

FICHE DE COURS

TROISIÈME

Les transformations du plan

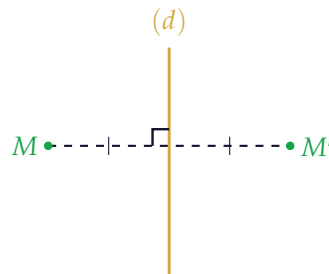
Espace et géométrie — Chapitre 12

1 Symétrie axiale

Définition

L'image d'une figure par la **symétrie d'axe** (d) s'obtient par **pliage** le long de cet axe. L'axe (d) est l'élément caractéristique de la symétrie.

Dire que « la symétrie d'axe (d) transforme M en M' » signifie que l'axe (d) est la **médiatrice** du segment $[MM']$.

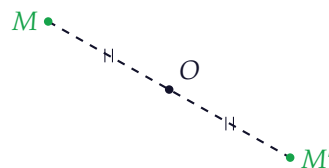


2 Symétrie centrale

Définition

L'image d'une figure par la **symétrie de centre** O s'obtient par **demi-tour** autour de ce centre. Le centre O est l'élément caractéristique de la symétrie.

Dire que « la symétrie de centre O transforme M en M' » signifie que le point O est le **milieu** du segment $[MM']$.

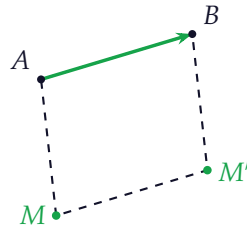


3 Translation

Définition

L'image d'une figure par la **translation qui transforme A en B** s'obtient par un **glissement** parallèle à la droite (AB) , dans le sens de A vers B et de longueur AB . Les points A et B sont les éléments caractéristiques de la translation.

Dire que « cette translation transforme M en M' » signifie que le quadrilatère $MABM'$ est un **parallélogramme**.

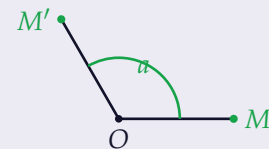


4 Rotation

Définition

L'image d'une figure par la **rotation de centre O et d'angle a** (dans un sens donné) s'obtient en la faisant **tourner** autour de O , à distance constante de O , de a degrés dans ce sens. Le centre O , l'angle a et le **sens** sont les éléments caractéristiques de la rotation.

- Le **sens horaire** est celui des aiguilles d'une montre ; le **sens antihoraire** est le sens inverse.
- Si la rotation transforme M en M' , alors $OM = OM'$ et l'angle $\widehat{MOM'}$ est égal à l'angle a de la rotation.



Méthode

Exemple On considère la rotation de centre O , d'angle 120° , dans le **sens horaire**, qui transforme M en M' . Que peut-on dire des longueurs OM et OM' , et de l'angle $\widehat{MOM'}$?

La rotation conserve les distances au centre, donc les longueurs OM et OM' sont égales. De plus, l'angle de la rotation se retrouve entre les deux positions du point : l'angle $\widehat{MOM'}$ mesure donc 120° .

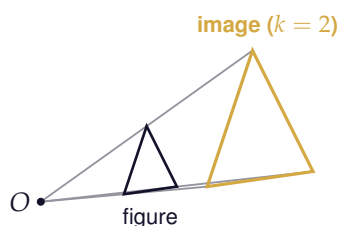
5 Homothétie

Définition

L'image d'une figure par l'**homothétie de centre O et de rapport k** (non nul) s'obtient par un **agrandissement** ou une **réduction** centré sur O , de facteur k . Le centre O et le rapport k sont les éléments caractéristiques de l'homothétie.

Si l'homothétie de centre O et de rapport k transforme M en M' :

- la longueur OM' vaut $|k| \times OM$;
- si $k > 0$, les points O , M et M' sont alignés dans cet ordre, du même côté de O ;
- si $k < 0$, le point O est **entre** M et M' (les points M , O , M' sont alignés dans cet ordre).



Méthode

Exemple Un triangle a un côté de 4 cm et une aire de 6 cm². On lui applique l'homothétie de centre O et de rapport 3. Calculer la longueur du côté image et l'aire de la figure image.

Le rapport est $k = 3$, qui est positif, donc les longueurs sont multipliées par k :

$$4 \times 3 = 12$$

Le côté image mesure donc 12 cm. Les aires, elles, sont multipliées par k^2 :

$$k^2 = 3^2 = 9 \quad \text{puis} \quad 6 \times 9 = 54$$

L'aire de la figure image est donc de 54 cm².

Attention

Pour une homothétie de rapport **négatif**, les longueurs restent multipliées par la valeur positive $|k|$ (par exemple $|-2| = 2$), et les aires par k^2 (toujours positif). Seul le **sens** change : l'image se retrouve de l'autre côté du centre O .

À retenir — ce que conservent les transformations

Transformation	Longueurs	Aires
Symétrie axiale	conservées	conservées
Symétrie centrale	conservées	conservées
Translation	conservées	conservées
Rotation	conservées	conservées
Homothétie de rapport k	$\times k $	$\times k^2$

Toutes ces transformations conservent les **angles** et le **parallélisme**.