

FICHE DE COURS

QUATRIÈME

Puissances

Nombres et calculs — Chapitre 10

1 Puissances d'exposant positif

Définition

Pour un nombre a non nul et un entier $n \geq 1$, on définit :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}} \quad \text{et} \quad a^0 = 1$$

Règles de calcul

Pour tout nombre a non nul et tous entiers m et n :

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \qquad (a^m)^n = a^{m \times n}$$

Méthode

Exemple 1 Simplifier $3^4 \times 3^2$ et $\frac{5^7}{5^3}$, puis calculer $(2^3)^2$.

$$\begin{aligned} 3^4 \times 3^2 &= 3^{4+2} = 3^6 & \frac{5^7}{5^3} &= 5^{7-3} = 5^4 \\ (2^3)^2 &= 2^{3 \times 2} = 2^6 = 64 \end{aligned}$$

Attention

Il ne faut pas confondre $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (on **additionne** les exposants) avec $(a^m)^n = a^{m \times n}$ (on **multiplie** les exposants).

2 Puissances d'exposant négatif

Définition

Pour un nombre a non nul et un entier $n \geq 1$, on définit :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Propriété

Les règles de calcul vues précédemment restent valables avec des exposants négatifs :

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \qquad (a^m)^n = a^{m \times n}$$

Méthode

Exemple 2 Écrire 10^{-3} sous forme décimale, puis calculer $2^4 \times 2^{-6}$.

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001$$
$$2^4 \times 2^{-6} = 2^{4+(-6)} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} = 0,25$$

3 Notation scientifique**Définition**

La **notation scientifique** d'un nombre décimal (non nul) est son écriture sous la forme :

$$a \times 10^n$$

où a est un nombre décimal tel que $1 \leq |a| < 10$, et n est un entier relatif.

Méthode

Exemple 3 Écrire 47 000 et 0,0032 en notation scientifique.

$$47\,000 = 4,7 \times 10^4 \qquad 0,0032 = 3,2 \times 10^{-3}$$

► Pour un grand nombre, l'exposant est **positif** (on a déplacé la virgule vers la gauche). Pour un petit nombre (inférieur à 1), l'exposant est **négatif** (on a déplacé la virgule vers la droite).

Méthode

Exemple 4 Calculer $(3 \times 10^5) \times (2 \times 10^{-2})$ et donner le résultat en notation scientifique.

On regroupe les nombres décimaux entre eux, puis les puissances de 10 entre elles :

$$(3 \times 10^5) \times (2 \times 10^{-2}) = (3 \times 2) \times 10^{5+(-2)} = 6 \times 10^3$$

À retenir

Règles : $a^m \times a^n = a^{m+n}$; $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$; $(a^m)^n = a^{m \times n}$.

Exposant négatif : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Notation scientifique : $a \times 10^n$ avec $1 \leq |a| < 10$.