

## FICHE DE COURS

## SIXIÈME

## Périmètres et aires

Grandeurs et mesures — Chapitre 11

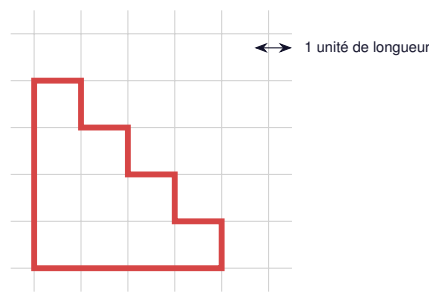
## 1 Comparer et mesurer des périmètres

## Définition

Le **périmètre** d'une figure est la longueur de son contour. Il s'exprime à l'aide d'une unité de longueur.

## Méthode

**Exemple** On souhaite déterminer le périmètre de la figure ci-dessous dans l'unité de longueur donnée.



$4 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 4 = 16$ . Le périmètre de cette figure est de 16 unités de longueur.

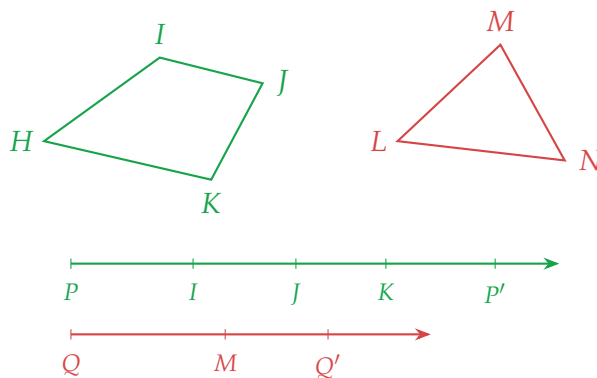
## Définition

Un **polygone** est une figure fermée dont les côtés sont des segments.

## Méthode

Pour comparer les périmètres de plusieurs polygones, on peut reporter les longueurs de leurs côtés sur une demi-droite.

**Exemple** Pour comparer les périmètres du quadrilatère  $HIJK$  et du triangle  $LMN$  ci-dessous, on peut reporter à la suite les unes des autres les longueurs de chaque côté sur une demi-droite, avec un compas.



La longueur du segment  $[PP']$  est égale au périmètre du quadrilatère  $HIJK$ . La longueur du segment  $[QQ']$  est égale au périmètre du triangle  $LMN$ . Le périmètre de la figure verte est donc le plus grand des deux.

### Méthode

L'unité de longueur de référence est le **mètre**. Pour convertir des unités de longueur, on effectue des multiplications ou des divisions par 10.

| Multiples de l'unité |    |     | Unité | Sous-multiples de l'unité |    |    |
|----------------------|----|-----|-------|---------------------------|----|----|
| km                   | hm | dam | m     | dm                        | cm | mm |

$$1 \text{ km} = 10 \text{ hm} \quad 1 \text{ hm} = 10 \text{ dam} \quad 1 \text{ dam} = 10 \text{ m} \quad 1 \text{ m} = 10 \text{ dm} \quad 1 \text{ dm} = 10 \text{ cm} \quad 1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

### Méthode

**Exemple** On veut convertir 28,6 cm en millimètres.  $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$  donc  $28,6 \text{ cm} = 28,6 \times 10 \text{ mm} = 286 \text{ mm}$ .

**Exemple** On veut convertir 9 400 cm en mètres.  $1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m}$  donc  $9\,400 \text{ cm} = \frac{9\,400}{100} \text{ m} = 94 \text{ m}$ .

### Rappel

1 cm est 10 fois plus grand que 1 mm. 1 cm est 100 fois plus petit que 1 m.

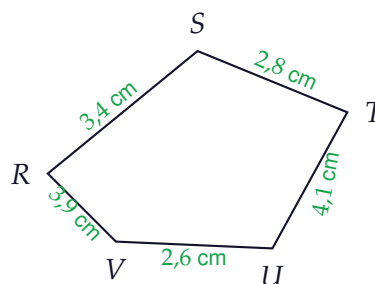
## 2 Calculer un périmètre

### Propriété

Le périmètre d'un polygone est égal à la somme des longueurs de ses côtés.

### Méthode

**Exemple** On considère le pentagone  $RSTUV$  ci-dessous, avec  $RS = 3,4 \text{ cm}$ ,  $ST = 2,8 \text{ cm}$ ,  $TU = 4,1 \text{ cm}$ ,  $UV = 2,6 \text{ cm}$  et  $VR = 3,9 \text{ cm}$ .



$$P = 3,4 \text{ cm} + 2,8 \text{ cm} + 4,1 \text{ cm} + 2,6 \text{ cm} + 3,9 \text{ cm} = 16,8 \text{ cm}$$

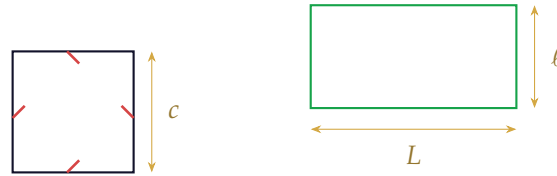
Le périmètre du pentagone  $RSTUV$  est égal à 16,8 cm.

### Attention

Quand on calcule le périmètre d'une figure, les longueurs doivent être exprimées dans la même unité.

**Propriété**

- ▶ Le périmètre d'un **carré** est égal au produit de la longueur de son côté par 4 :  $\mathcal{P} = 4 \times c$ .
- ▶ Le périmètre d'un **rectangle** est égal à la somme du double de sa longueur et du double de sa largeur :  $\mathcal{P} = (2 \times L) + (2 \times \ell)$  ou  $\mathcal{P} = 2 \times (L + \ell)$ .



Le périmètre d'un carré de côté 6 cm est :  $\mathcal{P} = 4 \times c = 4 \times 6 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$ .

Le périmètre d'un rectangle de longueur 7 dm et de largeur 4 dm est :  
 $\mathcal{P} = 2 \times (L + \ell) = 2 \times (7 \text{ dm} + 4 \text{ dm}) = 2 \times 11 \text{ dm} = 22 \text{ dm}$ .

**Propriété**

Le périmètre d'un **disque** de diamètre  $D$  est égal au produit de son diamètre par le nombre  $\pi$ . Il est donc proportionnel à son diamètre (et à son rayon  $r$ ) :

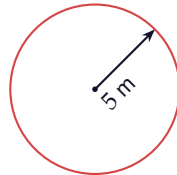
$$\mathcal{P} = \pi \times D \quad \text{ou} \quad \mathcal{P} = 2 \times \pi \times r$$

**Rappel**

Le nombre  $\pi$  (pi) n'est pas un nombre décimal, il possède une infinité de chiffres après la virgule :  
 $\pi \approx 3,141\,592\,653\,589\,793 \dots$

**Méthode**

**Exemple** On cherche le périmètre d'un disque de rayon 5 m.



$$\mathcal{P} = 2 \times \pi \times r = 2 \times \pi \times 5 \text{ m} = 10 \times \pi \text{ m} \approx 10 \times 3,14 \text{ m} \approx 31,4 \text{ m}$$

**Rappel**

En pratique, on utilise souvent 3,14 comme valeur approchée de  $\pi$ . On peut aussi utiliser la touche  $\pi$  de la calculatrice pour avoir davantage de décimales.

**3 Comparer et déterminer des aires****Définition**

L'**aire** d'une figure est la mesure de sa surface intérieure. Elle s'exprime à l'aide d'une unité d'aire.

**Méthode**

**Exemple** Les deux rectangles ci-dessous ont le même périmètre (14 unités de longueur), mais des aires différentes.

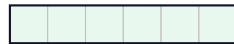


Figure ① — aire = 6

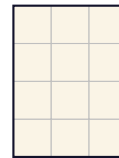
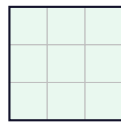


Figure ② — aire = 12

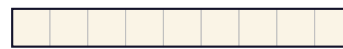
Périmètre de la figure ① :  $2 \times (1 + 6) = 14$ . Périmètre de la figure ② :  $2 \times (3 + 4) = 14$ . Les deux périmètres sont égaux, mais la figure ② a une aire deux fois plus grande.

#### Remarque

Deux figures ayant le même périmètre n'ont pas forcément la même aire (et réciproquement).



Aire = 9, périmètre = 12



Aire = 9, périmètre = 20

Le carré et le rectangle ci-dessus ont la même aire (9 unités d'aire), mais des périmètres différents.

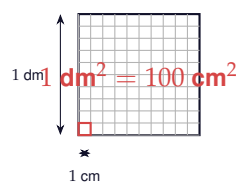
#### Définition

- L'unité d'aire de référence est le **mètre carré**, noté  $\text{m}^2$ . Elle correspond à l'aire d'un carré de 1 m de côté.
- $1 \text{ mm}^2$  est l'aire d'un carré de 1 mm de côté et  $1 \text{ km}^2$  est l'aire d'un carré de 1 km de côté.

#### Propriété

$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 ; \quad 1 \text{ dm}^2 = \frac{1}{100} \text{ m}^2 = 0,01 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2 ; \quad 1 \text{ cm}^2 = \frac{1}{100} \text{ dm}^2 = 0,01 \text{ dm}^2$$



#### Méthode

**Exemple** On veut convertir  $8 \text{ m}^2$  en  $\text{dm}^2$  :  $8 \text{ m}^2 = 8 \times 100 \text{ dm}^2 = 800 \text{ dm}^2$ .

**Exemple** On veut convertir  $340 \text{ cm}^2$  en  $\text{dm}^2$  :  $340 \text{ cm}^2 = \frac{340}{100} \text{ dm}^2 = 3,4 \text{ dm}^2$ .

#### Rappel

$1 \text{ m}^2$  est 100 fois plus grand que  $1 \text{ dm}^2$ , et  $1 \text{ dm}^2$  est 100 fois plus grand que  $1 \text{ cm}^2$ .

## À retenir — formules du chapitre

| Figure                    | Périmètre                             |
|---------------------------|---------------------------------------|
| Polygone                  | Somme des longueurs des côtés         |
| Carré de côté $c$         | $\mathcal{P} = 4 \times c$            |
| Rectangle $L \times \ell$ | $\mathcal{P} = 2 \times (L + \ell)$   |
| Disque de rayon $r$       | $\mathcal{P} = 2 \times \pi \times r$ |

Pour convertir des unités de longueur, on multiplie/divise par 10 ; pour des unités d'aire, par 100.