Correction du DNB Amérique du Nord – 2023

Exercice 1

Situation 1 :

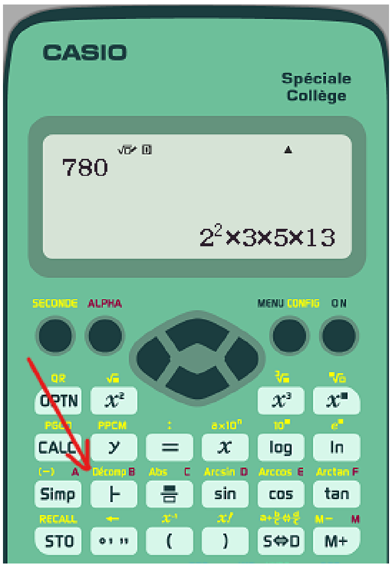
Pour décomposer un nombre en produits de facteurs premiers on commence par le diviser par 2 autant de fois que possible, puis par 3, par 5, par 7, par 11 jusqu'à obtenir un nombre premier :

$$780 = 390 \times 2 = 195 \times 2 \times 2 = 65 \times 3 \times 2 \times 2$$
$$= 13 \times 5 \times 3 \times 2 \times 2$$

$$780 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 3$$

On vérifie à la calculatrice :

Sur Casio on tape 780 puis EXE et SECONDE Decomp



Situation 2 :

a. *Une probabilité se calcule en divisant le nombre de cas favorables par le nombre de cas possibles. Ici, il n'y a qu'une seule carte possible parmi les 32 cartes :*
La probabilité d'obtenir le 8 de pique est de $\frac{1}{32}$.

b. Il y a 4 rois dans le jeu et 8 cartes cœur. Mais une carte est à la fois un roi et un cœur. Il y a donc seulement 11 cartes qui sont soit des rois, soit des cœurs soit les 2.
La probabilité de tirer un roi ou un cœur est de $\frac{11}{32}$.

Situation 3 :

On utilise la double distributivité : chaque terme de la première parenthèse se multiplie à chaque terme de la deuxième parenthèse.

$$A = (2x + 5)(3x - 4)$$

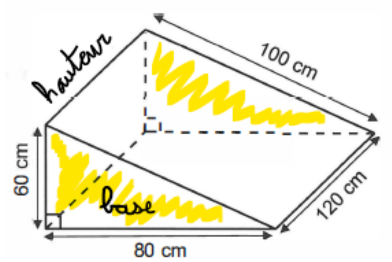
$$A = 2x \times 3x + 2x \times (-4) + 5 \times 3x + 5 \times (-4)$$

$$A = 6x^2 - 8x + 15x - 20$$

$$A = 6x^2 + 7x - 20$$

Situation 4 :

a. *Un prisme droit est formé par deux faces parallèles appelées bases et des faces rectangulaires. Le prisme représenté ici est « couché ». Les bases sont des triangles rectangles et sa hauteur est la distance séparant les deux bases.*



Le volume d'un prisme droit se calcule par :

$$V_{prisme} = Aire\ de\ la\ base\ \times hauteur$$

La base est un triangle rectangle dont l'aire est $A = \frac{longueur \times largeur}{2}$

$$V_{prisme} = \frac{60 \times 80}{2} \times 120$$

$$V_{prisme} = 288\,000\ cm^3$$

Le volume du prisme est de <u>288 000 cm^3</u>

b. On sait que 1 L = 1 dm^3

288 000 cm^3 = 288 dm^3 = 288 L

Le volume du prisme est de <u>288 L.</u>

Situation 5 :

Dans un agrandissement ou une réduction par un facteur k, les longueurs sont multipliées par k, les aires par k^2 et les volumes par k^3.

Le coefficient d'agrandissement est de 3, donc l'aire du polygone 1 a été multipliée par 3^2

$$11 \times 3^2 = 11 \times 9 = 99$$

L'aire du polygone 2 est de 99 cm^2

<u>Exercice 2</u>

1) Dans le triangle LNA, AN est la plus grande longueur.

On a d'une part : $AN^2 = 13^2 = 169$

D'autre part : $AL^2 + LN^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$

On remarque que $AN^2 = AL^2 + LN^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle LNA est rectangle en L.

2) On sait que (AL) est perpendiculaire à (LN) et que (OH) est perpendiculaire à (LN).
Or si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite, alors ces deux droites sont parallèles.
Donc (OH) et (LN) sont parallèles.

Les droites (HA) et (OL) se coupent en N et (OH) et (LN) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{NO}{NL} = \frac{NH}{NA} = \frac{OH}{HL}$$

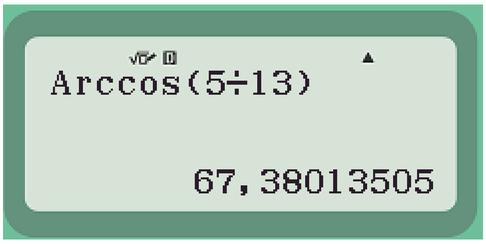
$$\frac{3}{5} = \frac{NH}{NA} = \frac{OH}{12}$$

Ainsi $OH = \frac{(3 \times 5)}{12} = 7{,}2\ cm$

La longueur OH est égale à 7,2 cm.

3) Le triangle LNA est rectangle en L. On applique la trigonométrie :
Les longueurs des 3 côtés du triangle LNA sont connues, on peut choisir la relation trigonométrique que l'on veut.

$$\cos(\widehat{LNA}) = \frac{LN}{AN}$$
$$\cos(\widehat{LNA}) = \frac{5}{13}$$
$$\widehat{LNA} \approx 67°$$



4) On sait que $\widehat{HON} = \widehat{ANL} = 67°$, $\widehat{ALN} = \widehat{HON} = 90°$. Par conséquent, $\widehat{LAN} = \widehat{OHN}$.
Or, deux triangles qui ont des angles deux à deux de même mesure sont semblables.
Donc les triangles LNA et ONH sont semblables.

5) a) On procède par soustraction d'aire *(sauf si on connait la formule de l'aire d'un trapèze)*

$$A_{LOHA} = A_{LNA} - A_{ONH}$$
$$A_{LOHA} = \frac{LN \times AL}{2} - \frac{ON \times OH}{2}$$
$$A_{LOHA} = \frac{5 \times 12}{2} - \frac{3 \times 7{,}2}{2}$$
$$A_{LOHA} = 30 - 10{,}8$$
$$A_{LOHA} = 19{,}2\ cm^2$$

Le quadrilatère LOHA a une aire de 19,2 cm².

Ou bien : On sait que (AL) // (OH) (d'après la question 2) donc LOHA est un trapèze

$$A_{trapèze} = \frac{petite\ base + grande\ base}{2} \times hauteur$$
$$A_{LOHA} = \frac{OH + AL}{2} \times LO$$
$$A_{LOHA} = \frac{7{,}2 + 12}{2} \times (5 - 3)$$
$$A_{LOHA} = 19{,}2\ cm^2$$

b) *La proportion en pourcentage d'une grandeur A par rapport à B est* $\frac{A}{B} \times 100$.

L'aire du triangle LNA a été calculé à la question précédente et vaut 30 cm².

L'aire du quadrilatère LOHA a été calculé à la question précédente et vaut 19,2 cm².

$$\frac{19{,}2}{30} \times 100 = 64$$

Le quadrilatère LOHA représente <u>64%</u> de l'aire du triangle LNA.

Exercice 3

Partie A

1) a) Par lecture graphique, il y a 300 000 visiteurs en 2010. *(hauteur de la première barre du diagramme en barre)*
   b) Le nombre de visiteurs a été le plus élevée n 2019. *(barre la plus longue dans le diagramme)*

2)

- 1ère méthode : Augmentons de 15% le nombre visiteurs de l'année 2020 et comparons à 2021.

Augmenter de 15% revient à multiplier par $\left(1+\frac{15}{100}\right)$

$187\,216 \times \left(1+\frac{15}{100}\right) = 187\,216 \times 1{,}15 = 215298{,}4$

Le nombre de visiteurs en 2021 est de 219 042 ce qui est supérieur à 215 298,4. Le nombre de visiteurs a augmenté de plus de 15%. L'objectif est atteint.

- 2ème méthode : Déterminons le pourcentage d'évolution :

$$\frac{219\,042 - 187\,216}{187\,216} \times 100 = 17$$

Le nombre de visiteurs a augmenté de 17% entre 2020 et 2021. L'objectif est atteint.

Partie B

3) *L'étendue est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la série.*
   500 – 60 = 440
   L'étendue est de 440.

4) Calculons la moyenne pondérée de cette série :

$$\frac{1200\times60+1350\times80+1000\times85+1100\times90+1200\times110+1300\times120+900\times350+300\times500}{1200+1350+1000+1100+1200+1300+900+300} = \frac{1117000}{8350} \approx 134$$

La moyenne des prix facturés pour une nuit est de 134€.

5) Déterminons la médiane de cette série. Dressons le tableau des effectifs cumulés croissants e.c.c.

Prix	60	80	85	90	110	120	350	500
Effectif	1200	1350	1000	1100	1200	1300	900	300
e.c.c.	1200	2550	3550	4650	5850	7150	8050	8350

L'effectif total est de 8350.

La médiane est la valeur de la série qui partage la série en deux sous-groupes de même effectif.

$\frac{8350}{2} = 4175$. La médiane est la moyenne entre la 4175ème et la 4176ème valeur de la série.

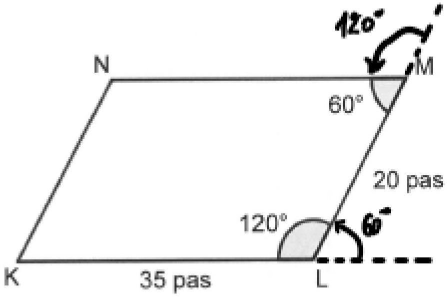
D'après le tableau des effectifs cumulés croissants, ces deux valeurs valent 90.

Au moins la moitié des nuits est facturée au plus 90€. L'affirmation de l'association des hôteliers est donc vraie.

Exercice 4

1) a) A la règle et au rapporteur on construit un parallélogramme tel que KL = 7 cm et LM = 4 cm.

   b) Ligne 4 : 35
   Ligne 5 : 60
   Ligne 6 : 20
   Ligne 7 : 120



On doit utiliser les nombres de pas indiqués sur la figure mais les angles des rotations sont les angles extérieurs à la figure.

2) a) *Il y a 5 pétales dans le motif fleur, il faut donc le répéter 5 fois.*
   Ligne 2 : 5
   b) *Il faut faire un tour complet de 360° pour dessiner 5 pétales :*

$$\frac{360}{5} = 72$$

   Chaque motif doit être dessiné après une rotation de 72°.

   c) Le motif pétale est répété 12 fois sur 360°.

$$\frac{360}{12} = 30$$

   Ligne 2 : 12
   Ligne 4 : 30

Exercice 5

1) *L'hippodrome est modélisé par 2 segments de 850 m de longueur et de deux demi-cercles de rayon 40 m formant, en les réunissant, un cercle complet.*

Calculons le périmètre de la figure :

$850 + 850 + 2\times\pi\times40 \approx 1951$

La longueur d'un tour de piste de l'hippodrome est d'environ 1951 m.

2) a) Convertissons la durée en secondes :
   2 min 9 s = $2\times60 + 9 = 129$ s
   Déterminons la vitesse du cheval :

$v = \frac{d}{t}$ $\qquad$ $v = \frac{1951}{129}$ $\qquad$ $v \approx 15\ m/s$

Le cheval a une vitesse moyenne de 15 m/s.

b) $\frac{15\ m}{1\ s} = \frac{0,015\ km}{1\ s} = \frac{0,015\ km}{\frac{1}{3600}h} = 0,015 \times 3600\ = 15\ \times 3,6 = 54\ km/h$

Le cheval a une vitesse de 54 km/h.

(Remarque : Pour convertir des m/s en km/h, on multiplie par 3,6)

3) Calculons le prix de revient pour couvrir la piste pour les 3 marques :

Marque A :

$\frac{73027}{500} = 146,05$

Il faut 147 sacs de la marque A pour couvrir la piste de gazon.

147 × 141,95 = 20866,65

Le coût est de 20 866,65€ avec la marque A.

Marque B :

$\frac{73027}{400} = 182,5675$

Il faut 183 sacs de la marque B pour couvrir la piste de gazon.

183 × 87,90 = 16085,7

Le coût est de 16 085,70 € avec la marque B.

Marque C :

$\frac{73027}{300} \approx 243,4$

Il faut 244 sacs de la marque C pour couvrir la piste de gazon.

244 × 66,50 = 16 226

Le coût est de 16 226 € avec la marque C.

Il faut choisir la marque B pour que cela coûte le moins cher.