

FICHE DE COURS

SIXIÈME

Fractions

Nombres et calculs — Chapitre 5

1 Connaître la notion de fraction quotient

Définition

 a et b désignent deux nombres ($b \neq 0$).

- Le résultat (exact) de la division de a par b est appelé **quotient** de a par b . Ce nombre est noté $\frac{a}{b}$.
- Si les nombres a et b sont des nombres entiers, on dit que $\frac{a}{b}$ est une **fraction**.

$$\underbrace{a}_{\text{dividende}} \div \underbrace{b}_{\text{diviseur}} = \frac{\overbrace{a}^{\text{numérateur}}}{\underbrace{b}_{\text{dénominateur}}}$$

Méthode

Exemple $\frac{17}{4}$ est le résultat de la division de 17 par 4.

$$\begin{array}{r} 1700 \\ - 16 \\ \hline 10 \\ - 8 \\ \hline 20 \\ - 20 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4 \\ 4,25 \end{array}$$

$\frac{17}{4} = 17 \div 4 = 4,25$. $\frac{17}{4}$ est un nombre décimal.

Méthode

Exemple $\frac{5}{6}$ est le résultat exact de la division de 5 par 6, mais la division décimale de 5 par 6 ne se termine jamais.

$$\begin{array}{r} 500 \\ - 48 \\ \hline 20 \\ - 18 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 6 \\ 0,83 \end{array}$$

Attention

$\frac{5}{6}$ n'est pas un nombre décimal. Un quotient n'est **pas toujours** un nombre décimal !

Propriété

a et b désignent deux nombres ($b \neq 0$). Le nombre $\frac{a}{b}$ est le nombre qui, multiplié par b , donne a .

$\frac{5}{8}$ est le nombre qui, multiplié par 8, donne 5 : $\frac{5}{8} \times 8 = 5$. $\frac{4}{7}$ est le nombre qui, multiplié par 7, donne 4 : $\frac{4}{7} \times 7 = 4$.

Propriété

Une fraction ne change pas si l'on multiplie ou si l'on divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 3}{5 \times 3} = \frac{9}{15}$$

$$\frac{12}{18} = \frac{12 \div 6}{18 \div 6} = \frac{2}{3}$$



On dit qu'on a **simplifié** la fraction $\frac{12}{18}$ car on l'a écrite avec un dénominateur plus petit.

2 Comparer des fractions**Propriété**

- ▶ Si deux fractions ont le **même dénominateur**, la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.
- ▶ Si deux fractions ont le **même numérateur**, la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur.

$$\frac{7}{4} > \frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{9} > \frac{5}{11}$$

Propriété

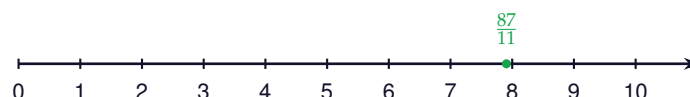
Toute fraction peut être encadrée par deux nombres entiers consécutifs (qui se suivent). Si a et b sont deux nombres entiers ($b \neq 0$), on a $q \leq \frac{a}{b} < q + 1$, où q est le quotient de la division euclidienne de a par b .

Méthode

Exemple On veut encadrer la fraction $\frac{87}{11}$ par deux nombres entiers consécutifs.

$$\begin{array}{r} 87 \\ - 77 \\ \hline 10 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 11 \\ 7 \end{array} \right.$$

La division euclidienne de 87 par 11 s'écrit $87 = 11 \times 7 + 10$, donc $7 \leq \frac{87}{11} < 8$.



Rappel

Le symbole $\leq$ signifie « inférieur ou égal à ». On a $\frac{87}{11} \approx 7,2$.

3 Additionner et soustraire avec des fractions**Propriété**

Pour additionner (ou soustraire) deux fractions de **même dénominateur**, on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

$$\frac{4}{9} + \frac{3}{9} = \frac{4+3}{9} = \frac{7}{9}$$

$$\frac{7}{8} - \frac{2}{8} = \frac{7-2}{8} = \frac{5}{8}$$

Méthode

Pour additionner ou soustraire deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur, on doit d'abord les écrire avec le même dénominateur.

Exemple $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$

Exemple $\frac{7}{4} - \frac{1}{3} = \frac{7 \times 3}{4 \times 3} - \frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{21}{12} - \frac{4}{12} = \frac{17}{12}$

4 Calculer et exprimer une proportion**Propriété**

Pour multiplier une fraction par un nombre entier, on multiplie le numérateur par ce nombre entier et on garde le dénominateur.

$$\frac{4}{7} \times 3 = \frac{4 \times 3}{7} = \frac{12}{7}$$

$$5 \times \frac{2}{9} = \frac{5 \times 2}{9} = \frac{10}{9}$$

Propriété

Pour calculer une fraction d'un nombre entier, on multiplie la fraction par le nombre.

Méthode

Exemple On veut calculer $\frac{2}{3}$ d'une bouteille de 90 cL.

$$\frac{2}{3} \times 90 \text{ cL} = \frac{2 \times 90}{3} \text{ cL} = \frac{180}{3} \text{ cL} = 60 \text{ cL}$$

$$\text{ou } \frac{2}{3} \times 90 \text{ cL} = 2 \times \frac{90}{3} \text{ cL} = 2 \times 30 \text{ cL} = 60 \text{ cL}$$

$$\text{ou } \frac{2}{3} \times 90 \text{ cL} \approx 0,667 \times 90 \text{ cL} = 60 \text{ cL}$$

Méthode

Pour exprimer une proportion en pourcentage, on peut utiliser une fraction de dénominateur 100.

Exemple Dans une classe de 20 élèves, 15 sont demi-pensionnaires. La proportion de demi-

pensionnaires est égale à $\frac{15}{20}$.

$$\frac{15}{20} = \frac{15 \times 5}{20 \times 5} = \frac{75}{100} = 75 \%$$

75 % des élèves sont demi-pensionnaires.

Propriété

t désigne un nombre entier. Pour calculer t % d'une quantité, on multiplie cette quantité par $\frac{t}{100}$.

Méthode

Exemple On veut calculer 24 % de 50 €.

$$\frac{24}{100} \times 50 \text{ €} = \frac{24 \times 50}{100} \text{ €} = \frac{1\,200}{100} \text{ €} = 12 \text{ €}$$

À retenir — vocabulaire du chapitre

Terme	Signification
Fraction $\frac{a}{b}$	Quotient de a par b (a, b entiers, $b \neq 0$)
Simplifier	Diviser numérateur et dénominateur par un même nombre
Encadrer	Situer entre deux entiers consécutifs à l'aide du quotient euclidien
Dénominateur commun	Indispensable pour additionner ou soustraire
t % d'une quantité	Multiplier la quantité par $\frac{t}{100}$

Un quotient n'est pas toujours un nombre décimal !