

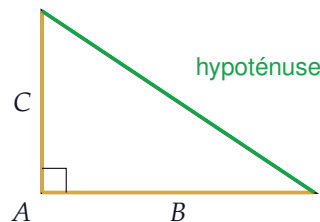
FICHE DE COURS

QUATRIÈME

Théorème de Pythagore

Espace et géométrie — Chapitre 11

1 Le théorème de Pythagore



Théorème de Pythagore

Si un triangle ABC est **rectangle en A** , alors le carré de la longueur de l'**hypoténuse** (le côté opposé à l'angle droit) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Méthode

Exemple 1 Un triangle ABC est rectangle en A , avec $AB = 6$ cm et $AC = 8$ cm. Calculer BC .
D'après le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

$$BC = \sqrt{100} = 10$$

L'hypoténuse BC mesure donc 10 cm.

► Le théorème peut aussi servir à calculer un côté de l'angle droit, en isolant son carré : $AB^2 = BC^2 - AC^2$.

2 La réciproque du théorème de Pythagore

Réciproque

Si, dans un triangle ABC , l'égalité $BC^2 = AB^2 + AC^2$ est vérifiée (avec BC le plus grand côté), alors le triangle ABC est **rectangle en A** .

Méthode

Exemple 2 Un triangle RST a pour côtés $RS = 5$ cm, $ST = 13$ cm et $RT = 12$ cm. Ce triangle est-il rectangle ?

Le plus grand côté est $ST = 13$ cm. On compare ST^2 à $RS^2 + RT^2$:

$$ST^2 = 13^2 = 169 \qquad RS^2 + RT^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$$

Les deux valeurs sont égales : d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle RST est **rectangle en R** .

3 La contraposée du théorème de Pythagore

Contraposée

Si, dans un triangle ABC , l'égalité $BC^2 = AB^2 + AC^2$ n'est **pas** vérifiée (avec BC le plus grand côté), alors le triangle ABC n'est **pas** rectangle.

Méthode

Exemple 3 Un triangle UVW a pour côtés $UV = 7$ cm, $VW = 9$ cm et $UW = 11$ cm. Ce triangle est-il rectangle ?

Le plus grand côté est $UW = 11$ cm. On compare :

$$UW^2 = 11^2 = 121 \qquad UV^2 + VW^2 = 7^2 + 9^2 = 49 + 81 = 130$$

$121 \neq 130$: l'égalité n'est pas vérifiée. D'après la contraposée, le triangle UVW n'est **pas** rectangle.

Attention

Il ne faut jamais oublier de comparer le carré du **plus grand côté** à la somme des carrés des deux autres : c'est toujours le plus grand côté qui joue le rôle de l'hypoténuse dans cette comparaison.

À retenir

Théorème : triangle rectangle en $A \Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Réciproque : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (avec BC le plus grand côté) $\Rightarrow$ triangle rectangle en A .

Contraposée : $BC^2 \neq AB^2 + AC^2 \Rightarrow$ triangle non rectangle.