

FICHE DE COURS

TROISIÈME

Volumes, sections et repérage

Espace et géométrie — Chapitre 9

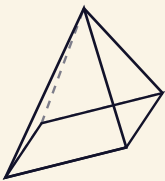
1 Solides de l'espace

Définition

Un **polyèdre** est un solide dont toutes les faces sont des polygones. Ces faces possèdent des **sommets** et des **arêtes** communs.

Un **solide de révolution** est un solide engendré par une figure en rotation autour d'un axe.

- ▶ Le **prisme droit** possède deux bases parallèles et superposables, et des faces latérales rectangulaires.
- ▶ La **pyramide** possède une base et des faces latérales triangulaires. Sa hauteur est perpendiculaire à la base.



- ▶ Le **cylindre** est engendré par la rotation d'un rectangle. Il possède deux disques parallèles et superposables.
- ▶ Le **cône** est engendré par la rotation d'un triangle rectangle. Il possède un disque et un sommet.
- ▶ La **sphère** de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M de l'espace tels que $OM = r$. La **boule** est l'ensemble des points M tels que $OM \leq r$.

2 Volumes des solides usuels

Propriété

Solide	Volume
Prisme droit	$\mathcal{V} = \mathcal{A}_{\text{base}} \times h$
Cylindre de rayon r	$\mathcal{V} = \pi \times r^2 \times h$
Pyramide	$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{\text{base}} \times h$
Cône de rayon r	$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$
Boule de rayon r	$\mathcal{V} = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$

Méthode

Exemple Calculer le volume d'un cône de révolution de rayon 3 cm et de hauteur 8 cm. On donnera la valeur exacte, puis la valeur arrondie au centième.

On applique la formule du volume d'un cône :

$$\begin{aligned} \mathcal{V} &= \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 8 \\ &= \frac{1}{3} \times \pi \times 72 \\ &= 24\pi \end{aligned}$$

La valeur exacte du volume est donc $24\pi \text{ cm}^3$. On en donne enfin une valeur approchée :

$$\mathcal{V} \approx 75,40$$

Le volume de ce cône est donc d'environ $75,40 \text{ cm}^3$.

Méthode

Exemple Calculer le volume d'une boule de rayon 6 cm. On donnera la valeur exacte. On applique la formule du volume d'une boule :

$$\begin{aligned} \mathcal{V} &= \frac{4}{3} \times \pi \times 6^3 \\ &= \frac{4}{3} \times \pi \times 216 \\ &= 288\pi \end{aligned}$$

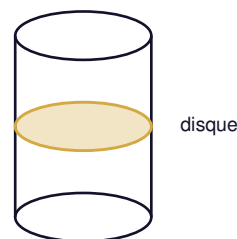
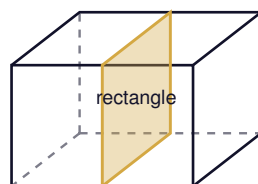
Le volume de cette boule est donc égal à $288\pi \text{ cm}^3$.

3 Sections planes de solides

Propriété — Section d'un pavé et d'un cylindre

La section d'un **pavé droit** par un plan parallèle à une face est un **rectangle**.

La section d'un **cylindre** par un plan parallèle à ses bases est un **disque** de même rayon que les bases ; par un plan parallèle à son axe, c'est un **rectangle**.



Méthode

Exemple Un cylindre a un rayon de 5 cm. On le coupe par un plan parallèle à ses bases. Décrire la section obtenue.

Le plan de coupe est parallèle aux bases du cylindre, donc la section est un disque. Ce disque a le même rayon que les bases : son rayon vaut donc 5 cm.

4 Agrandissement et réduction

Propriété

Lorsqu'on multiplie les longueurs d'un solide par un coefficient k strictement positif :

- les aires sont multipliées par k^2 ;
- les volumes sont multipliés par k^3 .

Méthode

Exemple Un cône a un volume de 30 cm^3 . On multiplie toutes ses longueurs par 2. Calculer le volume du nouveau cône.

Le coefficient d'agrandissement est $k = 2$, donc les volumes sont multipliés par k^3 :

$$\begin{aligned} k^3 &= 2^3 \\ &= 8 \end{aligned}$$

On multiplie ensuite le volume initial par ce coefficient :

$$30 \times 8 = 240$$

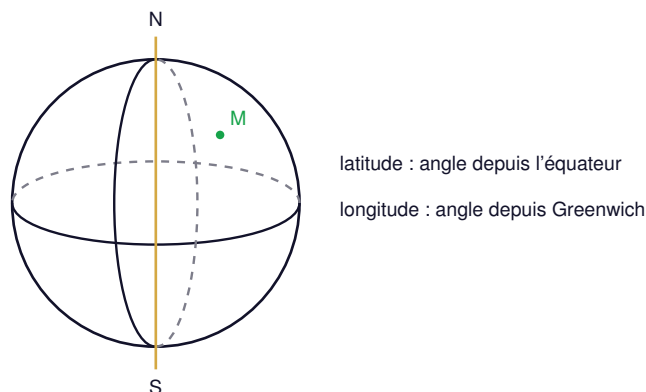
Le volume du nouveau cône est donc de 240 cm^3 .

5 Repérage sur une sphère

Définition

Sur la sphère terrestre, un point est repéré par deux coordonnées :

- la **latitude**, comprise entre 0 et 90, vers le Nord ou vers le Sud, mesurée à partir de l'équateur ;
- la **longitude**, comprise entre 0 et 180, vers l'Est ou vers l'Ouest, mesurée à partir du méridien de Greenwich.



Méthode

Exemple Un point M de la sphère terrestre a pour coordonnées géographiques 40 Nord et 50 Est. Décrire sa position.

La latitude de 40 Nord indique que le point M se situe au-dessus de l'équateur, à un angle de 40 mesuré depuis celui-ci.

La longitude de 50 Est indique qu'il se situe à l'est du méridien de Greenwich, à un angle de 50 mesuré depuis ce méridien.

On note généralement ces coordonnées sous la forme $M(40N; 50E)$.

Attention

La latitude et la longitude sont des **angles**, exprimés en degrés, et non des longueurs. Il faut toujours préciser le sens : Nord ou Sud pour la latitude, Est ou Ouest pour la longitude.

À retenir

Volumes : prisme et cylindre $\mathcal{A}_{\text{base}} \times h$; pyramide et cône $\frac{1}{3} \mathcal{A}_{\text{base}} \times h$; boule $\frac{4}{3} \pi r^3$.

Sections : parallèle aux bases d'un cylindre $\rightarrow$ disque ; parallèle à une face d'un pavé $\rightarrow$ rectangle.

Agrandissement de rapport k : aires $\times k^2$, volumes $\times k^3$.

Repérage : sur une sphère, un point est repéré par sa latitude et sa longitude.