

FICHE DE COURS

SIXIÈME

Triangles

Géométrie — Chapitre 10

1 Construire un triangle

Propriété

P et Q désignent deux points distincts.

- Le plus court chemin pour aller du point P au point Q est le segment $[PQ]$.
- Pour tout point R , on a $PR + RQ \geq PQ$.
- Pour tous les points R du segment $[PQ]$, et uniquement pour ces points, on a $PR + RQ = PQ$.



Propriété

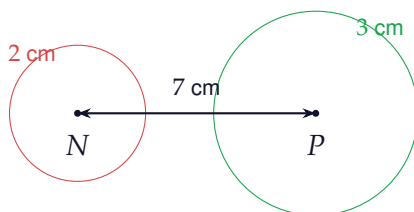
On peut construire un triangle dont on connaît les longueurs des trois côtés lorsque la longueur de son plus grand côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Exemple

Peut-on construire un triangle MNP tel que $MN = 2$ cm, $NP = 7$ cm et $MP = 3$ cm ?

La plus grande longueur est NP , et $NP > MN + MP$ ($7 > 5$).

Donc le triangle **n'est pas** constructible.

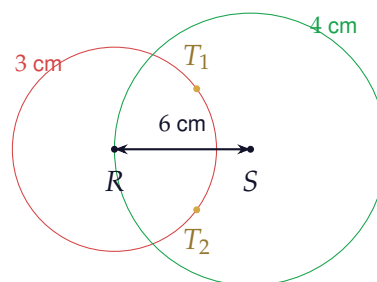


Exemple

Peut-on construire un triangle RST tel que $RS = 6$ cm, $RT = 3$ cm et $ST = 4$ cm ?

La plus grande longueur est RS , et $RS < RT + ST$ ($6 < 7$).

Donc le triangle **est** constructible.



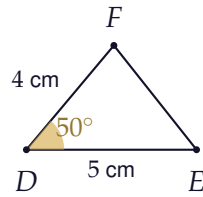
Si $NP = 7$ cm, il est impossible de construire un point M tel que $MN = 2$ cm et $MP = 3$ cm. Il existe en revanche deux possibilités pour le point T (T_1 et T_2).

Propriété

On peut construire un triangle si on connaît les longueurs de deux côtés et la mesure de l'angle formé par ces deux côtés.

Méthode

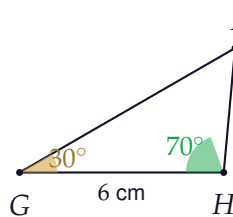
Exemple On peut construire le triangle DEF tel que : $DE = 5$ cm, $DF = 4$ cm et $\widehat{EDF} = 50^\circ$.

**Propriété**

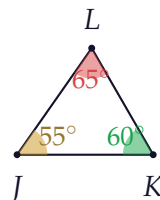
On peut construire un triangle si on connaît les mesures de deux angles (dont la somme est inférieure à 180°) et du côté commun à ces deux angles.

Méthode

Exemple On peut construire le triangle GHI tel que : $GH = 6 \text{ cm}$, $\widehat{HGI} = 30^\circ$ et $\widehat{GHI} = 70^\circ$.

**2 Utiliser les propriétés des triangles****Propriété**

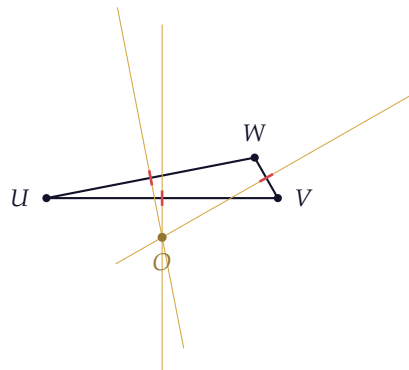
La somme des mesures des trois angles d'un triangle est égale à 180° .



$$\widehat{J} + \widehat{K} + \widehat{L} = 55^\circ + 60^\circ + 65^\circ = 180^\circ$$

Propriété – Définition

Dans un triangle, les **médiatrices** des trois côtés sont **concurrentes**, c'est-à-dire qu'elles se coupent en un même point.



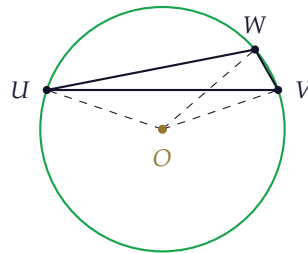
Les médiatrices des trois côtés du triangle UVW se coupent en un même point O .

Rappel

Le point de concours des trois médiatrices d'un triangle n'est pas forcément à l'intérieur de ce triangle ! Ici, le triangle UVW est obtus et O est à l'extérieur.

Propriété – Définition

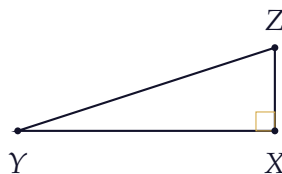
Pour tout triangle, il existe un unique cercle qui passe par les trois sommets du triangle. Ce cercle est appelé le **cercle circonscrit** au triangle. Il a pour centre le point d'intersection des trois médiatrices du triangle.



Le cercle $\mathcal{C}$ passe par les trois sommets U , V et W du triangle UVW : c'est le cercle circonscrit du triangle UVW . Son centre O est l'intersection des médiatrices des côtés $[UV]$, $[UW]$ et $[VW]$. On a : $OU = OV = OW$.

3 Utiliser les propriétés des triangles particuliers**Définition**

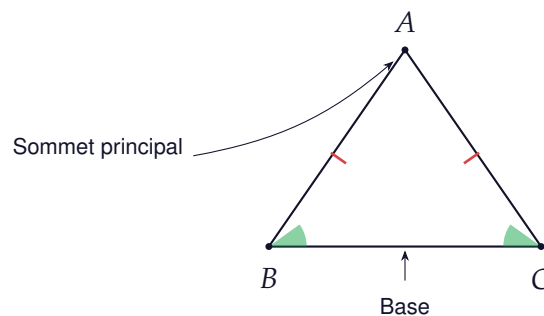
Un **triangle rectangle** est un triangle qui a un angle droit.



L'angle $\hat{X}$ est un angle droit, donc le triangle XYZ est rectangle en X .

Définition

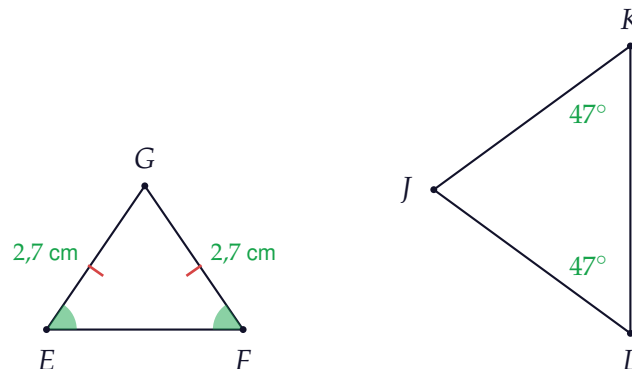
Un **triangle isocèle** est un triangle qui a deux côtés de même longueur.



Les longueurs AB et AC sont égales donc le triangle ABC est isocèle en A . Le point A est appelé le **sommet principal** du triangle. Le côté $[BC]$ est appelé la **base** du triangle.

Propriété

- Si un triangle est isocèle, alors ses angles à la base sont égaux.
- Si un triangle a deux angles égaux, alors il est isocèle.

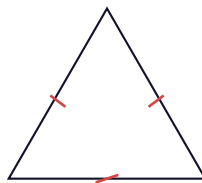


Les longueurs GE et GF sont égales donc le triangle EFG est isocèle en G . On peut en déduire que les angles $\hat{E}$ et $\hat{F}$ sont égaux.

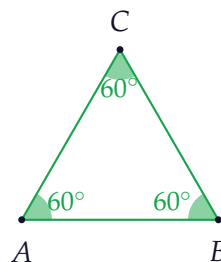
Les angles $\hat{K}$ et $\hat{L}$ sont égaux donc le triangle JKL est isocèle en J . On peut en déduire que les longueurs JK et JL sont égales.

Définition

Un **triangle équilatéral** est un triangle qui a trois côtés de même longueur.

**Propriété**

- Si un triangle est équilatéral, alors ses trois angles mesurent 60° .
- Si un triangle a trois angles égaux, alors il est équilatéral.

**À retenir — vocabulaire du chapitre**

Terme	Signification
Inégalité triangulaire	Le plus grand côté $<$ somme des deux autres
Somme des angles	Toujours 180° dans un triangle
Cercle circonscrit	Passé par les 3 sommets, centre = médiatrices concourantes
Rectangle / isocèle / équilatéral	1 angle droit / 2 côtés égaux / 3 côtés égaux

On peut construire un triangle en connaissant : ses 3 côtés (SSS), 2 côtés et l'angle compris (SAS), ou 2 angles et le côté commun (ASA).