

FICHE DE COURS

QUATRIÈME

Équations et inéquations

Nombres et calculs — Chapitre 14

1 Équation du premier degré

Définition

Une **équation du premier degré** à une inconnue x est une égalité de la forme $ax + b = cx + d$, où a, b, c et d sont des nombres donnés. **Résoudre** l'équation, c'est trouver toutes les valeurs de x qui la vérifient.

Règles de résolution

On ne change pas les solutions d'une équation en :

- ajoutant ou soustrayant un même nombre aux deux membres ;
- multipliant ou divisant les deux membres par un même nombre **non nul**.

Méthode

Exemple 1 Résoudre l'équation $5x - 4 = 2x + 11$.

$$5x - 4 = 2x + 11 \iff 5x - 2x = 11 + 4 \iff 3x = 15 \iff x = \frac{15}{3} \iff x = 5$$

La solution de l'équation est $x = 5$.

2 Inéquation du premier degré

Définition

Une **inéquation** est une inégalité contenant une inconnue. **Résoudre** une inéquation, c'est trouver l'ensemble de toutes les valeurs de x qui la vérifient : cet ensemble est en général représenté sous forme d'intervalle sur une droite graduée.

Règles de résolution

On peut ajouter ou soustraire un même nombre aux deux membres d'une inéquation sans changer son sens. En revanche :

- multiplier ou diviser par un nombre **positif** conserve le sens de l'inégalité ;
- multiplier ou diviser par un nombre **négatif change le sens** de l'inégalité.

Méthode

Exemple 2 Résoudre l'inéquation $4x + 3 < 19$.

$$4x + 3 < 19 \iff 4x < 16 \iff x < \frac{16}{4} \iff x < 4$$

Les solutions sont tous les nombres x strictement inférieurs à 4.

Attention

Dans l'exemple précédent, on a divisé par 4, qui est **positif** : le sens de l'inégalité est conservé. Si l'on divise (ou multiplie) par un nombre **négatif**, il faut **inverser** le sens de l'inégalité.

Méthode

Exemple 3 Résoudre l'inéquation $-3x + 2 \leq 14$.

$$-3x + 2 \leq 14 \iff -3x \leq 12 \iff x \geq \frac{12}{-3} \iff x \geq -4$$

On a divisé par -3 (négatif) : le sens de l'inégalité a changé. Les solutions sont tous les nombres x supérieurs ou égaux à -4 .

3 Équation produit nul**Un produit de facteurs est nul**

Un produit de deux facteurs est nul **si et seulement si** l'un au moins des facteurs est nul :

$$A \times B = 0 \iff A = 0 \text{ ou } B = 0$$

Méthode

Exemple 4 Résoudre l'équation $(x - 3)(x + 5) = 0$.

$$(x - 3)(x + 5) = 0 \iff x - 3 = 0 \text{ ou } x + 5 = 0 \iff x = 3 \text{ ou } x = -5$$

Cette équation a donc **deux solutions** : $x = 3$ et $x = -5$.

► Pour utiliser cette méthode, l'équation doit d'abord être écrite sous la forme d'un **produit égal à zéro** — on factorise si nécessaire avant de résoudre.

À retenir

Équation : on isole x par équivalences successives ($\iff$).

Inéquation : mêmes règles, mais on **change le sens** en multipliant/divisant par un négatif.

Produit nul : $A \times B = 0 \iff A = 0 \text{ ou } B = 0$.