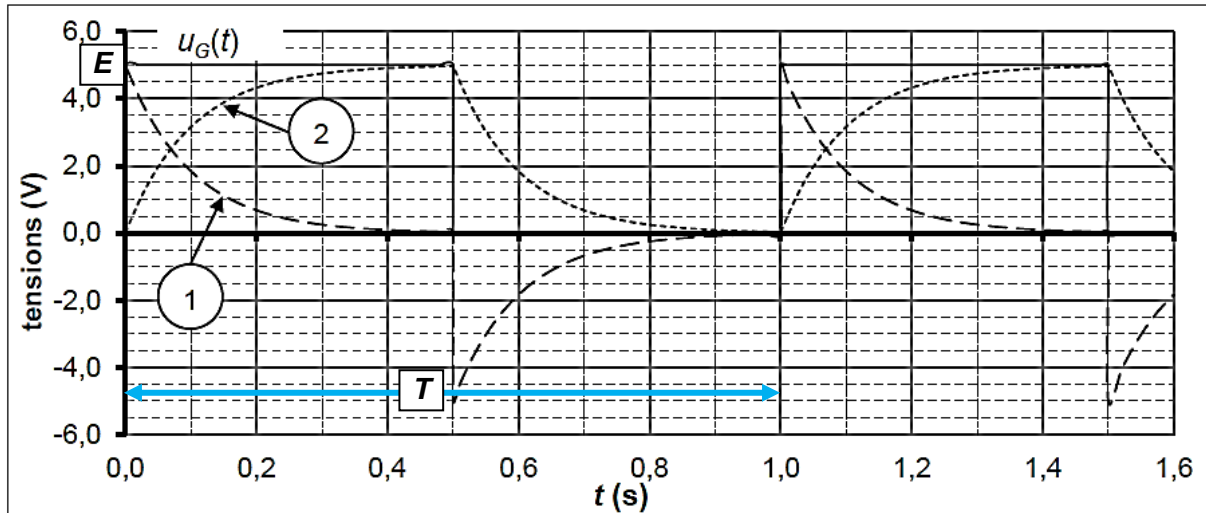


## Partie 1. Étude d'un circuit RC et application à un détecteur de choc

1.1. À l'aide de la figure 2, déterminer la valeur de  $E$  ainsi que celle de la fréquence  $f$  de la tension en créneau  $u_G(t)$ .



Graphiquement à  $t = 0$  s  $u_G = E = 5$  V.

$f = \frac{1}{T}$  et  $T = 1,0$  s donc  $f = \frac{1}{1,0 \text{ s}} = 1,0$  Hz.

1.2. Établir l'expression de l'intensité  $i(t)$  du courant circulant dans le circuit en fonction de  $C$  et  $\frac{du_C(t)}{dt}$ .

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C \times u_C)}{dt} = C \times \frac{du_C}{dt} \text{ car } C \text{ est une constante.}$$

1.3.1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension  $u_C(t)$  aux bornes du condensateur lorsque  $u_G(t) = E$ .

Loi des mailles :  $u_G(t) = E = u_C(t) + u_R(t)$

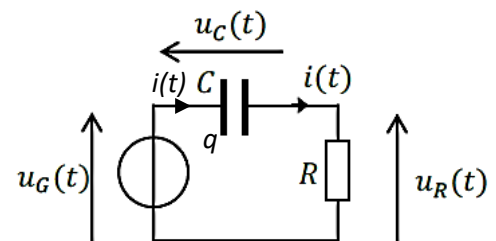
Loi d'Ohm :  $u_R(t) = R \times i(t)$

Relation intensité-tension :  $i(t) = C \times \frac{du_C}{dt}$ .

En reportant dans la loi des mailles :

$$E = u_C(t) + R \times C \times \frac{du_C}{dt}$$

En divisant tous les membres par  $R \times C$  :  $\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC}$  équation différentielle sur  $u_C(t)$ .



1.3.2. Vérifier que  $u_C(t) = E \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \right)$  est solution de l'équation différentielle.

$u_C(t) = E \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \right)$  est une solution si elle vérifie l'équation différentielle ci-dessus.

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{RC} \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

$$\frac{u_C}{RC} = \frac{E \left( 1 - \exp \left( -\frac{t}{RC} \right) \right)}{RC} = \frac{E}{RC} - \frac{E}{RC} \exp \left( -\frac{t}{RC} \right)$$

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC} \exp \left( -\frac{t}{RC} \right) + \frac{E}{RC} - \frac{E}{RC} \exp \left( -\frac{t}{RC} \right) = \frac{E}{RC}.$$

On retrouve bien l'équation différentielle donc  $u_C(t) = E \left( 1 - \exp \left( -\frac{t}{RC} \right) \right)$  est bien une solution.

**1.3.3. À partir de l'expression de  $u_C(t)$ , montrer que  $u_R(t) = E \exp \left( -\frac{t}{RC} \right)$ .**

$$E = u_C(t) + u_R(t) \text{ donc } u_R(t) = E - u_C(t) = E - E \left( 1 - \exp \left( -\frac{t}{RC} \right) \right)$$

$$\text{soit } u_R(t) = E \exp \left( -\frac{t}{RC} \right).$$

**1.4. Associer les courbes 1 et 2 de la figure 2 aux tensions  $u_C(t)$  et  $u_R(t)$ . Justifier.**

La courbe (1) est décroissante de 5 V à 0 V : elle correspond à  $u_R(t) = E \exp \left( -\frac{t}{RC} \right)$  car  $u_R(0) = E = 5 \text{ V}$  et  $u_R(\infty) = 0 \text{ V}$ .

La courbe (2) est croissante de 0 V à 5 V : elle correspond à  $u_C(t) = E \left( 1 - \exp \left( -\frac{t}{RC} \right) \right)$  car  $u_C(0) = 0 \text{ V}$  et  $u_C(\infty) = 5 \text{ V}$ .

**1.5. Les représentations temporelles de ces tensions ont été simulées avec  $C = 1 \mu\text{F}$ . Estimer la valeur de la résistance  $R$  en explicitant la méthode.**

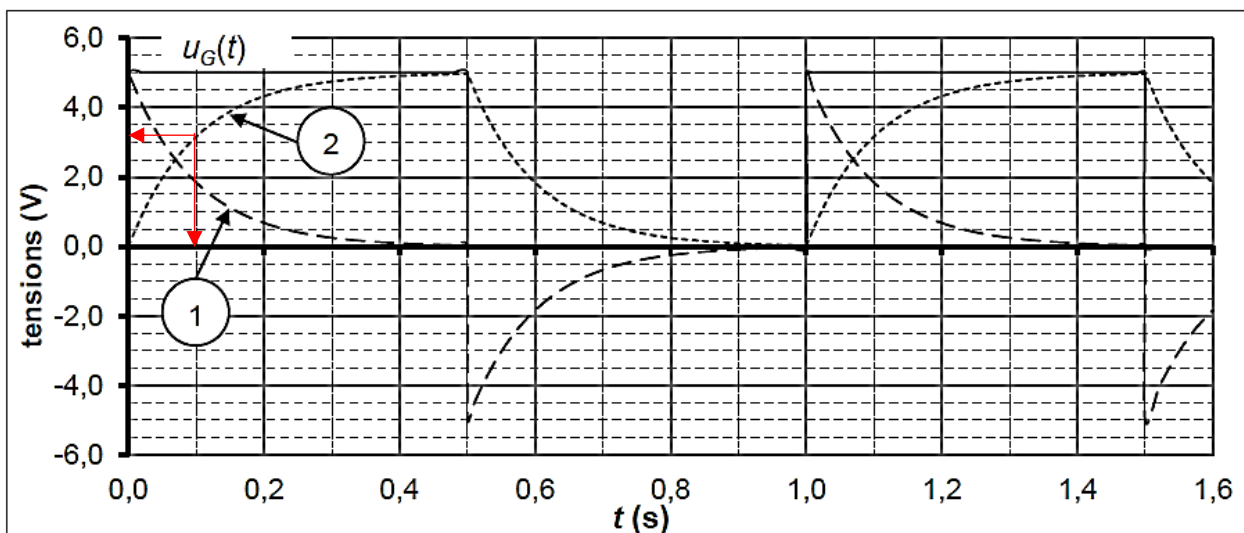
La constante de temps du dipôle RC est :  $\tau = R \times C$  donc  $R = \frac{\tau}{C}$  avec  $C = 1 \mu\text{F}$ .

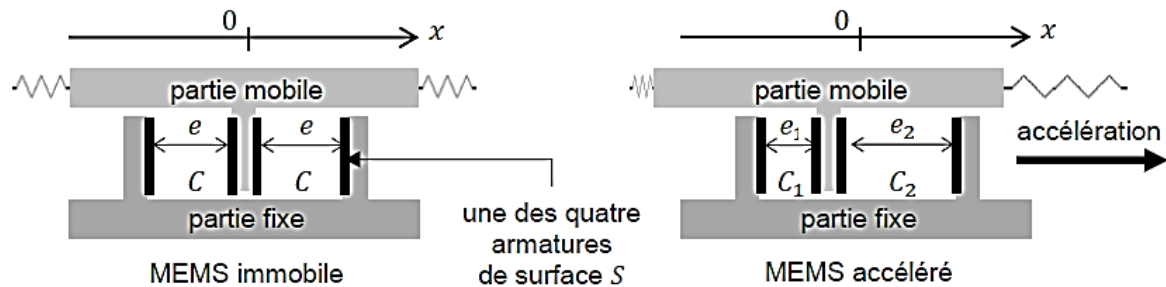
On détermine  $\tau$  graphiquement la constante de temps  $\tau$ :

$$u_C(\tau) = E \left( 1 - \exp \left( -\frac{\tau}{RC} \right) \right) = E (1 - \exp(-1)) = 0,63 \times E = 0,63 \times 5 \text{ V} = 3,15 \text{ V}.$$

On trace la droite horizontale d'ordonnée 3,15 V qui coupe la courbe  $u_C(t)$  à la date  $\tau = 0,1 \text{ s}$ .

$$\text{Donc : } R = \frac{0,1}{1 \times 10^{-6}} \Omega = 1 \times 10^5 \Omega = 100 \text{ k}\Omega.$$





- 2.1. La capacité d'un condensateur plan dont les armatures ont une surface  $S$  et sont séparées d'une distance  $e$  est donnée par la relation :  $C = \varepsilon \cdot \frac{S}{e}$  où  $\varepsilon$  est une constante.

Comparer  $C_1$  et  $C_2$  en justifiant la réponse.

$$C = \varepsilon \cdot \frac{S}{e} \text{ et } e_1 < e_2 \text{ avec } \varepsilon \cdot S \text{ constante donc } C_1 > C_2.$$

On suppose que les capacités sont reliées à l'accélération par les relations suivantes :

$C_1 = C \cdot (1 + k \cdot a_x)$  et  $C_2 = C \cdot (1 - k \cdot a_x)$  où  $k$  est une constante positive et  $a_x$  est la composante de l'accélération suivant l'axe  $Ox$ .

- 2.2. Donner le signe de  $a_x$  qui permet de rendre compte de la situation schématisée sur la figure 3. Commenter.

Le schéma de la figure 3. indique que l'accélération  $a_x$  est orientée vers la droite dans le sens positif de l'axe  $Ox$  donc  $a_x$  est positive.

Le produit  $k \cdot a_x$  est positif car  $k > 0$  donc :

$$C_1 = C \cdot (1 + k \cdot a_x) > C$$

$$C_2 = C \cdot (1 - k \cdot a_x) < C$$

On retrouve bien l'inégalité  $C_1 > C_2$ .

Un circuit électrique non décrit permet de délivrer une tension de sortie continue  $V_{out}$  reliée à la composante de l'accélération  $a_x$  par la fonction affine :  $V_{out} = V_0 + S \cdot a_x$  où  $V_0$  est une tension continue et  $S$  est appelée sensibilité du capteur d'accélération.

- 2.3. Pour un accéléromètre dédié à la détection d'un accident frontal et au déclenchement d'un airbag,  $S = 27 \text{ mV/g}$  avec  $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . Donner la signification physique de  $V_0$  et calculer la variation de la valeur de la tension de sortie pour une accélération suivant  $x$  de  $40 \text{ g}$ . Commenter.

On a  $V_{out} = V_0 + S \cdot a_x$ .

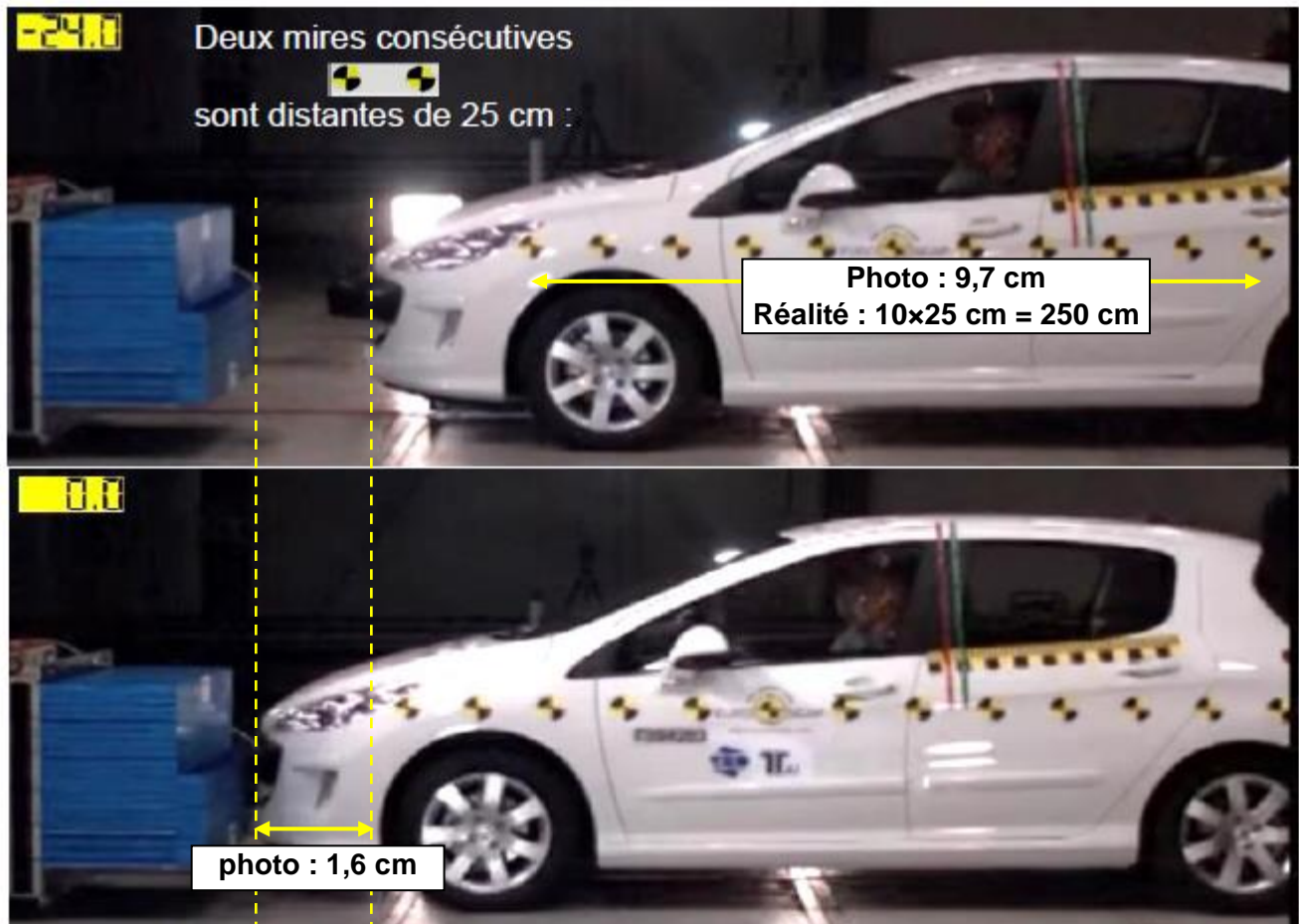
Si  $a_x = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  alors  $V_{out} = V_0$  et  $V_0$  s'interprète comme étant la tension de sortie pour un mouvement rectiligne et uniforme selon l'axe  $Ox$ .

Dans le cas où  $a_x = 40 \text{ g}$  on a :

$$\Delta V_{out} = \Delta V_0 + S \times \Delta a_x = 0 + S \times \Delta a_x = \frac{27 \text{ mV}}{g} \times 40g = 27 \text{ mV} \times 40 = 1080 \text{ mV} = \mathbf{1,08 \text{ V}}.$$

Pour des accélérations de l'ordre de  $a_x \approx g$ ,  $\Delta V_{out} = 27 \text{ mV}$  et reste de l'ordre de quelques dizaines de mV. Mais pour des accélération plus grandes  $\Delta V_{out}$  est plus élevée, de l'ordre du volt pour une accélération de  $40 \text{ g}$  et le système déclenche l'airbag.

## Partie 2. Étude d'un crash-test



### 1. Lors du crash-test, la voiture arrive à vitesse donnée sur l'obstacle.

À partir des images, évaluer cette vitesse en  $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ . Détailler la démarche.

La durée entre les images n°1 et n°2 est  $\Delta t = 24 \text{ ms} = 24 \times 10^{-3} \text{ s}$ .

Déterminons le facteur d'échelle des longueurs, entre la première et la onzième mire de l'image n°1 :

Photo  $\Leftrightarrow 9,7 \text{ cm}$

Réalité  $\Leftrightarrow 250 \text{ cm} = 2,50 \text{ m}$

Facteur d'échelle :  $\frac{2,50 \text{ m}}{9,7 \text{ cm}}$

Entre les images n°1 et n°2, l'avant (blanc) de la voiture parcourt 1,6 cm sur la photo soit en réalité

une distance  $d$  :  $d = 1,6 \text{ cm} \times \frac{2,50 \text{ m}}{9,7 \text{ cm}} = 0,41 \text{ m}$ .

La vitesse de la voiture est alors :  $v = \frac{d}{\Delta t}$

soit  $v = \frac{0,41 \text{ m}}{24 \times 10^{-3} \text{ s}} = 17 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Cette valeur est cohérente avec celle que l'on peut lire sur la figure 5 car comprise entre 17 et 18  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$  avant la date  $t = 0 \text{ s}$ .

$v = 17 \times 3,6 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} \approx 62 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$

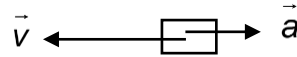
```
1.6*2.50/9.7
.412371134
Ans/24E-3
17.18213058
Ans*3.6
61.8556701
```

### 2.1. Caractériser le mouvement de la tête pendant les 25 ms suivant la date de l'impact qui a lieu à la date $t = 0 \text{ s}$ .

Sur les premières 25 ms après l'impact, la vitesse de la tête est constante donc le mouvement de la tête est rectiligne et uniforme.

**2.2. Schématiser sommairement la voiture à la date  $t = 75$  ms et représenter sans souci d'échelle ses vecteurs vitesse et accélération.**

Après l'impact, la vitesse de la voiture diminue : le mouvement de la voiture est rectiligne et ralenti. Les vecteurs vitesse et accélération sont colinéaires mais de sens opposé :

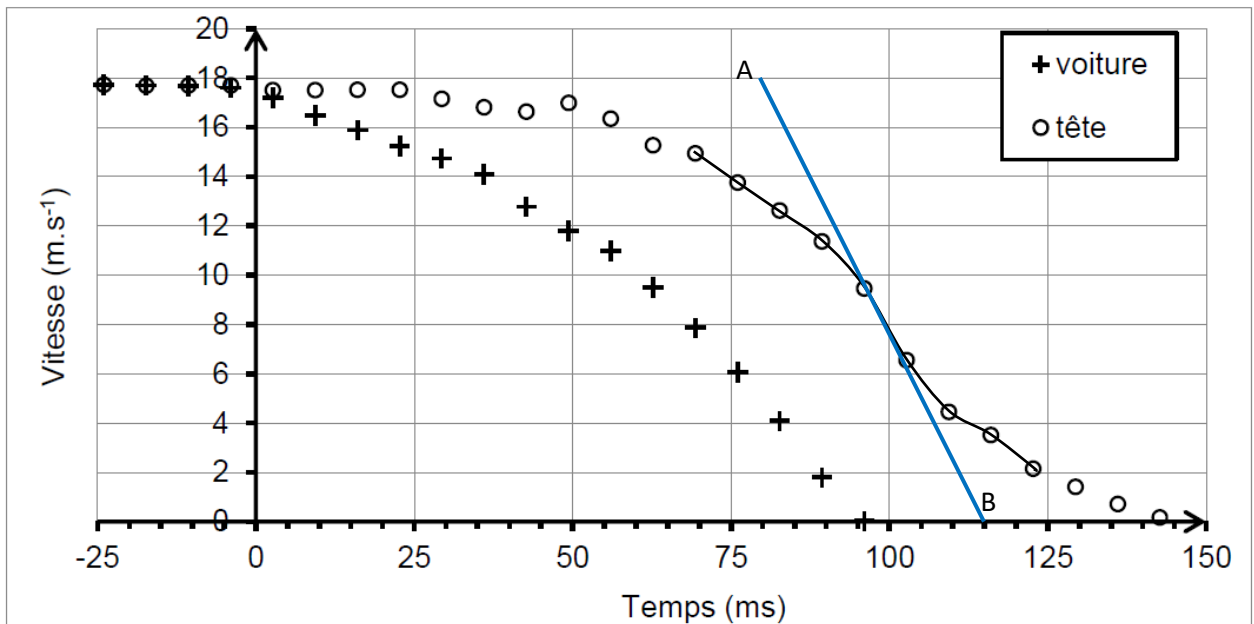


**2.3. Estimer la valeur maximale de l'accélération subie par la tête du mannequin au cours du choc. Détailler la démarche.**

L'accélération est définie par  $a = \frac{dv}{dt}$ . On peut accéder à sa valeur approchée à une date  $t$  en calculant

le coefficient directeur  $\frac{\Delta v}{\Delta t}$  de la tangente à la courbe représentative de la vitesse en fonction du temps à cette date.

L'accélération est maximale lorsque la vitesse varie le plus fortement, soit vers  $t = 100$  ms.



Entre les points A et B, l'accélération vaut :  $a = \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A}$

$$\text{soit } a = \frac{0 - 18 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{(115 - 80) \times 10^{-3} \text{ s}} = -5,1 \times 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

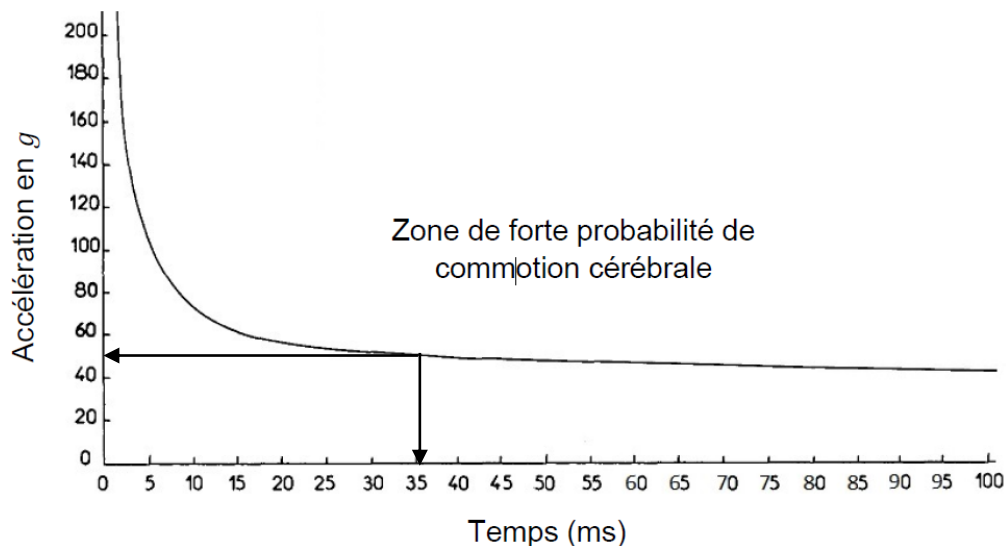
```
18/((115-80)*E-3)
514.2857143
Ans/9.81
52.42463958
```

En réalité on a obtenu la coordonnée  $a_x$  du vecteur accélération.

$$a = \sqrt{a_x^2} = 5,1 \times 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$\text{Soit } \frac{514}{9,81} \approx 52 \text{ g}$$

**2.4. La probabilité d'apparition d'une commotion cérébrale est-elle importante pour un conducteur lors d'un choc similaire à celui réalisé lors du crash-test étudié ? Justifier.**



La courbe de la figure 6. montre qu'une accélération 52 g est responsable d'une commotion cérébrale si elle est subie pendant une durée d'au moins 35 ms.

La figure 5 montre que la forte accélération a été subie entre  $t = 80$  ms et  $t = 115$  ms, soit pendant 35 ms. Ainsi il y a une forte probabilité de commotion cérébrale pour un conducteur lors d'un choc similaire à celui réalisé lors du crash-test étudié.

### Partie 3. Charge explosive

1. **Rappeler l'équation d'état du gaz parfait en précisant les unités de chacune des grandeurs. On note  $P$  la pression,  $V$  le volume,  $T$  la température et  $n$  le nombre de moles du gaz parfait.**

Loi des gaz parfait :  $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$

Avec  $P$  la pression du gaz en Pa ;

$n$  la quantité de gaz en mol ;

$T$  la température du gaz en K.

$V$  le volume du gaz en  $m^3$

$R$  la constante des gaz parfait en  $J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$  (énoncé)

2. **Dans le cadre du modèle du gaz parfait, déterminer la valeur de la quantité de matière de diazote permettant, à 20 °C et à la pression atmosphérique, le gonflement d'un airbag de 60 L, volume moyen d'un airbag conducteur.**

$$n_{N_2} = \frac{P_0 V}{RT} \text{ soit, en convertissant } P_0 = 101 \text{ kPa en Pa, } V = 60 \text{ L en } m^3 \text{ et } \theta = 20 \text{ °C en K :}$$

$$n_{N_2} = \frac{101 \times 10^3 \times 60 \times 10^{-3}}{8,31 \times (273 + 20)} \text{ mol} = 2,5 \text{ mol.}$$

$$\frac{101E3 \times 60E-3}{8.31 \times 293}$$

$$2.488880127E0$$

3. **Montrer que la masse minimale d'azoture de sodium nécessaire à la production de diazote pour le gonflement de l'airbag est de 101 g. En déduire la masse minimale de nitrate de potassium que doit contenir la cartouche.**

L'équation :  $10 \text{ NaN}_3(s) + 2 \text{ KNO}_3(s) \rightarrow 16 \text{ N}_2(g) + \text{K}_2\text{O}(s) + 5 \text{ Na}_2\text{O}(s)$

montre que 10 moles de  $\text{NaN}_3(s)$  forment 16 moles de  $\text{N}_2$ .

$$\frac{n_{\text{NaN}_3 \text{ Conso}}}{10} = \frac{n_{\text{N}_2 \text{ Formée}}}{16}$$

Si  $\text{NaN}_3(s)$  est le réactif limitant alors la quantité minimale de  $\text{NaN}_3(s)$  pour former 2,5 mol de  $\text{N}_2$  est :

$$n_{\min}(\text{NaN}_3) = \frac{n_{N_2} \times 10}{16} \text{ mol.}$$

La masse minimale de  $\text{NaN}_3(s)$  pour former 2,5 mol de  $\text{N}_2$  est alors :

$$m_{\min}(\text{NaN}_3) = n_{\min}(\text{NaN}_3) \times M(\text{NaN}_3)$$

$$m_{\min}(\text{NaN}_3) = \frac{n_{N_2}}{1,6} \times M(\text{NaN}_3)$$

$$\frac{2.488880127E0}{1.6} \times 65$$

$$1.011107552E2$$

$$\text{soit } m_{\min}(\text{NaN}_3) = \frac{2,487... \times 65,0}{1,6} \text{ g} = 101 \text{ g comme indiqué.}$$

La masse minimale de nitrate de potassium  $\text{KNO}_3$  que doit contenir la cartouche se calcule en considérant un mélange initial stœchiométrique soit :

$$\frac{n_{\min}(\text{KNO}_3)}{2} = \frac{n_{\min}(\text{NaN}_3)}{10}$$

donc 
$$\frac{m_{\min}(\text{KNO}_3)}{2M(\text{KNO}_3)} = \frac{m_{\min}(\text{NaN}_3)}{10M(\text{NaN}_3)}$$

Soit 
$$m_{\min}(\text{KNO}_3) = \frac{2 \times m_{\min}(\text{NaN}_3) \times M(\text{KNO}_3)}{10 \times M(\text{NaN}_3)} = \frac{m_{\min}(\text{NaN}_3) \times M(\text{KNO}_3)}{5 \times M(\text{NaN}_3)}$$

$$m_{\min}(\text{KNO}_3) \frac{101 \times 101,1}{5 \times 65,0} = 31,5 \text{ g.}$$

$\frac{1.011107552\text{E}2 \times 101.1}{5 \times 65}$
3.145322262E1

**4. Le volume occupé par les réactifs solides est égal à 70 cm<sup>3</sup>.**

**Expliquer l'intérêt d'utiliser un dispositif avec des réactifs solides plutôt que du diazote stocké dans un réservoir sous pression à la température de 20 °C.**

Le volume des réactifs solides est suffisamment petit pour pouvoir être contenu dans une cartouche dans le volant.

En stockant du diazote sous pression à température ambiante, la loi des gaz parfaits donne :

$$P.V = n.R.T \text{ soit } P.V = 2,5 \times 8,31 \times 293 \approx 6,06 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{m}^3$$

Soit : 
$$V = \frac{6,06 \times 10^3}{P} \text{ m}^3.$$

Pour une pression  $P = 10 \times P_0$  le volume de stockage de  $\text{N}_2$  serait :

$$V = \frac{6,06 \times 10^3}{10 \times P_0} = \frac{6,06 \times 10^3}{10 \times 101 \times 10^3} \approx 6 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 6 \text{ L} = 6 \times 10^3 \text{ cm}^3$$

(1 m<sup>3</sup> = 10<sup>3</sup> L et 1 L = 10<sup>3</sup> mL = 10<sup>3</sup> cm<sup>3</sup>).

Pour une pression  $P = 100 \times P_0$  le volume de stockage de  $\text{N}_2$  serait encore de 600 cm<sup>3</sup> soit environ 10 fois plus que le volume occupé par les réactifs solides. Le dispositif avec des réactifs solides est nettement moins volumineux que le dispositif avec du diazote sous pression.

$\frac{6.06\text{E}3}{10 \times 101\text{E}3}$	$\frac{2.488880127\text{E}0}{\text{Rep} \times 8.31 \times 293}$
6E-3	6.06E3