

CALCULS

- On commence par les (), puis les multiplications ou divisions et enfin les additions ou soustractions.
- On fait les calculs dans l'**ordre** lorsque l'expression ne comporte que des additions ou soustractions, et que des multiplications ou divisions.
- Diviser par une fraction c'est multiplier par son inverse.
- Donner votre réponse sous forme irréductible !

$$\rightarrow \frac{5}{6} - \frac{2}{7} \div \frac{3}{4} = \frac{5}{6} - \frac{2}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{5}{6} - \frac{8}{21} = \frac{35}{42} - \frac{16}{42} = \frac{19}{42}$$

$$\rightarrow \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{7}\right) \div \frac{3}{4} = \left(\frac{35}{42} - \frac{12}{42}\right) \times \frac{4}{3} = \frac{23}{42} \times \frac{4}{3} = \frac{92}{126} = \frac{46}{63}$$

POUISSANCES

$$a^n \times a^m = a^{n+m} \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad (a^n)^m = a^{n \times m} \quad a^{-1} = \frac{1}{a}$$

- Pour multiplier 2 puissances d'un même nombre, on ajoute les exposants et pour diviser 2 puissances d'un même nombre, on soustrait les exposants.
- Pour prendre la puissance d'une puissance on multiplie les exposants.
- Notation scientifique** : un nombre avec un seul chiffre non nul avant la virgule, multiplié par une puissance de 10.

$$\rightarrow \frac{7 \times (10^5)^3 \times 10^{-2}}{5 \times 10^7} = 1,4 \times \frac{10^{15} \times 10^{-2}}{10^7} = 1,4 \times 10^6$$

STATISTIQUES

Voici les 13 pointures des filles d'une classe rangées par ordre **CROISSANT** :

36 ; 36 ; 37 ; 37 ; 37 ; 38 ; **38** ; 39 ; 39 ; 39 ; 40 ; 41 ; 42

- L'**étendue** de cette série est : $42 - 36 = 6$
- Il y a 13 valeurs, la **médiane** qui partage la série en 2 groupes de **même** effectif, est la 7ème valeur soit 38. *Il y a autant d'élèves qui chaussent du 38 ou moins que d'élèves qui chaussent du 38 ou plus.*
- La position du **premier quartile** Q_1 est obtenue en prenant $1/4$ des valeurs, soit $1/4 \times 13 = 3,25$; on choisit le rang 4 (entier qui suit 3,25) correspondant à une pointure de 37. *Au moins 25 % des filles ont une pointure inférieure ou égale à du 37*

POURCENTAGES

La proportion en pourcentage d'une quantité A par rapport à une quantité totale B est égale à $\frac{A}{B} \times 100$ (en %)

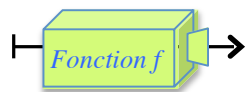
Prendre $x\%$ d'une grandeur revient à la multiplier par $\frac{x}{100}$.

Pour augmenter une grandeur de $x\%$ on la multiplie par $(1 + \frac{x}{100})$.

Pour diminuer une grandeur de $x\%$ on la multiplie par $(1 - \frac{x}{100})$.

FONCTIONS

- nombre de départ
- x
- un antécédent
- abscisse
- nbre d'arrivée
- $f(x)$; y
- l'image
- ordonnée



- fonction affine $f : x \mapsto ax + b$ avec a **coef. directeur** et b **ordonnée à l'origine**
- fonction linéaire $f : x \mapsto ax$
- a **négatif** : droite inclinée vers le bas
- a **positif** : droite inclinée vers le haut
- ft constante $f : x \mapsto b$
- Soit $f : x \mapsto 2x - 7$ ex : $f(5) = 2 \times 5 - 7 = 10 - 7 = 3$
5 a pour image 3 par f et 3 a pour antécédent 5 par f

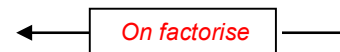
CALCUL LITTÉRAL



$$k(a+b) = k \times a + k \times b$$

$$(a+b)(c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$



- Développer et réduire

$$E = (x-2)^2 + (x-2)(x+5)$$

$$E = x^2 - 4x + 4 + x^2 + 5x - 2x - 10$$

$$E = 2x^2 - x - 6$$

- Factoriser

$$E = (x-2)^2 + (x-2)(x+5) \quad x-2=0 \quad \text{ou} \quad 2x+3=0$$

$$E = [(x-2)(x-2) + (x+5)] \quad x=2 \quad 2x=-3$$

$$E = (x-2)(x-2+x+5) \quad x = \frac{-3}{2} = -1,5$$

$$E = (x-2) \times (2x+3) \quad S = \{2; -1,5\}$$

- Résoudre

$$(x-2)(2x+3) = 0$$

$$x-2=0 \quad \text{ou} \quad 2x+3=0$$

$$x=2 \quad 2x=-3$$

$$x = \frac{-3}{2} = -1,5$$

$$S = \{2; -1,5\}$$

- Résoudre $(x-3)^2 = 36$

$$x-3 = \sqrt{36} = 6 \quad \text{ou} \quad x-3 = -\sqrt{36} = -6$$

$$x = 6+3 = 9 \quad x = -6+3 = -3$$

$$S = \{9; -3\}$$

- Résolution d'une inéquation. $-5x \leq 24 + 7x$

ATTENTION, si on divise ou multiplie les 2 membres d'une inégalité par un même nombre **NEGATIF**, il faut changer le sens de l'inégalité.

$$-5x \leq 24 + 7x$$

$$-5x - 7x \leq 24$$

$$-12x \leq 24$$

$$x \geq \frac{24}{-12}$$

$$x \geq -2$$

ARITHMETIQUE

- Un diviseur commun à a et b est un nombre entier qui divise a et qui divise b .
- Lorsque PGCD (a ; b) = 1, on dit que a et b sont **premiers** entre eux.
- Pour rendre irréductible une fraction on décompose les numérateur et dénominateur en produits de facteurs premiers.

PROBABILITES

- $p = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre d'issues possibles}}$

La probabilité de tirer un roi dans un jeu de 32 cartes est

$$\text{donnée par } p(\text{Roi}) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$$

- La somme des probabilités des événements élémentaires est égale à 1.
- La probabilité d'un événement impossible (qui ne peut pas se réaliser) est égale à 0.
- La probabilité d'un événement certain (qui se réalise à chaque fois) est égale à 1.
- La somme des probabilités de A et de son contraire est 1.

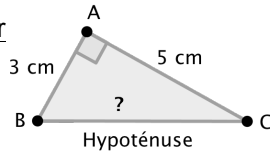
PROPRIETE DE PYTHAGORE

→ Permet de calculer une longueur dans un triangle **rectangle**.

ABC est rectangle en A donc d'après la propriété de Pythagore,

$$\text{on a } BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$$

$$\text{d'où } BC = \sqrt{34} \approx 5,8 \text{ cm (à 1 mm près)}$$



RECIPROQUE DE LA PROP. DE PYTHAGORE

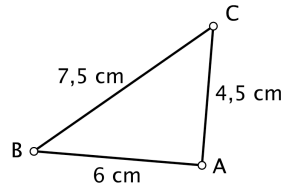
→ Permet de prouver qu'un triangle est rectangle.

$$\text{D'une part } BC^2 = 7,5^2 = 56,25$$

$$\text{D'autre part } AB^2 + AC^2 = 6^2 + 4,5^2 = 36 + 20,25 = 56,25$$

On constate que $AB^2 + AC^2 = BC^2$, donc d'après la réciproque de la propriété de Pythagore, ABC est rectangle en A.

Si l'égalité n'est pas vérifiée, on conclut directement que le triangle n'est pas rectangle.



ESPACE

$$V_{\text{Prisme}} = \text{Aire de la base} \times \text{Hauteur} \quad V_{\text{Cylindre}} = \pi \times r^2 \times \text{Hauteur}$$

$$V_{\text{Pyramide}} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3} \quad V_{\text{Cône}} = \frac{\pi \times r^2 \times \text{Hauteur}}{3}$$

$$V_{\text{Boule}} = \frac{4}{3} \pi \times r^3$$

$$A_{\text{Sphère}} = 4 \times \pi \times r^2$$

☑ Dans un agrandissement ou une réduction de rapport **k**, les longueurs sont multipliées par **k**, les aires sont multipliées par **k²** et les volumes par **k³**

☑ La section d'un pavé par un plan parallèle à l'une de ses faces ou l'une de ses arêtes est un rectangle.

☑ La section d'un cylindre par un plan parallèle à son axe est un rectangle et perpendiculaire à son axe est un disque.

☑ La section d'un cône ou d'une pyramide par un plan parallèle à sa base est une réduction de sa base.

☑ La section d'une sphère par un plan est un cercle.

PROPRIETE DE THALES

→ Permet de calculer une longueur.

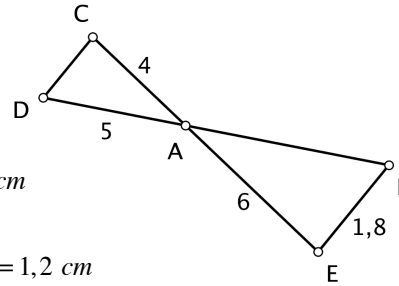
Les droites (CE) et (DF) se coupent en A, de plus les droites (CD) et (EF) sont **parallèles**, donc d'après la propriété de Thalès,

$$\text{on a } \frac{AC}{AE} = \frac{AD}{AF} = \frac{CD}{EF}$$

$$\text{soit } \frac{4}{6} = \frac{5}{AF} = \frac{CD}{1,8}$$

$$\text{d'où } AF = \frac{6 \times 5}{4} = 7,5 \text{ cm}$$

$$\text{et } CD = \frac{4 \times 1,8}{6} = \frac{7,2}{6} = 1,2 \text{ cm}$$



RECIPROQUE DE LA PROP. DE THALES

→ Permet de prouver que deux droites sont parallèles.

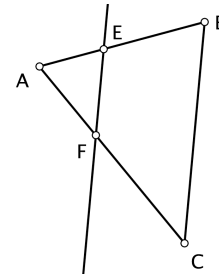
$$\text{D'une part } \frac{AE}{AB} = \frac{2}{5} = 0,4$$

$$\text{D'autre part } \frac{AF}{AC} = \frac{3}{7,5} = 0,4$$

On constate que $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$, de

plus les points A, E, B et A, F, C sont alignés dans le même ordre, donc d'après la **réciproque de la propriété de Thalès** les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

Si l'égalité n'est pas vérifiée, on conclut directement que les droites ne sont pas parallèles.



TRIANGLES SEMBLABLES

Deux triangles semblables sont deux triangles qui ont leurs angles deux à deux de même mesure.

Si deux triangles sont semblables, alors les longueurs de leurs côtés homologues sont proportionnelles.

Si les longueurs des côtés de deux triangles sont proportionnelles deux à deux, alors ces triangles sont semblables

TRIGONOMETRIE

Dans un triangle **rectangle**, pour un angle aigu $\hat{\alpha}$ donné :

$$\sin \hat{\alpha} = \frac{\text{coté opp à } \hat{\alpha}}{\text{hypoténuse}} \quad \cos \hat{\alpha} = \frac{\text{coté adj à } \hat{\alpha}}{\text{hypoténuse}} \quad \tan \hat{\alpha} = \frac{\text{opp à } \hat{\alpha}}{\text{adj à } \hat{\alpha}}$$

→ Permet de calculer une longueur :

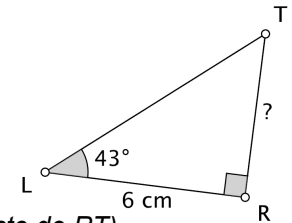
Dans le triangle rectangle RTL, on utilise la trigonométrie :

$$\text{on a } \tan \widehat{RTL} = \frac{RT}{RL}$$

$$\text{soit } \tan 43^\circ = \frac{RT}{6}$$

d'où $RT = 6 \times \tan 43^\circ$ (valeur exacte de RT)

et $RT \approx 5,6 \text{ cm}$ (valeur approchée au mm près)

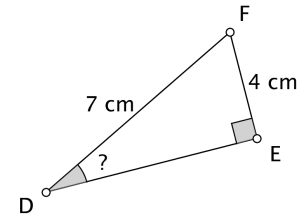


→ Permet de calculer un angle :

Dans le triangle rectangle EDF,

$$\text{on a } \sin \widehat{EDF} = \frac{EF}{DF} = \frac{4}{7}$$

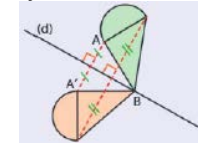
d'où $\widehat{EDF} \approx 35^\circ$ (à 1° près)



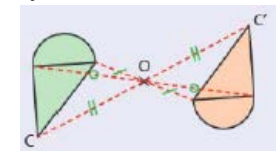
Propriétés : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ et $\tan x = \sin x / \cos x$

TRANSFORMATIONS DU PLAN

- Symétrie axiale :



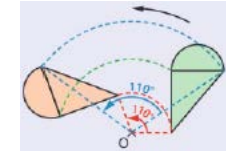
- Symétrie centrale :



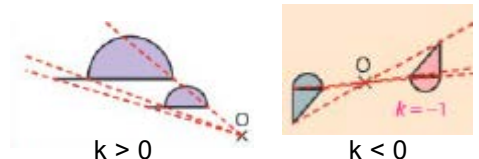
- Translation :



- Rotation :



- Homotétie de rapport k :



$k > 0$

$k < 0$