

FICHE DE COURS

TROISIÈME

Calcul littéral

Nombres et calculs — Chapitre 2

1 Calculer la valeur d'une expression littérale

Définition

Dans une **expression littérale**, certains nombres sont remplacés par des lettres appelées **variables**. Ces variables représentent des nombres dont la valeur n'est pas fixée.

Calculer une valeur d'une expression littérale, c'est remplacer chacune des variables par une valeur donnée, puis effectuer les calculs.

Méthode

Exemple Calculer la valeur de l'expression $A = 5y(x - 3y)$ pour $x = 3$ et $y = -2$.

On remplace chaque variable par sa valeur, en conservant les parenthèses :

$$\begin{aligned} A &= 5 \times (-2) \times (3 - 3 \times (-2)) \\ &= -10 \times (3 + 6) \\ &= -10 \times 9 \\ &= -90 \end{aligned}$$

Méthode

Exemple Calculer la valeur de l'expression $B = 2x^2 - 5x + 6$ pour $x = -4$.

On remplace la variable x par le nombre -4 :

$$\begin{aligned} B &= 2 \times (-4)^2 - 5 \times (-4) + 6 \\ &= 2 \times 16 + 20 + 6 \\ &= 32 + 20 + 6 \\ &= 58 \end{aligned}$$

À retenir

La **dernière opération effectuée** donne la nature de l'expression.

Dans l'expression $A = 5y(x - 3y)$, la dernière opération est une multiplication : A est un **produit**.

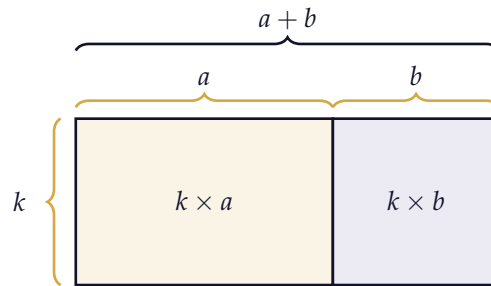
Dans l'expression $B = 2x^2 - 5x + 6$, la dernière opération est une addition ou une soustraction : B est une **somme algébrique**.

2 Développer, factoriser, réduire

Propriété — Formule de la distributivité

Soit k , a et b trois nombres relatifs. On a l'égalité suivante :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b.$$

**Définition**

Développer un produit, c'est le transformer en somme à l'aide de la formule de la distributivité.

Factoriser une somme, c'est la transformer en produit à l'aide de la formule de la distributivité.

Réduire une somme algébrique, c'est l'écrire avec le minimum de termes.

Méthode

Exemple Développer et réduire l'expression $C = 5x(2x + 3)$.

On multiplie le facteur $5x$ par chacun des deux termes de la parenthèse :

$$\begin{aligned} C &= 5x \times 2x + 5x \times 3 \\ &= 10x^2 + 15x \end{aligned}$$

Méthode

Exemple Factoriser l'expression $F = 5x^2 + 15x$.

On cherche un **facteur commun** aux deux termes, puis on le met en évidence :

$$\begin{aligned} F &= 5x \times x + 5x \times 3 \\ &= 5x(x + 3) \end{aligned}$$

Méthode

Exemple Réduire l'expression $H = 5x^2 - 6 - 5x + 12 - 2x^2 + 4x + 8$.

On regroupe les termes de même nature, puis on effectue les calculs de tête :

$$\begin{aligned} H &= (5x^2 - 2x^2) + (-5x + 4x) + (-6 + 12 + 8) \\ &= 3x^2 - x + 14 \end{aligned}$$

3 Somme et différence d'expressions littérales**Définition**

L'**expression opposée** d'une somme algébrique est la somme des opposés de chacun de ses termes.

► L'opposé de l'expression $4x^2 - 3x + 2$ est l'expression $-4x^2 + 3x - 2$.

Propriété

Additionner une expression littérale à une autre expression littérale, c'est ajouter chacun de ses termes.

Soustraire une expression littérale à une autre expression littérale, c'est ajouter son expression

opposée.

Méthode

Exemple Réduire les expressions $A = (x^2 + 2x + 1) + (2x + 7)$ et $B = (x^2 + 2x + 1) - (2x + 7)$.
Dans le cas d'une addition, on supprime simplement les parenthèses :

$$\begin{aligned} A &= x^2 + 2x + 1 + 2x + 7 \\ &= x^2 + 4x + 8 \end{aligned}$$

Dans le cas d'une soustraction, on ajoute l'expression opposée :

$$\begin{aligned} B &= (x^2 + 2x + 1) + (-2x - 7) \\ &= x^2 + 2x + 1 - 2x - 7 \\ &= x^2 - 6 \end{aligned}$$

Attention

Devant une parenthèse précédée du signe $-$, tous les signes de la parenthèse changent. Écrire $B = x^2 + 2x + 1 - 2x + 7$ est une erreur fréquente : le terme $+7$ doit devenir -7 .

4 Double développement

Propriété

Soit k_1, k_2, a et b quatre nombres relatifs. On a l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} (k_1 + k_2) \times (a + b) &= k_1 \times (a + b) + k_2 \times (a + b) \\ &= k_1 \times a + k_1 \times b + k_2 \times a + k_2 \times b \end{aligned}$$

		a	b
k_1	{	$k_1 \times a$	$k_1 \times b$
k_2	{	$k_2 \times a$	$k_2 \times b$

Méthode

Exemple Développer et réduire l'expression $C = (3x + 6)(2x + 3)$.

On multiplie chaque terme de la première parenthèse par chaque terme de la seconde :

$$\begin{aligned} C &= 3x \times 2x + 3x \times 3 + 6 \times 2x + 6 \times 3 \\ &= 6x^2 + 9x + 12x + 18 \\ &= 6x^2 + 21x + 18 \end{aligned}$$

Méthode

Exemple Développer et réduire l'expression $D = (4x - 7)(2 - 5x)$.

On applique la même méthode en respectant les signes :

$$\begin{aligned} D &= 4x \times 2 + 4x \times (-5x) + (-7) \times 2 + (-7) \times (-5x) \\ &= 8x - 20x^2 - 14 + 35x \\ &= -20x^2 + 43x - 14 \end{aligned}$$

5 Un cas particulier utile

Propriété

Soit a et b deux nombres relatifs. On a l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} (a + b) \times (a - b) &= a^2 - ab + ba - b^2 \\ &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

Méthode

Exemple Développer et réduire l'expression $E = (5x + 3)(5x - 3)$.

On reconnaît le cas particulier précédent avec $a = 5x$ et $b = 3$:

$$\begin{aligned} E &= (5x)^2 - 3^2 \\ &= 25x^2 - 9 \end{aligned}$$

À retenir

Développer : on transforme un produit en somme.

Factoriser : on repère un facteur commun et on transforme une somme en produit.

Réduire : on regroupe les termes en x^2 , les termes en x et les termes constants.

Soustraire une parenthèse : on change tous les signes qu'elle contient.

Cas particulier : $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$. Cette égalité sera très utile pour résoudre des équations.