

FICHE DE COURS

TROISIÈME

Statistiques

Données et fonctions — Chapitre 7

1 Moyenne d'une série statistique

Définition

La **moyenne** M d'une série statistique numérique est le quotient de la somme de ses données par l'effectif total :

$$M = \frac{\text{somme des données}}{\text{effectif total}}.$$

Méthode

Exemple En quatre sauts, Tam a parcouru 100 cm, 80 cm, 140 cm et 80 cm. Calculer la longueur moyenne de ses sauts.

On additionne d'abord les quatre longueurs :

$$100 + 80 + 140 + 80 = 400$$

On divise ensuite cette somme par l'effectif total, qui vaut 4 :

$$\begin{aligned} M &= \frac{400}{4} \\ &= 100 \end{aligned}$$

La longueur moyenne des quatre sauts est donc de 100 cm. C'est le partage équitable de la longueur totale : si chaque saut avait eu la même longueur, elle aurait été égale à 100 cm.

Propriété — Moyenne pondérée

Lorsque les données sont regroupées dans un tableau d'effectifs, la moyenne s'obtient en multipliant chaque valeur par son effectif, en additionnant les produits, puis en divisant par l'effectif total.

Méthode

Exemple Calculer la note moyenne de la classe à partir du tableau suivant.

Note	8	12	14	16
Effectif	5	9	6	4

On calcule d'abord la somme de toutes les notes, en pondérant par les effectifs :

$$\begin{aligned} 8 \times 5 + 12 \times 9 + 14 \times 6 + 16 \times 4 &= 40 + 108 + 84 + 64 \\ &= 296 \end{aligned}$$

On détermine ensuite l'effectif total :

$$5 + 9 + 6 + 4 = 24$$

On effectue enfin le quotient :

$$M = \frac{296}{24} \\ \approx 12,3$$

La note moyenne de la classe est donc d'environ 12,3.

2 Médiane d'une série statistique

Définition

La **médiane** m d'une série statistique ordonnée est un nombre tel que :

- au moins la moitié des données sont inférieures ou égales à m ;
- au moins la moitié des données sont supérieures ou égales à m .

Méthode

Exemple Rangées dans l'ordre croissant, voici les huit notes d'Asma : 6 ; 8 ; 11 ; 12 ; 12 ; 12 ; 18 ; 20. Déterminer la note médiane.

L'effectif est pair et vaut 8 : la médiane se situe entre la quatrième et la cinquième note. Ici, ces deux notes sont égales à 12, donc la médiane vaut 12. En effet, au moins quatre notes sont inférieures ou égales à 12, et au moins quatre notes sont supérieures ou égales à 12 : la médiane est $m = 12$.

Méthode

Exemple Voici les sept notes de Bachar rangées dans l'ordre croissant : 9 ; 9 ; 10 ; 11 ; 14 ; 16 ; 19. Déterminer la note médiane.

L'effectif est impair et vaut 7 : la médiane est la valeur centrale, c'est-à-dire la quatrième note. Trois notes sont inférieures ou égales à 11 et trois notes sont supérieures ou égales à 11 : la médiane est $m = 11$.

Attention

La médiane n'est pas la moyenne. Pour la déterminer, il faut d'abord **ranger** les données dans l'ordre croissant, puis repérer la valeur centrale. Lorsque l'effectif est **pair**, la médiane peut être n'importe quelle valeur entre les deux données centrales ; on choisit en général leur demi-somme.

3 Étendue d'une série statistique

Définition

L'**étendue** d'une série statistique numérique est égale à la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur de cette série.

Méthode

Exemple La meilleure note d'Asma est 20 et sa moins bonne note est 6. Calculer l'étendue de ses notes.

On soustrait la plus petite valeur à la plus grande :

$$20 - 6 = 14$$

L'étendue des notes d'Asma est donc égale à 14. L'étendue mesure la **dispersion** de la série : plus

elle est grande, plus les valeurs sont éloignées les unes des autres.

4 Regrouper les données en classes

Définition

Lorsque les données prennent de nombreuses valeurs différentes, on les regroupe en **classes** de même **amplitude**.

On relève la durée du trajet domicile-collège de 60 élèves, puis on regroupe ces durées en classes d'amplitude 15 minutes.

Durée t (en min)	$0 < t \leq 15$	$15 < t \leq 30$	$30 < t \leq 45$
Effectif	20	15	25

La classe $15 < t \leq 30$ regroupe les durées comprises entre 15 minutes *exclues* et 30 minutes *incluses*. Toutes les classes ont ici la même amplitude : 15 minutes.

5 Diagramme circulaire

Propriété

Dans un **diagramme circulaire**, chaque classe est représentée par un secteur circulaire dont la mesure de l'angle est **proportionnelle** à son effectif.

Méthode

Exemple Représenter la série des 60 trajets par un diagramme circulaire.

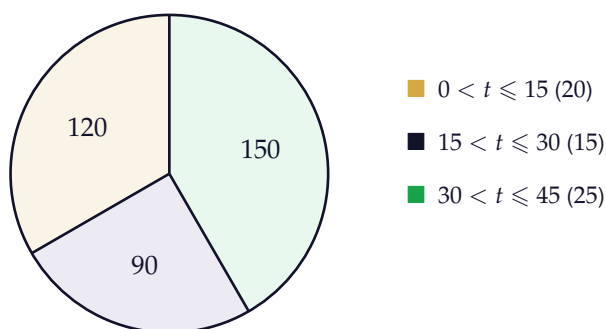
Le disque complet représente l'effectif total, donc son angle de 360 correspond aux 60 trajets. On calcule d'abord l'angle associé à un seul trajet :

$$360 \div 60 = 6$$

On multiplie ensuite par l'effectif de chaque classe. Pour la classe $0 < t \leq 15$, qui contient 20 trajets :

$$20 \times 6 = 120$$

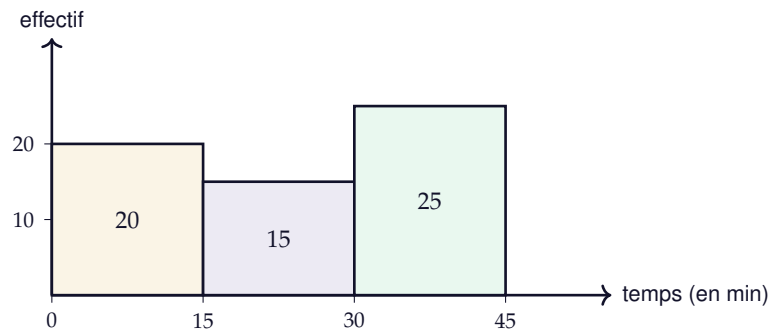
La classe $0 < t \leq 15$ est donc représentée par un secteur d'angle 120.



6 Histogramme

Propriété

Dans un **histogramme**, chaque classe est représentée par un rectangle dont l'**aire** est proportionnelle à son effectif. Lorsque toutes les classes ont la même amplitude, la **hauteur** de chaque rectangle est alors proportionnelle à son effectif.



Méthode

Exemple Déterminer la hauteur du rectangle associé à la classe $30 < t \leq 45$ dans l'histogramme ci-dessus, sachant qu'une hauteur de 1 correspond à 10 trajets.

Cette classe contient 25 trajets, et toutes les classes ont la même amplitude : la hauteur est donc proportionnelle à l'effectif.

$$\frac{25}{10} = 2,5$$

Le rectangle de la classe $30 < t \leq 45$ a donc une hauteur de 2,5 unités, ce qui est cohérent avec le fait que cette classe est la plus nombreuse.

À retenir

Moyenne : somme des données divisée par l'effectif total (pondérée par les effectifs si nécessaire).

Médiane : après avoir rangé les données, valeur qui partage la série en deux moitiés.

Étendue : différence entre la plus grande et la plus petite valeur ; elle mesure la dispersion.

Diagramme circulaire : l'angle de chaque secteur est proportionnel à l'effectif (360 pour l'effectif total).

Histogramme : l'aire de chaque rectangle est proportionnelle à l'effectif.