

FICHE DE COURS

QUATRIÈME

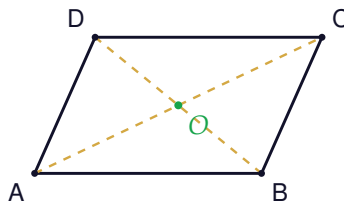
Quadrilatères

Espace et géométrie — Chapitre 8

1 Le parallélogramme

Définition

Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux.

**Propriétés du parallélogramme**

Dans un parallélogramme :

- les côtés opposés ont la même longueur ;
- les angles opposés ont la même mesure ;
- les diagonales se coupent en leur **milieu** commun.

Réciproques

Un quadrilatère est un parallélogramme dans chacun des cas suivants :

- ses diagonales se coupent en leur milieu ;
- ses côtés opposés sont deux à deux de même longueur ;
- deux côtés opposés sont parallèles et de même longueur.

Méthode

Exemple 1 $ABCD$ est un quadrilatère tel que ses diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en un point O , milieu commun des deux diagonales. Que peut-on en conclure ?

Les diagonales de $ABCD$ se coupent en leur milieu : d'après la réciproque, $ABCD$ est un **parallélogramme**.

2 Rectangle, losange et carré

Définition

- Un **rectangle** est un parallélogramme qui possède un angle droit.
- Un **losange** est un parallélogramme qui possède deux côtés consécutifs de même longueur.
- Un **carré** est à la fois un rectangle et un losange.

Propriétés caractéristiques

- Un parallélogramme est un **rectangle** si et seulement si ses diagonales ont la même longueur.
- Un parallélogramme est un **losange** si et seulement si ses diagonales sont perpendiculaires.
- Un parallélogramme est un **carré** si et seulement si ses diagonales sont à la fois de même longueur et perpendiculaires.

Méthode

Exemple 2 $EFGH$ est un parallélogramme dont les diagonales $[EG]$ et $[FH]$ sont perpendiculaires et de même longueur. Quelle est la nature de $EFGH$?

Les diagonales sont de même longueur : $EFGH$ est un rectangle.

Les diagonales sont aussi perpendiculaires : $EFGH$ est un losange.

$EFGH$ est donc un **carré**.

Attention

Tout carré est un rectangle et un losange, mais un rectangle (non carré) n'est **pas** un losange, et réciproquement. Ne confondez pas propriété caractéristique et simple propriété.

3 Le trapèze**Définition**

Un **trapèze** est un quadrilatère qui possède (au moins) deux côtés parallèles, appelés les **bases** du trapèze.

Propriété

Un **trapèze rectangle** possède un angle droit. Un **trapèze isocèle** possède deux côtés non parallèles (les côtés obliques) de même longueur ; ses diagonales sont alors également de même longueur.

► Un parallélogramme est un cas particulier de trapèze : il possède **deux paires** de côtés parallèles.

À retenir

Parallélogramme : côtés opposés parallèles ; diagonales de même milieu.

Rectangle : parallélogramme + diagonales de même longueur.

Losange : parallélogramme + diagonales perpendiculaires.

Carré : rectangle et losange à la fois.

Trapèze : quadrilatère avec (au moins) deux côtés parallèles.