

FICHE DE COURS

TROISIÈME

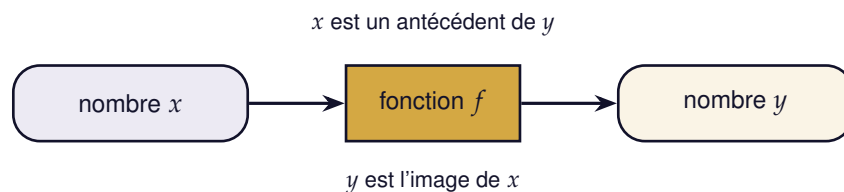
Généralités sur les fonctions

Données et fonctions — Chapitre 5

1 Notion de fonction

Définition

Une **fonction** f est un procédé qui, à un nombre x , associe un nombre unique y . On écrit $f : x \mapsto y$, et on lit « f est la fonction qui à x associe y ».



Dans un jeu vidéo, un druide transforme des champignons en potions, puis vend chaque potion. Le prix d'une potion dépend uniquement du nombre de champignons utilisés : on dit que le prix **est fonction** du nombre de champignons.

2 Image et antécédent

Définition

L'**image** d'un nombre x par la fonction f est l'unique nombre associé y . On écrit $y = f(x)$, et on lit « y égal f de x ».

Définition

Un **antécédent** d'un nombre y est un nombre x tel que $f(x) = y$. Un nombre peut avoir **plusieurs** antécédents. Il peut aussi ne pas en avoir du tout.

Attention

Un nombre possède **une seule** image, mais un nombre peut posséder **plusieurs** antécédents. L'égalité $f(5) = 150$ se lit de deux façons : 150 est l'image de 5, et 5 est un antécédent de 150.

3 Fonction définie par une expression algébrique

Définition

L'image d'un nombre par une fonction f peut être définie par une **expression algébrique**. La lettre utilisée s'appelle la **variable** de la fonction.

Un shuriken est obtenu en découpant quatre triangles rectangles isocèles de côté x dans une plaque carrée de 10 cm de côté. L'aire de ce shuriken s'exprime en fonction de x par $100 - 2x^2$. On note alors :

$$f : x \mapsto 100 - 2x^2 \quad \text{ou} \quad f(x) = 100 - 2x^2.$$

Méthode

Exemple Calculer l'image de 3 par la fonction f définie par $f(x) = 100 - 2x^2$.

On remplace la variable x par le nombre 3 :

$$\begin{aligned} f(3) &= 100 - 2 \times 3^2 \\ &= 100 - 2 \times 9 \\ &= 100 - 18 \\ &= 82 \end{aligned}$$

L'image de 3 par la fonction f est donc 82.

Méthode

Exemple Déterminer les antécédents de 50 par la fonction f définie par $f(x) = 100 - 2x^2$.

On cherche les nombres x tels que $f(x) = 50$, c'est-à-dire on résout une équation :

$$\begin{aligned} 100 - 2x^2 &= 50 \\ \iff -2x^2 &= -50 \\ \iff x^2 &= 25 \\ \iff x &= 5 \text{ ou } x = -5 \end{aligned}$$

Le nombre 50 possède donc deux antécédents par la fonction f : 5 et -5 .

4 Tableau de valeurs

Définition

Un **tableau de valeurs** d'une fonction f est une liste de nombres accompagnés de leurs images respectives par la fonction f .

Voici un tableau de valeurs de la fonction f définie par $f(x) = 100 - 2x^2$.

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	100	98	92	82	68	50

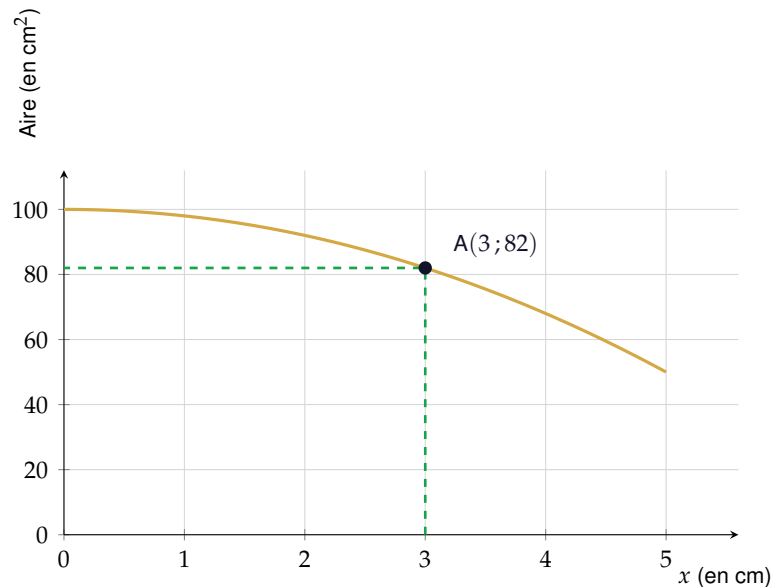
La quatrième colonne se lit $f(3) = 82$: l'image de 3 est 82, et 3 est un antécédent de 82.

Un antécédent de 68 par la fonction f est 4 : pour obtenir un shuriken d'aire 68 cm^2 , on découpe des triangles de 4 cm de côté.

5 Représentation graphique

Définition

La **représentation graphique** d'une fonction f , aussi appelée **courbe représentative**, est l'ensemble des points de coordonnées $(x; f(x))$ dans un repère du plan.



Méthode

Exemple Lire graphiquement l'image de 3, puis un antécédent de 82.

On part de 3 sur l'axe des abscisses, on monte jusqu'à la courbe, puis on lit la valeur obtenue sur l'axe des ordonnées : on trouve 82.

On lit donc $f(3) = 82$: l'image de 3 est 82, et 3 est un antécédent de 82. Le point A de coordonnées $(3; 82)$ appartient à la courbe représentative de la fonction f .

À retenir

Une fonction associe à chaque nombre une image **unique**.

Image : on remplace la variable par le nombre, puis on calcule.

Antécédent : on résout l'équation $f(x) = y$, qui peut avoir zéro, une ou plusieurs solutions.

Graphiquement : on lit une image **verticalement** (de l'axe des abscisses vers la courbe) et un antécédent **horizontalement** (de l'axe des ordonnées vers la courbe).