

FICHE DE COURS

SIXIÈME

Symétrie axiale

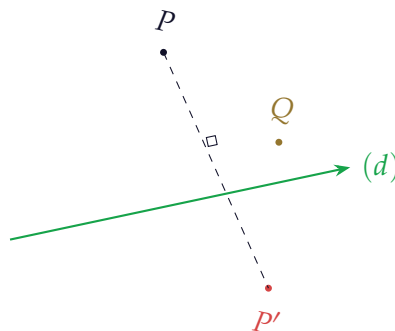
Géométrie — Chapitre 12

1 Construire le symétrique d'un point par rapport à une droite

Définition

Soit (d) une droite.

- Si un point P n'appartient pas à la droite (d) , alors son **symétrique par rapport à la droite (d)** est le point P' tel que la droite (d) est la médiatrice du segment $[PP']$.
- Si un point Q appartient à la droite (d) , alors son symétrique par rapport à la droite (d) est **lui-même**.

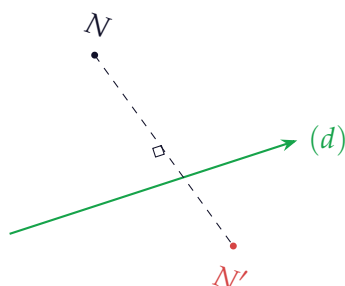


Méthode

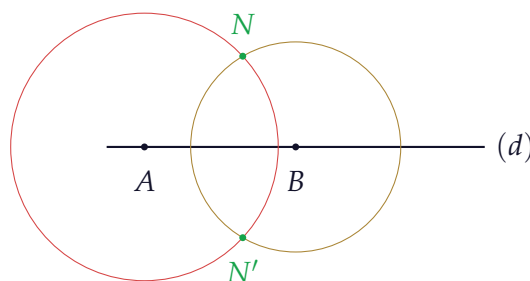
Soient (d) une droite et N un point n'appartenant pas à la droite (d) . Pour construire le symétrique N' du point N par rapport à la droite (d) , on peut :

- soit tracer la perpendiculaire à la droite (d) passant par le point N à l'aide d'une équerre, puis placer le point N' à l'aide d'une règle graduée ou d'un compas ;
- soit placer deux points A et B sur la droite (d) puis, avec le compas, placer le point N' tel que $AN' = AN$ et $BN' = BN$.

Avec une équerre



Avec un compas



Propriété

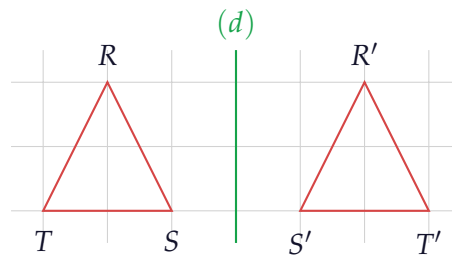
Si un point N' est le symétrique d'un point N par rapport à une droite (d) , alors N est le symétrique de N' par rapport à la droite (d) .

Rappel

Les points N et N' sont symétriques l'un de l'autre !

Méthode

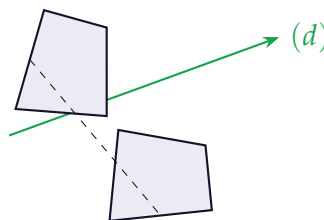
Exemple Dans la figure ci-dessous, les points R et R' sont symétriques l'un de l'autre par rapport à la droite (d) . De même, les points S et S' sont symétriques l'un de l'autre par rapport à la droite (d) , ainsi que les points T et T' .

**2 Utiliser les propriétés de la symétrie axiale****Propriété**

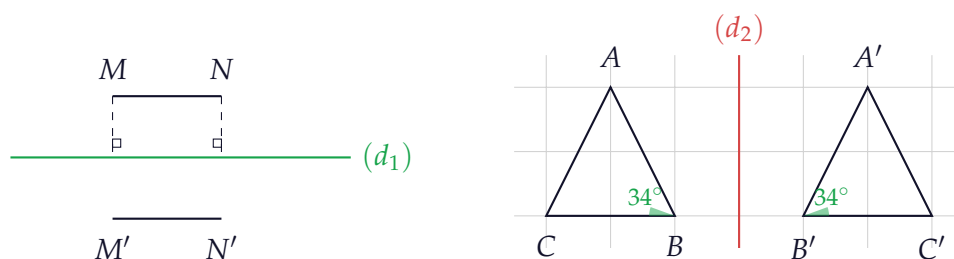
Deux figures sont **symétriques par rapport à une droite** (d) si elles se superposent quand on « plie » le long de cette droite. La droite (d) est appelée **l'axe de symétrie**.

Rappel

Transformer une figure par symétrie axiale, c'est la retourner en pliant le long d'une droite (d) .

**Propriété**

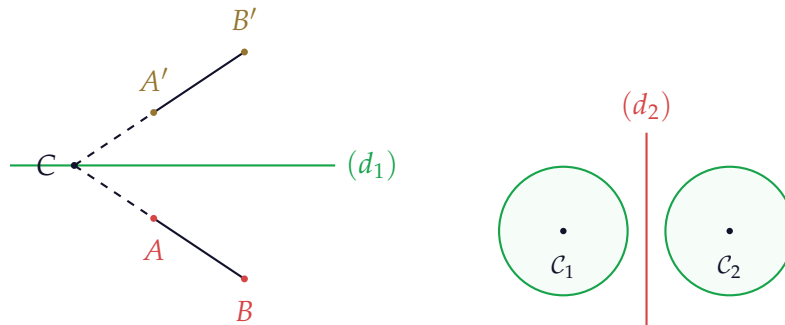
- Le symétrique d'un **segment** par rapport à une droite est un segment de même longueur : on dit que la symétrie axiale **conserve les longueurs**.
- Le symétrique d'un **angle** par rapport à une droite est un angle de même mesure : on dit que la symétrie axiale **conserve les mesures des angles**.



Les segments $[MN]$ et $[M'N']$ sont symétriques par rapport à la droite (d_1) , donc les longueurs MN et $M'N'$ sont égales : $MN = M'N'$. Les triangles ABC et $A'B'C'$ sont symétriques par rapport à la droite (d_2) donc les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{A'C'B'}$ sont égaux : $\widehat{ACB} = \widehat{A'C'B'}$.

Propriété

- ▶ Le symétrique d'une **droite** par rapport à une droite est une droite : on dit que la symétrie axiale **conserve les alignements**.
- ▶ Le symétrique d'un **cercle** par rapport à une droite est un cercle de même rayon.



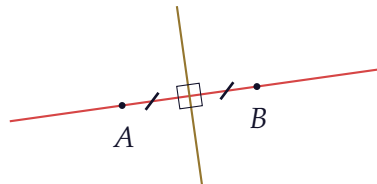
Le symétrique de la droite (AB) par rapport à la droite (d_1) est la droite $(A'B')$. Les points A , B et C sont alignés, donc leurs symétriques A' , B' et C le sont aussi. Le symétrique du cercle C_1 par rapport à la droite (d_2) est un cercle C_2 qui a le même rayon que C_1 .

3 Reconnaître et utiliser l'axe de symétrie d'une figure**Définition**

On dit qu'une droite (d) est un **axe de symétrie** d'une figure si le symétrique de cette figure par rapport à la droite (d) est la figure elle-même.

Propriété

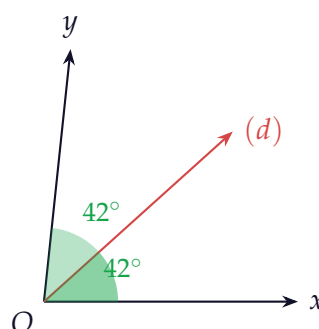
Un **segment** a deux axes de symétrie : sa médiatrice, et la droite portée par le segment.

**Propriété**

Un **angle** a un axe de symétrie : la **bissectrice** de cet angle.

Méthode

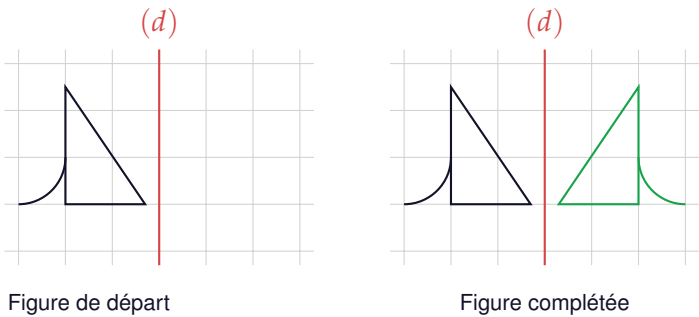
Exemple La bissectrice (d) de l'angle $\widehat{xOy}$ qui mesure 84° est un axe de symétrie de cet angle. Elle partage l'angle $\widehat{xOy}$ en deux angles de mesure $84^\circ \div 2$, soit 42° .



Méthode

Pour compléter une figure par symétrie axiale, on construit l'image de chaque élément de la figure par rapport à son ou ses axes de symétrie.

Exemple On cherche à compléter la figure sachant qu'elle admet la droite (d) comme axe de symétrie.



On complète la figure en construisant le symétrique de chaque élément par rapport à la droite (d) , en utilisant les propriétés de la symétrie axiale : le symétrique d'un segment est un segment de même longueur, le symétrique d'un arc de cercle est un arc de cercle de même rayon...

À retenir — vocabulaire du chapitre

Terme	Signification
Symétrique d'un point	(d) médiatrice de $[PP']$, ou P sur (d) (invariant)
Axe de symétrie	Droite selon laquelle une figure se superpose à elle-même
Conservation par symétrie	Longueurs, angles, alignements, rayons des cercles
Segment / Angle	2 axes (médiatrice + support) / 1 axe (bissectrice)

Pour construire un symétrique : équerre + règle, ou compas (deux points sur l'axe).