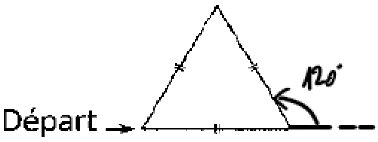
DNB Centres Etrangers – 14 juin 2023

Exercice 1

Partie A



Question 1 : Réponse C. *On tourne de la mesure de l'angle extérieur à la figure. Comme le triangle est équilatéral, ses angles mesurent 60°. Il faut donc tourner de 120°.*

Question 2 : Réponse C. *Le bloc principal dessine un premier triangle équilatéral et revient à la position initiale. En tournant de 60° dans le sens anti-horaire, le 2e triangle équilatérale tracé sera à l'envers.*

Question 3 : Réponse B.

Partie B

Question 1 :

$\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\times\frac{7}{5}\right)\div\frac{4}{3}=\left(\frac{2}{3}-\frac{7}{15}\right)\div\frac{4}{3}$

On commence par le calcul entre parenthèses en mettant les 2 fractions au même dénominateur :

$\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\times\frac{7}{5}\right)\div\frac{4}{3}=\left(\frac{2\times5}{3\times5}-\frac{7}{15}\right)\div\frac{4}{3}$

$\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\times\frac{7}{5}\right)\div\frac{4}{3}=\left(\frac{10}{15}-\frac{7}{15}\right)\div\frac{4}{3}$

$\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\times\frac{7}{5}\right)\div\frac{4}{3}=\frac{3}{15}\div\frac{4}{3}$

Diviser par une fraction revient à multiplier par l'inverse de cette fraction :

$\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\times\frac{7}{5}\right)\div\frac{4}{3}=\frac{3}{15}\times\frac{3}{4}$

Réponse C

Question 2 :

$302{,}4\times10^{18}=3{,}024\times10^{2}\times10^{18}=3{,}024\times10^{2+18}=3{,}024\times10^{20}$

Réponse B

Question 3 :

On classe les valeurs par ordre croissant :

8 g ; 10 g ; 11 g ; 12 g ; 12 g ; 13 g ; 15 g ; 18 g

Il y a 8 valeurs. La médiane est la moyenne entre la 4eme et la 5eme valeur de la série. La médiane vaut 12.

On remplace 18 g par 16 g.

8 g ; 10 g ; 11 g ; 12 g ; 12 g ; 13 g ; 15 g ; 16 g

Il y a toujours 8 valeurs et la 4eme et la 5eme valeurs n'ont pas changées. La médiane est toujours de 12.

Réponse B

Exercice 2

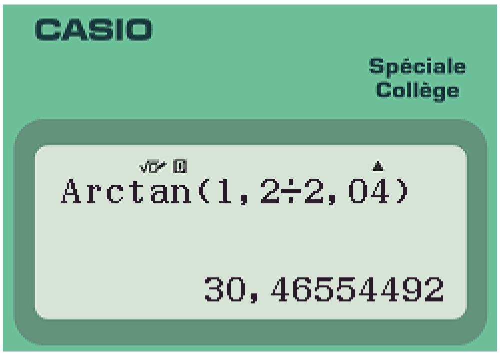
Partie A

1) Dans le triangle DEF rectangle on D, on applique la trigonométrie.
   On connait DE et DF, les côtés adjacents et opposés à l'angle $\widehat{DEF}$.

$$\tan\left(\widehat{DEF}\right) = \frac{DF}{DE}$$

$$\tan\left(\widehat{DEF}\right) = \frac{1,2}{2,04}$$

$$\widehat{DEF} \approx 30°$$



L'angle $\widehat{DEF}$ mesure 30° donc la rampe de cette cabane est sécurisée.

2) Dans le triangle DEF rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore :
   $EF^2 = DF^2 + DE^2$
   $EF^2 = 2,04^2 + 1,2^2$
   $EF^2 = 5,6016$
   $EF = \sqrt{5,6016}$
   $EF \approx 2,37$ m

   La rampe du toboggan mesure environ 2,37 m.

***Remarque :** On peut être tenté d'utiliser à nouveau la trigonométrie dans le triangle DEF rectangle en D :*

$$cos(\widehat{DEF}) = \frac{DE}{EF}$$
$$cos(30) = \frac{2{,}04}{EF}$$
$$EF = \frac{2{,}04}{cos(30)}$$
$$EF \approx 2{,}36\ m$$

On remarque que l'on ne trouve pas tout à fait la valeur demandée à cause de l'arrondi réalisé sur l'angle de 30° à la question précédente.

Partie B

1) On sait que (MN) est perpendiculaire à (BC) et que (AC) est perpendiculaire à (BC).
Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite alors ces deux droites sont parallèles.
Donc (MN) est parallèle à (AC).

2) On sait que (NC) et (AM) se coupent en B et que (MN) et (AC) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{BM}{AB} = \frac{BN}{CB} = \frac{MN}{AC}$$

$$\frac{BM}{1{,}3} = \frac{0{,}84}{1{,}2} = \frac{MN}{0{,}5}$$

$$MN = \frac{0{,}5 \times 0{,}84}{1{,}2}$$

$$MN = 0{,}35\ m$$

La longueur de la poutre MN est de 0,35 m

Partie C

1) Le volume d'un pavé droit est $V = longueur\ \times largeur\ \times hauteur$

$$V = 200\ \times 180\ \times 20$$
$$V = 720\ 000\ cm^3$$

Le volume du bac à sable est de 720 000 cm^3.

2) Le ratio 3 : 2 signifie que le sable à maçonner représente $\frac{3}{3+2} = \frac{3}{5}$ du volume total et que le sable fin représente $\frac{2}{3+2} = \frac{2}{5}$ du volume total.

$\frac{3}{5} \times 0{,}72 = 0{,}432\ m^3$

$\frac{2}{5} \times 0{,}72 = 0{,}288\ m^3$

Le volume nécessaire de sable à maçonner est de 0,432 m^3 et le volume de sable fin est de 0,288 m^3.

3) Déterminons le nombre de sacs à acheter :

$\frac{0{,}432}{0{,}022} \approx 19{,}6$ Il faut acheter 20 sacs de sable à maçonner.

$\frac{0{,}288}{0{,}016} = 18$ Il faut acheter 18 sacs de sable fin.

Déterminons le coût total :

$20 \times 2{,}95 + 18 \times 5{,}95 = 166{,}10$

Le coût total du sable nécessaire pour remplir entièrement ce bac à sable est de 166,10€.

Exercice 3

1) Avec le programme d'Amir :

$$6 - 5 = 1$$

$$1 \times 2 = 2$$

Avec le programme de Sonia :

$$6 + 3 = 9$$

$$9 \times 6 = 54$$

$$54 - 16 = 38$$

2) a) =(B1-5)*2

b) On remarque que dans la colonne F du tableau les deux programmes donnent le même résultat. Il faut choisir 2 comme nombre de départ pour obtenir le même résultat -6.

3) a) Si on choisit x comme nombre de départ on a successivement :

$$x \rightarrow x + 3 \rightarrow (x + 3) \times x \rightarrow (x + 3) \times x - 16$$

et, en distribuant, on obtient : $(x + 3) \times x - 16 = x^2 + 3x - 16$

b) Une équation produit est nulle si au moins un des facteurs est nul.

$(x-2)(x+3)=0$

$x-2=0$ ou $x+3=0$

$x=2$ ou $x=-3$

L'équation a deux solutions $x = -3$ ou $x = 2$.

Exercice 4

Partie A

1) a) Il y a quatre boules rouges sur un total de 7 boules
La probabilité de tirer une boule rouge est de $\frac{4}{7}$.

   b) Il y a 1 boule noire et 2 boules rouges avec un numéro pair.
La probabilité de tirer une boule avec un numéro pair est de $\frac{3}{7}$.

2) A chaque tirage, il y a 7 boules dans l'urne.
Il n'y a qu'une seule boule rouge numéroté 1 sur 7 et 3 boules noires sur 7.
On peut tirer la boule rouge au 1[er] tirage et la boule noire au 2[e] tirage ou inversement.
Il y a donc 2 possibilités pour obtenir le résultat voulu.

$$2\times\frac{1}{7}\times\frac{3}{7}=\frac{6}{49}$$

La probabilité de tirer la boule rouge numérotée 1 et la boule noire est de $\frac{6}{49}$.

Partie B

1) $\frac{195}{3}=65$ et $\frac{234}{3}=78$. On peut faire trois lots contenant 65 figurines et 78 autocollants.
2) $195=65\times 3=13\ \times 5\times 3$
3) a) $234=13\times 3\times 3\times 2$
On remarque que 3 et 13 sont des facteurs communs à 195 et 234.

$$13\times 3=39$$

On peut donc constituer au maximum 39 lots.
b) $195=(13\ \times 3)\times \mathbf{5}$ et $234=(13\times 3)\times \mathbf{3}\times \mathbf{2}$
On en déduit que $\frac{195}{39}=5$ et $\frac{234}{39}=6$
Chaque lot sera constitué de 5 figurines et de 6 autocollants.

Exercice 5

1) a) En louant un bateau pour 2 heures, on paie 60 €.
b) Avec un budget de 100 €, on peut louer un bateau pendant 3h00.
c) Le graphique est une droite passant par l'origine du repère. Il s'agit d'une situation de proportionnalité. Le prix est donc proportionnel à la durée de la location.
d)

durée de la location (h)	2	10
Prix (€)	60	

Par produit en croix on a $\frac{60\times 10}{2} = 300$
Pour une location de 10 heures, le prix à payer est de 300 €.

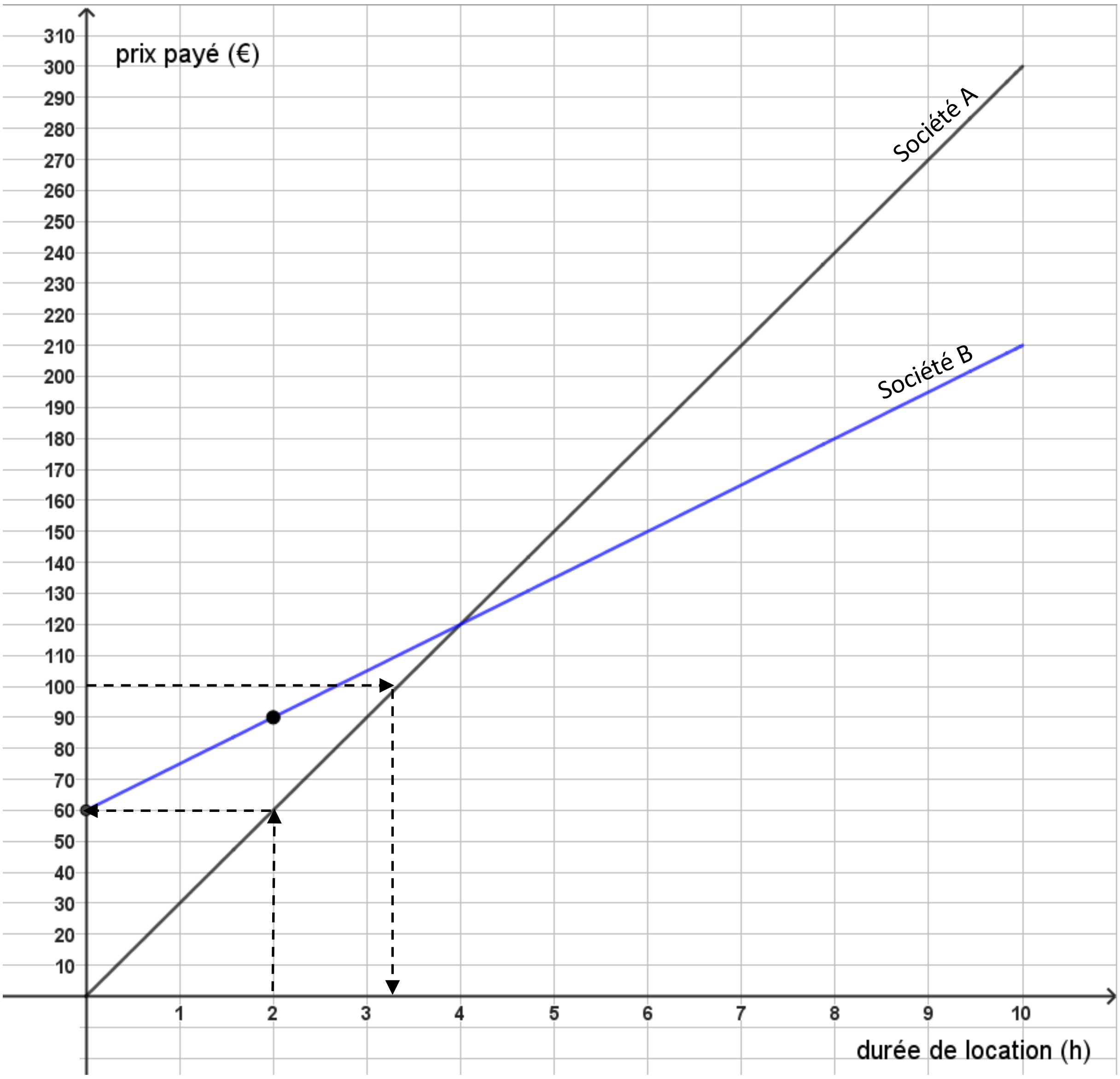
2) a) $15 \times 2 + 60 = 30 + 60 = 90$
Pour 2 heures de location avec la société B, le prix à payer est de 90 €.

b) Voir le graphique. La fonction f est une fonction affine de la forme $f(x) = ax + b$. Sa représentation graphique est une droite dont l'ordonnée à l'origine est 60. On sait de plus que $f(2) = 90$. On place les points de coordonnées (0 ; 60) et (2 ; 90) sur le graphique et on trace la droite passant par ces deux points.

c) La droite obtenue ne passe pas par l'origine du repère. Le prix payé n'est pas proportionnel à la durée de la location.

3) a) Avec la société A : 3 heures de location coûtent 90 € d'après le graphique.
Avec la société B : $f(3) = 15 \times 3 + 60 = 105$. 3 heures de location coutent 150 €.
On a intérêt à choisir la société A pour 3h de location. On paiera 90€.

b) Les deux droites se coupent en $x = 4$. Le prix à payer est identique avec les 2 sociétés pour 4 heures de location. Il est de 120 €.


prix payé (€)
310
300
290
280
270
260
250
240
230
220
210
200
190
180
170
160
150
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
Société A
Société B
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
durée de location (h)