

FICHE DE COURS

QUATRIÈME

Calcul littéral

Nombres et calculs — Chapitre 12

1 Développer une expression

Simple distributivité

Pour tous nombres k , a et b :

$$k(a + b) = ka + kb \qquad k(a - b) = ka - kb$$

Méthode

Exemple 1 Développer $5(x + 3)$ et $-2(x - 4)$.

$$5(x + 3) = 5x + 15 \qquad -2(x - 4) = -2x + 8$$

Double distributivité

Pour tous nombres a , b , c et d :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Méthode

Exemple 2 Développer $(x + 2)(x + 5)$.

$$(x + 2)(x + 5) = x \times x + x \times 5 + 2 \times x + 2 \times 5 = x^2 + 5x + 2x + 10 = x^2 + 7x + 10$$

2 Les identités remarquables

Trois identités à connaître

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Méthode

Exemple 3 Développer $(x + 3)^2$ et $(2x - 1)(2x + 1)$.

$$(x + 3)^2 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$(2x - 1)(2x + 1) = (2x)^2 - 1^2 = 4x^2 - 1$$

3 Factoriser une expression

Définition

Factoriser une expression, c'est l'écrire sous la forme d'un **produit** de facteurs.

Méthode

Exemple 4 Factoriser $7x + 21$.

On repère le facteur commun 7 :

$$7x + 21 = 7 \times x + 7 \times 3 = 7(x + 3)$$

► On peut aussi factoriser en reconnaissant une identité remarquable "à l'envers" : par exemple, $x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x - 3)(x + 3)$.

Méthode

Exemple 5 Factoriser $x^2 + 8x + 16$.

On reconnaît la forme $a^2 + 2ab + b^2$ avec $a = x$ et $b = 4$:

$$x^2 + 8x + 16 = x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2 = (x + 4)^2$$

4 Résoudre une équation simple

Règles de résolution

On peut, sans changer les solutions d'une équation :

- ajouter ou soustraire le même nombre aux deux membres ;
- multiplier ou diviser les deux membres par un même nombre **non nul**.

Méthode

Exemple 6 Résoudre l'équation $3x + 5 = 17$.

$$3x + 5 = 17 \iff 3x = 17 - 5 \iff 3x = 12 \iff x = \frac{12}{3} \iff x = 4$$

La solution de l'équation est $x = 4$.

Méthode

Exemple 7 Résoudre l'équation $2(x + 3) = x + 11$ en développant d'abord le premier membre.

$$2(x + 3) = x + 11 \iff 2x + 6 = x + 11 \iff 2x - x = 11 - 6 \iff x = 5$$

La solution de l'équation est $x = 5$.

Attention

Dans une chaîne de résolution, chaque ligne est **équivalente** à la précédente : on utilise le symbole $\iff$, jamais $\Rightarrow$, car les transformations effectuées se font dans les deux sens.

À retenir

Développer : $k(a + b) = ka + kb$; $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$.

Identités remarquables : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$; $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

Factoriser : chercher un facteur commun ou reconnaître une identité remarquable.

Résoudre une équation : on utilise des équivalences ($\Longleftrightarrow$) à chaque étape.