

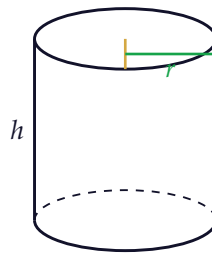
FICHE DE COURS

QUATRIÈME

Solides de l'espace

Espace et géométrie — Chapitre 15

1 Le cylindre de révolution



Définition

Un **cylindre de révolution** est engendré par la rotation d'un rectangle autour de l'un de ses côtés. Il possède deux bases circulaires identiques de rayon r , reliées par une hauteur h . Son **patron** est constitué de deux disques et d'un rectangle (la surface latérale déroulée).

Propriété

$$\text{Aire latérale} = 2\pi r \times h$$

$$\text{Volume} = \pi r^2 \times h$$

Méthode

Exemple 1 Calculer le volume et l'aire latérale d'un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 7 cm (arrondis au centième).

$$V = \pi r^2 h = \pi \times 3^2 \times 7 = 63\pi \approx 197,92 \text{ cm}^3$$

$$\mathcal{A}_{\text{lat}} = 2\pi r h = 2\pi \times 3 \times 7 = 42\pi \approx 131,95 \text{ cm}^2$$

2 Le cône de révolution

Définition

Un **cône de révolution** est engendré par la rotation d'un triangle rectangle autour de l'un des côtés de l'angle droit. Il possède une base circulaire de rayon r , un sommet, et une hauteur h (distance entre le sommet et le centre de la base).

Propriété

$$\text{Volume} = \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h$$

Méthode

Exemple 2 Calculer le volume d'un cône de rayon 6 cm et de hauteur 9 cm (arrondi au centième).

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 9 = \frac{1}{3} \times 324\pi = 108\pi \approx 339,29 \text{ cm}^3$$

- À rayon et hauteur égaux, le volume d'un cône est égal au **tiers** du volume d'un cylindre.

3 La sphère et la boule

Définition

La **sphère** de centre O et de rayon r est l'ensemble des points de l'espace situés à une distance r du point O . La **boule**, elle, désigne le solide plein délimité par cette sphère.

Propriété

$$\text{Aire de la sphère} = 4\pi r^2$$

$$\text{Volume de la boule} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Méthode

Exemple 3 Calculer l'aire et le volume d'une boule de rayon 5 cm (arrondis au centième).

$$A = 4\pi r^2 = 4\pi \times 5^2 = 100\pi \approx 314,16 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times 5^3 = \frac{500}{3}\pi \approx 523,60 \text{ cm}^3$$

4 Sections planes de solides

Sections par un plan parallèle à la base

- La section d'un **cylindre** par un plan parallèle à sa base est un **disque** de même rayon que la base.
- La section d'un **cône** par un plan parallèle à sa base est un **disque** de rayon plus petit que celui de la base.
- La section d'une **sphère** par un plan est un **disque** (un grand cercle si le plan passe par le centre, un cercle plus petit sinon).

Attention

La section d'un cylindre par un plan **parallèle à l'axe** (et non à la base) n'est pas un disque, mais un **rectangle**. Il faut toujours préciser l'orientation du plan de coupe.

À retenir

Cylindre : aire latérale $2\pi rh$; volume $\pi r^2 h$.

Cône : volume $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Sphère/boule : aire $4\pi r^2$; volume $\frac{4}{3}\pi r^3$.

Sections : parallèles à la base → disque (cylindre, cône, sphère).