

FICHE DE COURS

TROISIÈME

Trigonométrie dans le triangle rectangle

Espace et géométrie — Chapitre 11

1 Le triangle rectangle

Définition

L'**hypoténuse** d'un triangle rectangle est le côté qui n'est pas un côté de l'angle droit : c'est le côté opposé à l'angle droit.

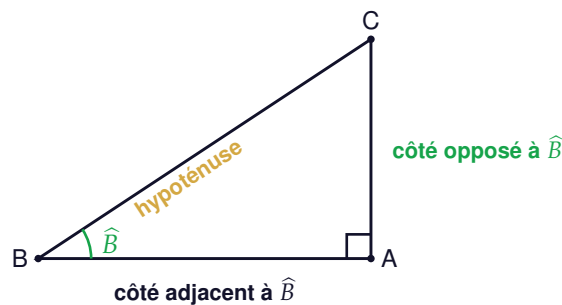
Propriété

L'hypoténuse d'un triangle rectangle est son **plus grand côté**.

Définitions — côté opposé, côté adjacent

Pour chaque angle aigu d'un triangle rectangle, on distingue :

- le **côté opposé** à cet angle, qui lui fait face ;
- le **côté adjacent** à cet angle, qui le forme avec l'hypoténuse.



► Le côté **opposé** et le côté **adjacent** changent selon l'angle aigu considéré. Seule l'hypoténuse reste toujours la même : elle est opposée à l'angle droit.

Propriété

Dans un triangle rectangle, pour chaque angle aigu, les trois quotients suivants ne dépendent que de la **valeur de l'angle** :

$$\frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} \quad \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} \quad \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

Cette relation entre les angles et les longueurs s'appelle la **trigonométrie**.

2 Cosinus, sinus et tangente

Définition

Dans un triangle rectangle, pour un angle aigu $\widehat{B}$:

$$\cos(\widehat{B}) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} \quad \sin(\widehat{B}) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} \quad \tan(\widehat{B}) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

À retenir — SOH CAH TOA

$$\begin{array}{ccc} \text{CAH} & \text{SOH} & \text{TOA} \\ \cos = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}} & \sin = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}} & \tan = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} \end{array}$$

On lit chaque groupe de trois lettres : Cosinus = Adjacent sur Hypoténuse, et ainsi de suite.

Propriété

Dans un triangle rectangle, le cosinus, le sinus et la tangente d'un angle aigu ne dépendent que de la mesure de cet angle. De plus, le **cosinus** et le **sinus** sont toujours compris entre 0 et 1, ce qui n'est pas le cas de la tangente.

3 Calculer une longueur

Méthode

Exemple Le triangle ABC est rectangle en A . On sait que $\widehat{B} = 40^\circ$ et que l'hypoténuse BC mesure 7 cm. Calculer la longueur AB (arrondie au centième).

Par rapport à l'angle $\widehat{B}$, le côté AB est le côté **adjacent** et BC est l'**hypoténuse**. On utilise donc le **cosinus** :

$$\cos(\widehat{B}) = \frac{AB}{BC}$$

On remplace l'angle et l'hypoténuse par leurs valeurs, puis on isole AB :

$$\cos(40^\circ) = \frac{AB}{7} \iff AB = 7 \times \cos(40^\circ)$$

À la calculatrice (en mode degré), on obtient une valeur approchée :

$$AB \approx 5,36$$

La longueur AB est donc d'environ 5,36 cm.

4 Calculer un angle

Méthode

Exemple Le triangle ABC est rectangle en A , avec $AB = 3$ cm et $BC = 5$ cm. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{B}$, arrondie au degré.

Par rapport à l'angle $\widehat{B}$, on connaît le côté adjacent AB et l'hypoténuse BC : on utilise donc le

cosinus.

$$\cos(\widehat{B}) = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5} = 0,6$$

On cherche alors l'angle dont le cosinus vaut 0,6, à l'aide de la touche $\cos^{-1}$ de la calculatrice :

$$\widehat{B} \approx 53^\circ$$

L'angle $\widehat{B}$ mesure donc environ 53° .

Attention

Avant de choisir entre le cosinus, le sinus et la tangente, il faut toujours repérer, **par rapport à l'angle utilisé**, quel côté est l'hypoténuse, lequel est le côté opposé et lequel est le côté adjacent.

La calculatrice doit être réglée en **mode degré**. Pour retrouver un angle à partir d'un rapport, on utilise les touches $\cos^{-1}$, $\sin^{-1}$ ou $\tan^{-1}$.

À retenir

Trois rapports : $\cos = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$, $\sin = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$, $\tan = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$ (moyen mnémotechnique : CAH SOH TOA).

Calculer une longueur : on écrit le rapport adapté, puis on isole la longueur cherchée.

Calculer un angle : on calcule le rapport, puis on utilise $\cos^{-1}$, $\sin^{-1}$ ou $\tan^{-1}$.

Toujours : repérer les côtés par rapport à l'angle, et régler la calculatrice en degrés.