DNB Mathématiques – Métropole – 26 juin 2023

Exercice 1

1. *L'étendue est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la série. Attention au piège, les effectifs de la série est sur la ligne 2 du tableau et les valeurs sur la ligne 3.*
   160 – 75 = 85
   L'étendue des prix des paires de lunettes de soleil est de **85 €**.

2. a. On peut additionner toutes les cellules de la deuxième ligne :
   « =B2+C2+D2+E2+F2 »
   On peut utiliser la fonction somme du tableur :
   « =SOMME(B2:F2) »

   b. Calculons le nombre total de paires vendues :
   $$1200 + 950 + 875 + 250 + 300 = 3575$$
   3575 paires de lunettes ont été vendues en 2022.

3. a. Calcul du montant total :
   $$75 \times 1200 + 100 \times 950 + 110 \times 875 + 140 \times 250 + 160 \times 300 = 364\,250$$
   Le montant total des ventes des paires de lunettes en 2022 est de **364 250 €.**

   b. Calcul du prix moyen :
   Les questions précédentes donnent les résultats intermédiaires du calcul de la moyenne pondérée. On les réutilise pour ne pas réaliser deux fois les mêmes calculs.
   $$\frac{364250}{3575} \approx 101{,}89$$
   Le prix moyen d'une paire de lunettes de soleil est de **101,89€.**

Exercice 2

1. Calcul de l'aire de BCDE :
   $A_{BCDE} = BC \times BC$
   $A_{BCDE} = 4{,}2 \times 7$
   $A_{BCDE} = 29{,}4\ cm^2$

   L'aire du rectangle BCDE est de **29,4 cm².**

2. a. *AE est la longueur d'un coté du triangle rectangle ABE dont on connait les 2 autres longueurs.*
   Dans le triangle ABE rectangle en A, on a la relation de Pythagore :

$BE^2 = AB^2 + AE^2$

$7^2 = 4{,}2^2 + AE^2$

$49 = 17{,}64 + AE^2$

$AE^2 = 49 - 17{,}64$

$AE^2 = 31{,}36$

$AE = \sqrt{31{,}36}$

$AE = 5{,}6\ cm$

La longueur AE est de **5,6 cm**.

b. Calcul de l'aire du triangle rectangle :

$$A_{ABE} = \frac{AB \times AE}{2} = \frac{4{,}2 \times 5{,}6}{2} = 11{,}76\ cm^2$$

Le triangle ABE a une aire de **11,76 cm².**

3. a. (ED) et (HA) sont perpendiculaires à (CF) d'après le codage de la figure.
   Or si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite alors elles sont parallèles.
   Donc (ED) et (AH) sont parallèles.

   b. *La démonstration sur le parallélisme des droites doit nous mettre la puce à l'oreille. On souhaite nous faire utiliser le théorème de Thalès.*

   Les droites (AE) et (HD) se coupent en F.

   Les droites (AH) et (ED) sont parallèles.

   D'après le théorème de Thalès, on a :

   $\frac{AH}{ED} = \frac{AF}{EF} = \frac{HD}{DF}$

   $\frac{AH}{4{,}2} = \frac{5{,}6+7}{7} = \frac{HD}{DF}$

   $AH = \frac{4{,}2 \times 12{,}6}{7} = 7{,}56\ cm$

   La longueur AH est de **7,56 cm**.

Exercice 3

1. $25 \times \frac{60}{100} = 15.$ **Réponse B**
2. $126 = 63 \times 2 = 21 \times 3 \times 2 = 7 \times 3 \times 3 \times 2 = 2 \times 3^2 \times 7.$ **Réponse C**
   Aucun calcul n'est nécessaire, on peut procéder par déduction. Dans la proposition de réponse A, 9 n'est pas premier. Dans la proposition de réponse B, il ne s'agit pas d'un produit de facteurs premiers mais d'une somme. Seule la réponse C est correcte.

3. 17+23 = 40. Il y a 40 jetons rouges ou jaunes.
   17 + 23 + 20 = 60. Il y a un total de 60 jetons.
   $\frac{40}{60} = \frac{2}{3}$. **Réponse A**

4. **Réponse B**. Si A devient D alors D devient G et C devient F.
5. $V = longueur \times largeur \times hauteur$
   $V = 2 \times 1{,}3 \times 1{,}5 = 3{,}9\ m^3 = 3900\ L$ **Réponse B**

Exercice 4

1. a. *La somme de la hauteur de toutes les marches doit être égale à la hauteur de l'escalier.*
   $\frac{272}{17} = 16$. Il faut **16** marches pour construire cet escalier.

   b. La somme de la profondeur des 16 marches donne la longueur AB.

   $27 \times 16 = 432\ cm$

   La longueur AB est de **432 cm**.

2. a. Dans le triangle ABC rectangle en B, d'après la trigonométrie on a :
   $\tan(\widehat{BAC}) = \frac{BC}{AB}$
   $\tan(\widehat{BAC}) = \frac{272}{432} = \frac{17}{27}$
   $\widehat{BAC} \approx 32°$

   L'angle $\widehat{BAC}$ mesure **32°**.

   b. Pour permettre une montée agréable, l'angle $\widehat{BAC}$ doit être compris entre 25° et 40°. Or il mesure 32°. Donc **l'escalier permet une montée agréable**.

3. Ligne 5 : répéter **16** fois
   Ligne 6 : tourner de **90** degrés
   Ligne 7 : avancer de **17** pas
   Ligne 9 : avancer de **27** pas

Exercice 5

1. a. Avec le programme A :
$-3 \times (-2) = 6$
$6 + 5 = 11$
Si on choisit -3 comme nombre de départ avec le programme A, le résultat est $\underline{\mathbf{11}}$.

b.
$5{,}5 - 5 = 0{,}5$
$0{,}5 \times 3 = 1{,}5$
$1{,}5 + 11 = 12{,}5$
Si on choisit $5{,}5$ comme nombre de départ avec le programme B, le résultat est $\underline{\mathbf{12,5.}}$

2. $x \rightarrow x - 5 \rightarrow (x-5) \times 3 \rightarrow (x-5) \times 3 + 11$
Développons l'expression obtenue :
$3(x-5) + 11 = 3 \times x + 3 \times (-5) + 11 = 3x - 15 + 11 = 3x - 4$

Le résultat du programme B est égal à $\mathbf{3x - 4.}$

3. a. $f(x)$ est une fonction affine de la forme $ax + b$ avec comme coefficient directeur $a = -2$ et comme ordonnée à l'origine $b = 5$.
$g(x)$ est une fonction affine de la forme $ax + b$ avec comme coefficient directeur $a = 3$ et comme ordonnée à l'origine $b = -4$.

La droite (D_1) a pour ordonnée à l'origine -4. Elle est associée à la fonction $\boldsymbol{g}$.

La droite (D_2) a pour ordonnée à l'origine 5. Elle est associée à la fonction $\boldsymbol{f}$.

b. On lit l'abscisse du point d'intersection des deux droites.

$$\underline{\boldsymbol{x \approx 1,8}}$$

4. On résout l'équation $f(x) = g(x)$:
$-2x + 5 = 3x - 4$
$\Leftrightarrow\ -2x - 3x = -4 - 5$
$\Leftrightarrow\ -5x = -9$
$\Leftrightarrow\ x = \frac{9}{5}$
$\Leftrightarrow\ x = 1{,}8$

Les programmes A et B donnent le même résultat pour le nombre de départ $\underline{\boldsymbol{x = 1,8.}}$