DNB Mathématiques - Asie-Pacifique – 19 juin 2023

Vous trouverez en italiques des commentaires sur les raisonnements à tenir pour le choix des méthodes de résolution.

Exercice 1

L'énoncé et la figure laissent à penser que l'exercice porte sur les théorèmes de Thalès et Pythagore, éventuellement les droites parallèles et perpendiculaires.

1) En reportant les longueurs de l'énoncé sur la figure on en déduit que :
$CD = CE + ED$
$CD = 30 + 10$
$CD = 40\ m$
La longueur CD vaut 40 mètres.

2) *Dans CDG, on connait deux longueurs de côtés sur trois. On choisit le théorème de Pythagore*
Dans le triangle CDG rectangle en D, on a d'après le théorème de Pythagore :
$CG^2 = CD^2 + DG^2$
$CG^2 = 40^2 + 24^2$
$CG^2 = 2176$
$CG = \sqrt{2176}$
$CG \approx 46{,}6\ m$
La longueur CG est d'environ 46,6 mètres.

3) *On connait maintenant les trois longueurs des côtes du triangle CDG et une longueur dans le triangle CEF. On nous demande EF. Le théorème de Thalès s'impose.*
Les droites (DE) et (GF) se coupent en C.
Les droites (EF) et (DG) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès : $\frac{CE}{CD} = \frac{CF}{CG} = \frac{EF}{DG}$
$\frac{30}{40} = \frac{CF}{46{,}6} = \frac{EF}{24}$ d'où $EF = \frac{24 \times 30}{40} = 18$

Le segment [EF] mesure 18 mètres. La clôture doit mesurer 18 m.

4) *Il faut déterminer l'aire de la zone de jeux pour connaître le nombre de sacs de graines à acheter. La zone de jeux est un triangle rectangle mais le codage de la figure montre que ce n'est pas encore prouvé. Il faut donc commencer à démontrer que CEF est rectangle, calculer son aire, puis le nombre de sacs.*
On sait que (EF) et (DG) sont parallèles, et que (CD) est perpendiculaire à (DG).
Or, si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
Donc (CD) est perpendiculaire à (EF) et le triangle CEF est rectangle en E.

Calculons l'aire A_{CEF} du triangle CEF :

$A = \frac{base \times hauteur}{2}$

$A_{CEF} = \frac{CE \times EF}{2}$

$A_{CEF} = \frac{30 \times 18}{2} = 270$ L'aire de la zone de jeux est de 270 m².

Déterminons le nombre de sacs de gazon à acheter :

On peut utiliser la proportionnalité avec un tableau de proportionnalité.

nombre de sacs	1	
aire (m²)	140	270

Par produit en croix on a : $\frac{270 \times 1}{140} \approx 1{,}9$

Il faut acheter 2 sacs de 5 kg de graines. *(On arrondit par excès à l'unité pour avoir un nombre entier de sacs).*

$2 \times 22{,}90 = 45{,}80$

Le budget à prévoir est de 45,80€.

5) *La question sous-entend de calculer l'aire de la zone grisée pour la comparer à l'aire de la zone de jeux. Soit on connait la formule de l'aire d'un trapèze et on trouve directement l'aire recherchée. Soit on procède par soustraction d'aires des deux triangles CDG et CEF.*

<u>1ère méthode :</u>

$Aire\ du\ trapèze = (petite\ base + grande\ base) \times \frac{hauteur}{2}$

$A_{DEFG} = (EF + DG) \times \frac{ED}{2}$

$A_{DEFG} = (18 + 24) \times \frac{10}{2} = 210\ \text{m}^2$

L'aire du potager est de 210 m².

L'aire de la zone de jeux est de 270 m² d'après la question précédente.

La directrice a raison, l'aire du potager est supérieure à l'aire de la zone de jeux.

<u>2ème méthode :</u>

$A_{CDG} = \frac{CD \times DG}{2}$

$A_{CDG} = \frac{40 \times 24}{2} = 480$

$A_{DEFG} = A_{CDG} - A_{CEF} = 480 - 270 = 210\ \text{m}^2$

La surface du potage est de 210 m² donc la directrice a raison : l'aire du potager est supérieure à l'aire de la zone de jeux.

Exercice 2 :

1) Il y a 8 billes dans le sac (2 rouges + 3 vertes + 3 bleues) et seulement 2 billes rouges.
$p = \frac{nombre\ de\ billes\ rouges}{nombre\ total\ de\ billes} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.
Réponse B : La probabilité d'obtenir une bille rouge est de $\frac{1}{4}$.

2) Une augmentation de 25% est une multiplication par $\left(1 + \frac{25}{100}\right)$ soit $1{,}25$.
Réponse A

3) Les deux figures sont des agrandissements l'une de l'autre. Il s'agit d'une homothétie de centre D. Les deux figures étant du même côté du point D, son rapport est positif.
Le triangle 2 est l'image du triangle 1 par une homothétie de centre D et de rapport 3.
Réponse C

4) La fonction peut s'écrire $f(x) = -7x - 9$. Elle est bien de la forme $f(x) = ax + b$ avec $a = -7$ et $b = -9$. C'est une fonction affine.
Réponse A

5) $9\,461$ milliards de kilomètres = $9\,461 \times 10^9$ km = $9{,}461 \times 10^{12}$ km = $9{,}461 \times 10^{15}$ m
Réponse A

6) Dans le triangle ABC rectangle en A, on cherche le côté adjacent à l'angle de 30° et on connaît la longueur de l'hypoténuse. On a $\cos(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{BC}$
$\cos(30) = \frac{AB}{5}$. C'est une grandeur quotient. On utilise le produit en croix pour trouver AB. $\frac{\cos(30)}{1} = \frac{AB}{5}$ soit $AB = 5 \times \cos(30)$
Réponse B

Exercice 3 :

Partie A

1) Exécutons le programme ligne par ligne :

$3^2 = 9$

$9 \times 5 = 45$

$45 + 4 = 49$

$49 \times 2 = 98$

$98 - 8 = 90$

Si 3 est le nombre de départ, le programme donne un résultat égal à 90.

2) Lors de la première étape, le programme élève au carré le nombre de départ.
Or 2^2 est égale à $(-2)^2$ donc le programme va continuer son calcul avec la même valeur 4 à la deuxième étape. Comme le nombre de départ n'est pas réutiliser dans les calculs suivants, le programme donne le même résultat final avec 2 et -2. *(On peut faire la calcul avec -2 et 2 même si le résultat final n'est pas demandé)*

3) Si on choisit x comme nombre de départ alors on obtient la succession d'opérations suivante :

$$x \rightarrow x^2 \rightarrow 5x^2 \rightarrow 5x^2 + 4 \rightarrow (5x^2 + 4) \times 2 \rightarrow 2(5x^2 + 4) - 8$$

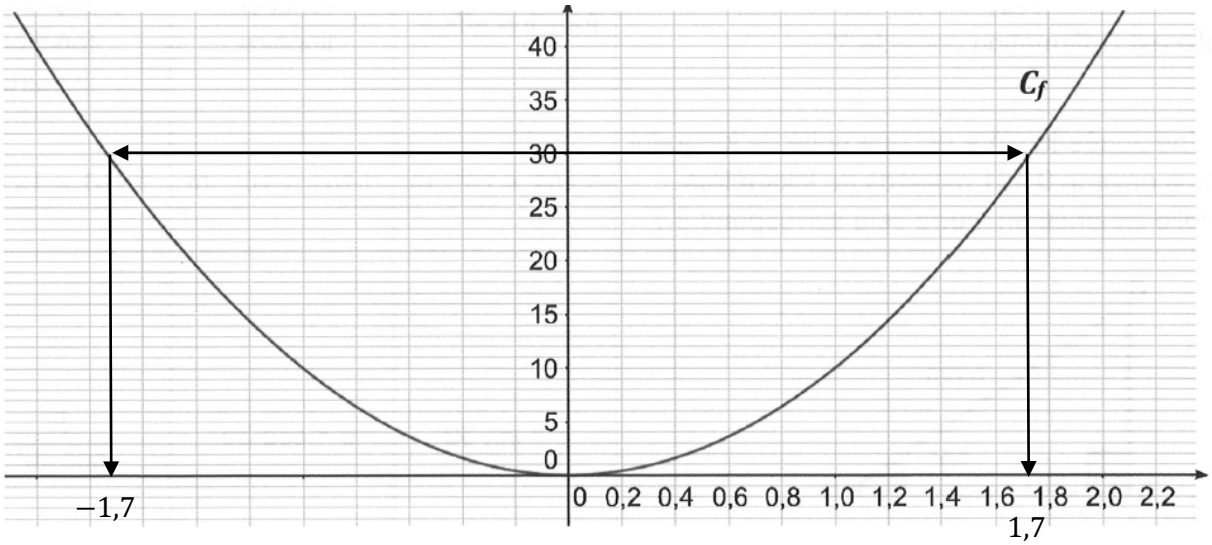
Développons l'expression obtenue :

$$2(5x^2 + 4) - 8 = 2 \times 5x^2 + 2 \times 4 - 8$$
$$2(5x^2 + 4) - 8 = 10x^2 + 8 - 8$$
$$2(5x^2 + 4) - 8 = 10x^2$$

Le résultat du programme s'écrit également $10x^2$.

Partie B

4) *Pour trouver les antécédents de 30, on se place à 30 sur l'axe vertical des ordonnées et on rejoint la courbe pour lire sur l'axe horizontal des abscisses les valeurs demandées.*



Les antécédents de 30 par f sont $-1,7$ et $1,7$.

5) a. *On utilise la formule du programme de calcul donnée à la question 3 en remplaçant x par le nom de la cellule contenant x*
La formule à saisir est « =10*A2^2 » ou « =10*A2*A2 » si on ne connaît pas la fonction carré (^2) du tableur.

b. Dans la colonne B du tableau, le résultat le plus proche de 30 est sur la ligne 15 et vaut 29,929. Il est obtenu pour le nombre départ $x = 1,73$.

6) On résout l'équation $10x^2 = 30$

$\frac{10x^2}{10} = \frac{30}{10}$

$x^2 = 3$

$x = -\sqrt{3}$ ou $x = \sqrt{3}$ *(L'équation $x^2 = k$ avec k >0 a deux solutions : $-\sqrt{k}$ et $\sqrt{k}$)*

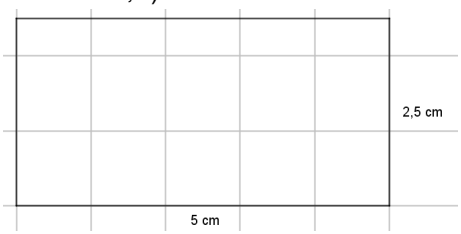
La valeur exacte du nombre positif cherché par l'élève est $\sqrt{3}$.

Exercice 4

1) La troisième ligne du bloc 1 donne les coordonnées du lutin : (-200 ; 0)
2) Le bloc 2 construit un carré côté par côté.

   Ligne 3 : « Répéter 4 fois »

   Ligne 5 : « Tourner de 90 degrés »
3) On obtient un rectangle de 5 cm de longueur et de 2,5 cm de largeur. (100/20 = 5 et 50/20 = 2,5)



4) a. Le script dessine un carré suivi d'un rectangle trois fois de suite. Il dessine la frise 1.

   b.

Exercice 5

1) On calcule la moyenne des 8 valeurs :
$(453 + 649 + 786 + 858 + 860 + 1003 + 957 + 838) \div 8 = 6400 \div 8 = 800$
Le nombre moyen de pots de glace vendus par semaine sur la période de juillet à août 2022 est de 800.

2) D'après la question précédente, il y a eu 6400 pots de glace vendus.
67% de ces pots sont des pots une boule.

$$6400 \times \frac{67}{100} = 4288$$
$$6400 - 4288 = 2112$$

4288 pots à une boule et 2112 pots à deux boules ont été vendus.
Chaque pot à une boule est vendu 2,80€ et chauqe pot à deux boules est vendu 3,50€

$$4288 \times 2{,}8 + 2112 \times 3{,}5 = 19\,398{,}4$$

La vente des pots de glace rapporte 19 398,40€ sur la periode étudiée.

3) a. Calculons le volume d'une boule de glace : *(ne pas oublier de diviser le diamètre par 2 pour avoir le rayon de la boule)*

$V = \frac{4}{3} \times \pi \times \left(\frac{4{,}2}{2}\right)^3$

$V = \frac{3087\pi}{250}$

$V \approx 39$ cm^3

Le volume d'une boule de glace est d'environ 39 cm^3.

b. 10 L = 10 dm^3 = 10 000 cm^3.
Par proportionnalité :

nombre de boule	1	
volume (en cm^3)	39	10 000

$$\frac{10000 \times 1}{39} \approx 256{,}4$$

Le vendeur peut faire 256 boules de glace avec un bac de 10 L. *(On donne une valeur arrondie à l'unité par défaut car il n'y a pas assez de glace pour faire 257 boules)*