DNB Amérique du Sud – 16 novembre 2023

Exercice 1

1. Dans le triangle EFG, $[EG]$ est le plus grand côté.

On a $EG^2 = 30^2$ et $EF^2 + FG^2 = 18^2 + 24^2$

$EG^2 = 900$ $EF^2 + FG^2 = 324 + 576$

$EF^2 + FG^2 = 900$

Ainsi, $EF^2 + FG^2 = EG^2$ donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle EFG est rectangle en F.

2. Dans le triangle EFG rectangle en F, on a d'après la trigonométrie :

$\cos(\widehat{EGF}) = \frac{FG}{EG}$

$\cos(\widehat{EGF}) = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$

$\widehat{EGF} = 37°$

(On peut également trouver l'angle avec la formule du sinus ou de la tangente puisque les 3 longueurs des 3 côtés du triangle sont connues).

3. On sait que :

$$\widehat{EGF} = \widehat{LGH} = 37°$$

$$\widehat{EFG} = \widehat{LHG} = 90°$$

Or, si deux triangles ont deux angles de même mesure alors ces triangles sont semblables. Donc les triangles EGF et LGH sont semblables.

4. [GH] et [FG] sont des côtés homologues. Le coefficient permettant de passer du triangle EFG au triangle LHG est le rapport des longueurs des côtés homologues de LHG par EFG. En particulier :

$$\frac{GH}{FG} = \frac{38{,}4}{24} = 1{,}6$$

Le coefficient d'agrandissement permettant de passer de EFG à LHG est de 1,6.

5. Le périmètre de LGH est :

$$LG + GH + HL = 1{,}6 \times (EG + FG + EF)$$

$$LG + GH + HL = 1{,}6 \times (30 + 24 + 18)$$

$$LG + GH + HL = 115{,}2\ cm$$

Le périmètre de LHG est de 115,2 cm.

Exercice 2

Première partie

1. AEF est un triangle rectangle isocèle en A :

$$A_{AEF} = \frac{AE \times AF}{2} = \frac{3 \times 3}{2} = 4{,}5\ cm^2$$

L'aire du triangle AEF est de 4,5 cm².

2. L'aire du polygone est obtenue par soustraction entre l'aire du rectangle ABCD est l'aire des 4 triangles égaux à EAF.

$$A_{FELKJIHG} = A_{ABCD} - 4 \times A_{AEF}$$

$$A_{FELKJIHG} = 10 \times 8 - 4 \times 4{,}5$$

$$A_{FELKJIHG} = 62\ cm^2$$

L'aire du polygone FELKJIHG est de 62 cm².

Deuxième partie

3.a.

$$A_{AEF} = \frac{x \times x}{2} = \frac{x^2}{2}$$

3.b.

$$A_{FELKJIHG} = A_{ABCD} - 4 \times A_{AEF}$$

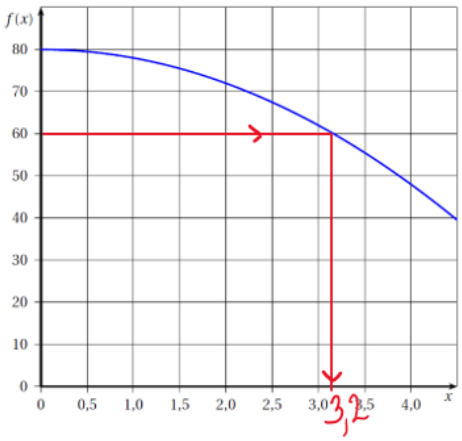
$$A_{FELKJIHG} = 10 \times 8 - 4 \times \frac{x^2}{2}$$

$$A_{FELKJIHG} = 80 - 2x^2$$

4. On a saisi « =80-2*B1^2 » ou bien « =80-2*B1*B1 » si on ne connait pas la notation ^2 pour le carré.

5.a. Les fonctions affines sont représentées par des droites. La représentation graphique de la fonction f n'est pas une droite donc f n'est pas une fonction affine.

5.b. Voir ci-contre. La longueur AE permettant d'obtenir un polygone d'aire égale à 60 cm² est de 3,2 cm.



5.c. On résout l'équation :

$$80 - 2x^2 = 60$$
$$\Leftrightarrow -2x^2 = 60 - 80$$
$$\Leftrightarrow -2x^2 = -20$$
$$\Leftrightarrow x^2 = 10$$
$$\Leftrightarrow x = -\sqrt{10}\ ou\ x = \sqrt{10}$$

Or x est une longueur donc on ne garde que la réponse positive. Ainsi $\underline{AE = \sqrt{10}\text{ cm.}}$

Exercice 3

1. $\frac{4}{4} \neq \frac{3{,}30}{3}$. Le tableau n'est pas un tableau de proportionnalité donc le prix n'est pas proportionnel au nombre de baguettes. **L'affirmation 1 est fausse.**

2. La distance entre 1 et 2 est partagée en 8. Chaque graduation compte pour $\frac{1}{8} = 0{,}125$.

L'abscisse du point A est égale à $2 + \frac{2}{8} = 2{,}25$.

2,25 est un nombre décimal. **L'affirmation 2 est vraie.**

3. $6 \times 8 = 48$ et $4 \times 12 = 48$

Les 2 roues auront tourné d même nombre de dents. Elles seront dans la même position.
L'affirmation 3 est vraie.

4. Développons les deux expressions.

D'une part :

$(x + 8)(2x - 1) = 2x^2 - x + 16x - 8 = 2x^2 + 15x - 8$

D'autre part

$2x^2 - (8 - 15x) = 2x^2 - 8 + 15x = 2x^2 + 15x - 8$

Ainsi $(x + 8)(2x - 1) = 2x^2 - (8 - 15x)$

L'affirmation 4 est vraie.

Exercice 4

1.a. $V = \pi \times r\text{^}2 \times h$

$V = \pi \times 3^2 \times 12$

$V = 108\pi$

$V \approx 339$ cm^3

Le volume de la bougie est d'environ 339 cm^3.

1.b. D'après le document 3 le volume de cire nécessaire à la fabrication de la bougie correspond au $\frac{9}{10}$ du volume de la bougie.

$V_{cire} = \frac{9}{10} \times V$

$V_{cire} = 0{,}9 \times 339$

$V_{cire} = 305$ cm^3

Sachant qu'1 cm^3 de cire a une masse de 0,7 g on a :

$$0{,}7 \times 305 = 214\ g$$

Une bougie a une masse d'environ 214 g.

2. Miel représente 22% de la production.

Vanille représente ¼ soit 25% de la production.

$$100 - (22 + 25) = 53$$

Lavande et Jasmin représentent 53% de la production.

Or il y a le même pourcentage de bougies à la lavande qu'au Jasmin d'après le codage des angles sur le diagramme.

$\frac{53}{2} = 26{,}5$

Au mois de novembre, il y a eu 26,5% de bougies à la lavande produites.

3.

$$7900 \times 3 = 23700$$

En produisant 7900 bougies par mois pendant 3 mois, l'usine produit un total de 23700 bougies.

$$23700 - 6500 - 8000 = 9200$$

L'entreprise doit produire 9200 bougies au mois de mars pour atteindre son objectif.

Exercice 5

1. Les douze issues sont {12 ; 13 ; 14 ; 22 ; 23 ; 24 ; 32 ; 33 ; 34 ; 42 ; 43 ; 44}.

2. Dans la liste précédente il y a 4 nombres impairs parmi les 12.

$$\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

La probabilité de l'évènement : « Obtenir un nombre impair » est de $\frac{1}{3}$.

3.a. il y a 2 nombres premiers inférieurs à 30 dans la liste : 13 et 23.

$$\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

La probabilité de l'évènement A est de $\frac{1}{6}$.

3.b.

$$1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

La probabilité de l'évènement contraire de A est de $\frac{5}{6}$.

4. Il y a 3 multiples de 11 : 22, 33, 44.

$$\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

La probabilité d'obtenir un multiple de 11 es de 0,25.

5. a. et b.

5.c. La fréquence d'apparition d'un multiple de 11 n'est pas égale à la probabilité d'obtenir un multiple de 11 car l'expérience n'est réalisée que 100 fois. La fréquence d'apparition se rapprocherait de la probabilité si l'expérience était réalisée un très grand nombre de fois.