DNB Mathématiques – Polynésie - 22 juin 2023

<u>Exercice 1</u>

Question 1 : La fonction f est de la forme $f(x) = ax + b$ avec $a = -2$ et $b = 3$. Sa représentation graphique est une droite coupant l'axe des ordonnées en 3 et de coefficient directeur négatif (-2) donc dirigée vers le bas (décroissante).

Réponse B

Question 2 : *L'image d'un nombre se lit sur l'axe vertical des ordonnées. On se place sur l'autre axe en 1, on rejoint le courbe verticalement et on lit sur l'axe verticale la hauteur atteinte. Ici, on se place en 1 et on rejoint la courbe au point C. On est alors à une hauteur de 2.*

L'image de 1 par f est 2.

Réponse A

Question 3 : *Dans les tableurs, on saisit les formules des fonctions en remplaçant la lettre x par le nom de la cellule dans laquelle se trouve le nombre de départ. Pour avoir le résultat en B2, il faut utiliser le nombre qui est en B1.*

Réponse C

Question 4 : *On reconnait l'identité remarquable $(a+b)^2$ qui se développe en $a^2 + 2 \times a \times b + b^2$.*

$$(3x-7)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 7 + 7^2 = 9x^2 - 42x + 49$$

Réponse B

On peut aussi utiliser la double distributivité si on ne se souvient pas de l'identité remarquable

$$(3x-7)^2 = (3x-7) \times (3x-7) = 3x \times 3x + 3x \times (-7) + (-7) \times 3x + (-7) \times (-7)$$

$$(3x-7)^2 = 9x^2 - 21x - 21x + 49 = 9x^2 - 42x + 49$$

Exercice 2

1) a. *Sur le plan détaillé de l'équerre, on voit qu'on connaît 2 des trois longueurs du triangle rectangle. Utilisons l'égalité de Pythagore.*
   Dans le triangle HPS rectangle en P on a l'égalité de Pythagore

$$HS^2 = HP^2 + PS^2$$
$$HS^2 = 90^2 + 140^2$$
$$HS^2 = 8100 + 19600$$
$$HS^2 = 27700$$
$$HS = \sqrt{27700}$$
$$HS \approx 166{,}4 \text{ cm}$$

   b. 1 700 mm = 170 cm

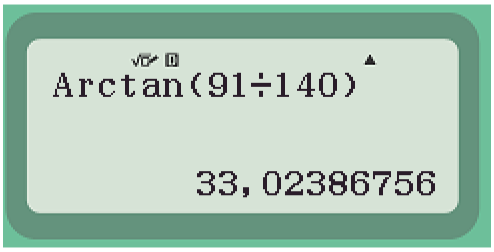
Calculons 95% de cette longueur :

$170 \times \frac{95}{100} = 161{,}5$

La distance HS est supérieure à 161, 5 cm. Elle mesure plus de 95% de la longueur du panneau. Le support est conforme.

2) Déterminons l'angle $\widehat{HSP}$. Dans le triangle HPS rectangle en P, on utilise la trigonométrie.
(Les 3 côtés sont connus mais pour être certain d'avoir le bon résultat, il vaut mieux choisir les longueurs entières et pas les longueurs arrondies. HP et PS sont des longueurs exactes. HS est arrondie)

$\tan\left(\widehat{HSP}\right) = \frac{HP}{PS}$



$\tan\left(\widehat{HSP}\right) = \frac{90}{140}$

$\widehat{HSP} \approx 33°$

Pour un fonctionnement optimal des panneaux, l'angle doit être compris entre 30° et 35°.
L'angle $\widehat{HSP}$ mesure 33°. Il permet un fonctionnement optimal des panneaux.

3) *On reconnaît une configuration de Thalès. Il faut prouver le parallélisme des droites (HP) et (UT) avant d'appliquer le théorème de Thalès..*
On sait que (HP) et (UT) sont perpendiculaires à (PS).
Or si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors ces deux droites sont parallèles.
Donc (HP) et (UT) sont parallèles.
On sait que (HU) et (PT) se coupent en S et que (HP) est parallèle à (UT).
D'après le théorème de Thalès on a :

$\frac{ST}{SP} = \frac{UT}{HP} = \frac{SU}{SH}$

$\frac{ST}{140} = \frac{50}{90} = \frac{SU}{SH}$ $\quad ST = \frac{140 \times 50}{90}$ $\quad ST \approx 77{,}8\ cm$

La longueur ST est de 77,8 cm.

4) On additionne les longueurs formant l'équerre :
$HP + PS + HS + UT = 90 + 140 + 166{,}4 + 50 = 446{,}4$
Il faut 446,4 cm de tube pour construire une équerre.

$446{,}4 \times 3 = 1339{,}2$
Il faut 1339,2 cm de tube pour construire les 3 équerres
Il faut ajouter les 3 barres latérales de 4m de long (4 m = 400 cm)
1339,2 + 3×400 = 2539,2

Olivia a besoin de 2539,2 cm de tubes en acier.

Un tube mesure 4,5 m.
4,5 m = 450 cm
Par proportionnalité on a :

$$\frac{2539{,}2 \times 1}{450} = 5{,}64$$

Olivia doit acheter 6 tubes à 37€ en acier pour fabriquer le support.
$6 \times 37 = 222$

Nombre de tubes	1	
Longueur (en cm)	450	2539,2

Le budget à prévoir pour la construction du support est de 222 €.

<u>Exercice 3</u>

Partie A

1) Il y a 2 boules portant la lettre G sur un total de 5 boules. La probabilité de tirer la lettre G est de $\frac{2}{5}$. La probabilité de gagner à ce jeu est donc de $\frac{2}{5}$.
2) Un nombre est premier s'il n'a que deux diviseurs : 1 et lui-même.
2, 3 et 5 sont des nombres premiers. il y a 3 nombres premiers sur les 6 nombres de la roue.

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

La probabilité de gagner au jeu n°2 est de $\frac{1}{2}$.

3) a. $\frac{2}{5} = 0{,}4$ et $\frac{1}{2} = 0{,}5$
Le jeu n°1 présente la plus faible probabilité de gagner.

b. $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$
Il faut un total de 8 boules dont 2 portent la lettre G pour gagner au jeu 1 avec une probabilité de $\frac{1}{4}$. On peut ajouter dans le sac 3 boules portant la lettre N *(ou n'importe quelle autre lettre sauf G)*. Le sac serait composé alors de 4 boules N, 2 boules P et 2 boules G.

Partie B

Dans une succession d'expériences, les probabilités de chaque issue se multiplient.

La probabilité de gagner au jeu n° 1 est de $\frac{2}{5}$, la probabilité de gagner au jeu n°2 est de $\frac{1}{2}$.

$\frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$

La probabilité de gagner à cette combinaison de jeux est de $\frac{1}{5}$.

<u>Exercice 4</u>

1) a. $4^2 = 16$
$16 \times 2 = 32$
$32 + 4 = 36$
$36 - 66 = -30$

b. $(-3)^2 = 9$
$9 \times 2 = 18$
$18 + (-3) = 15$
$15 - 66 = -51$

Si on choisit -3 comme nombre de départ on obtient -51.

2) a. Emplacement A : « nombre choisi » *(Cette ligne correspond à « Prendre le carré de ce nombre)*
Emplacement B : « 2 » *(Cette ligne correspond à « Multiplier le résultat par 2 »)*

b. 5,5 est le nombre à choisir pour que le résultat du programme de calcul soit égal à 0.

3) a. $x \to x^2 \to 2x^2 \to 2x^2 + x \to 2x^2 + x - 66$
L'expression obtenue par le programme de calcul est $2x^2 + x - 66$

b. On résout :
$(2x - 11)(x + 6) = 0$
On utilise la règle du produit nul : A×B = 0 si A = 0 ou B = 0
$2x - 11 = 0$ ou $x + 6 = 0$
$2x = 11$ ou $x = -6$
$x = \frac{11}{2}$ ou $x = -6$

$x = 5{,}5$ ou $x = -6$

Le résultat du programme de calcul est égal à 0 pour $x = 5{,}5$ ou $x = -6$

Exercice 5

1) La piste est formée par
- 4 quarts de cercle de rayon 30m soit 1 cercle complet de rayon 30 m,
- 2 demi-cercles de rayon 60 m soit 1 cercle complet de rayon 60 m.
- 3 segments de 60 m
- 2 segments de 90 m
- 1 segment de 120 m

$$2\pi \times 30 + 2\pi \times 60 + 3 \times 60 + 2 \times 90 + 120 = 180\pi + 480 \approx 1045\ m$$

La longueur de la piste est de 1045 m.

2) $v = \frac{d}{t}$ $\qquad$ $v = \frac{1045}{60} \approx 17{,}42$ m/s

La vitesse moyenne d'un professionnel est de 17,42 m/s.

3) $\frac{1045}{72} = 14,51$

L'amateur a une vitesse de 14,51 m/s

$$\frac{14,51\ m}{1\ s} = \frac{0,01451\ km}{\frac{1}{3600}\ h} = 0,01451\ \times 3600 = 52,25\ km/h$$

L'amateur a une vitesse de 52,25 km/h. Il ne dépasse pas les 60 km/h et respecte les règles de sécurité.

Il peut être plus facile de convertir 60 km/h en m/s :

$$\frac{60\ km}{1\ h} = \frac{60000\ m}{3600\ s} \approx 16,67\ m/s$$

La vitesse de l'amateur est inférieure à 16,67 m/s. Il respecte les règles de sécurité.

4) a. $60 = 30 \times 2 = 15 \times 2 \times 2 = 5 \times 3 \times 2 \times 2 = 2^2 \times 3 \times 5$
$72 = 36 \times 2 = 18 \times 2 \times 2 = 9 \times 2 \times 2 \times 2 = 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 3^2 \times 2^3$

b. La question revient à chercher le plus petit multiple commun à 60 et 72.
On complète la décomposition de 60 et 72 pour avoir les mêmes facteurs :

$$5 \times 3 \times 2 \times 2 \times \mathbf{2} \times \mathbf{3} = 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times \mathbf{5} = \mathbf{360}$$

Au bout de 360s (6 min), les deux sportifs se retrouveront sur la ligne de départ.

c) Dans la question précédente, on a rajouté $\times 2 \times 3$ (donc $\times 6$) à 60 et $\times 5$ à 72 pour trouver le plus petit multiple commun. Le professionnel aura fait 6 tours et l'amateur 5 tours.
On retrouve ces résultats en calculant :
$\frac{360}{60} = 6$ et $\frac{360}{72} = 5$