DIPLÔME NATIONAL DU BREVET — MATHÉMATIQUES

# DNB 2027 — Sujet de référence

## Sujet zéro B

*Corrigé détaillé — Série générale — Durée 2 h — Coefficient 2*

**Structure de l'épreuve**

| | | |
|---|---|---|
| **Partie 1** | Automatismes et applications directes (sans calculatrice) | 6 points — 20 min |
| **Partie 2** | Raisonnement et résolution de problèmes | 14 points — 1h40 |
| | Exercice 1 — Probabilités (événement contraire) | 4 points |
| | Exercice 2 — Cercle, médiatrice, trigonométrie, aire | 4 points |
| | Exercice 3 — Programme de calcul, factorisation, fonction | 4 points |
| | *(dont rédaction et maîtrise de la langue)* | 2 points |

**Nouveauté des sujets de référence :** la maîtrise de la langue est plus particulièrement évaluée sur les réponses aux questions écrites **en gras** dans l'énoncé (Exercice 2 question 2, Exercice 3 question 4.a). L'exercice 1 question 2 exige lui aussi d'expliquer les étapes avec un vocabulaire précis. Pour ces questions, les réponses ci-dessous sont rédigées en phrases complètes, avec le vocabulaire mathématique attendu.

# Partie 1 — Automatismes

6 points — 20 min

> Pour chaque question, on indique la réponse correspondante. Aucune justification n'est demandée ni évaluée en Partie 1 (les justifications ci-dessous sont fournies à titre pédagogique). La calculatrice n'est pas autorisée.

**Question 1 — Calcul avec des décimaux**
Calculer $A = 2{,}5 - 5{,}5 + 3 \times 4$.

**Réponse**
$A = 9$.
La multiplication est prioritaire :

$$A = 2{,}5 - 5{,}5 + 12 = -3 + 12 = 9.$$

**Question 2 — Puissances de 10**
Écrire sous la forme d'une puissance de 10 : $B = 100^3 \times 10^{-2}$.

**Réponse**
$B = 10^4$.
Comme $100 = 10^2$, on a $100^3 = \left(10^2\right)^3 = 10^6$. Donc :

$$B = 10^6 \times 10^{-2} = 10^{6+(-2)} = 10^4.$$

**Question 3 — Racine carrée**
Quel est le côté d'un carré d'aire 49 cm$^2$ ?

**Réponse**
**Le côté mesure 7 cm.**
Si $c$ est le côté, $c^2 = 49$ avec $c > 0$, donc $c = \sqrt{49} = 7$ cm.

**Question 4 — Critère de divisibilité par 9**
Donner un nombre entier à 5 chiffres divisible par 9 et se terminant par 7.

**Réponse**
**Par exemple :** 10 017.
Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9. Pour 10 017 : $1 + 0 + 0 + 1 + 7 = 9$, divisible par 9. (Vérification : $10\,017 = 9 \times 1\,113$.)
*D'autres réponses conviennent :* 10 107, 11 007, 12 357, 99 927…

**Question 5 — Factorisation par une identité remarquable**
Factoriser $9x^2 - 25$.

**Réponse**

$9x^2 - 25 = (3x - 5)(3x + 5)$.
On reconnaît $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ avec $a = 3x$ (car $(3x)^2 = 9x^2$) et $b = 5$ (car $5^2 = 25$).

**Question 6 — Équation du premier degré**
Résoudre $3x - 2 = 2x + 5$.

**Réponse**

**La solution est $x = 7$.**

$$\begin{aligned} 3x - 2 = 2x + 5 &\iff 3x - 2x = 5 + 2 \\ &\iff x = 7. \end{aligned}$$

**Question 7 — Patron d'un cylindre**
Un cylindre a un rayon de 3 cm et une hauteur de 5 cm. Quelle est la longueur du rectangle de son patron ?

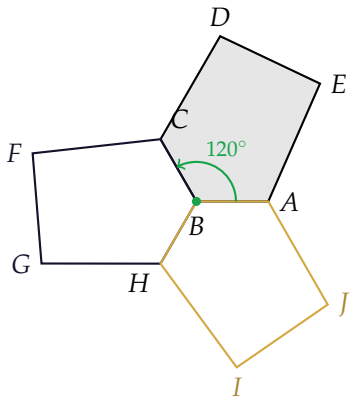
**Réponse**

**La longueur du rectangle est $6\pi$ cm, soit environ 18,8 cm.**
Lorsqu'on déroule la surface latérale, la longueur du rectangle est égale au périmètre du disque de base :

$$\ell = 2 \times \pi \times R = 2 \times \pi \times 3 = 6\pi \text{ cm}.$$

(La largeur du rectangle est la hauteur du cylindre, 5 cm.)

**Question 8 — Rotations**
À partir du pentagone $ABCDE$, on obtient la rosace en construisant les images du pentagone par deux rotations. Préciser le centre et l'angle de chacune.



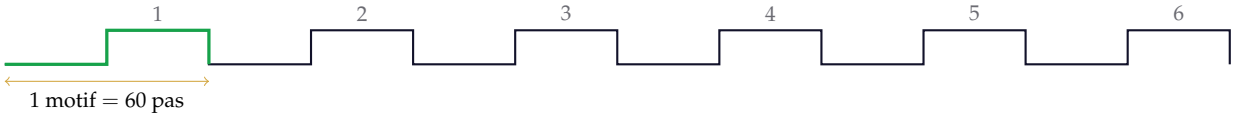

**Réponse**

**Les deux rotations ont pour centre le point $B$ ; leurs angles sont 120° et 240°** (soit 120° dans chacun des deux sens).
Les trois pentagones ont le point $B$ en commun et remplissent exactement le tour de $B$ : les trois angles de sommet $B$ sont égaux et valent $360° \div 3 = 120°$.

- La rotation de centre $B$ et d'angle 120° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre

envoie $A$ sur $C$ et $C$ sur $H$ : l'image de $ABCDE$ est le pentagone $CBHGF$ (en bleu).
- La rotation de centre $B$ et d'angle 120° dans le sens des aiguilles d'une montre (ou 240° dans le sens inverse) envoie $C$ sur $A$ et $A$ sur $H$ : l'image de $ABCDE$ est le pentagone $HBAJI$ (en or).

**Question 9 — Script Scratch**
Par quelle valeur remplacer les pointillés dans « répéter … fois » pour obtenir la figure ?




**Réponse**

**On remplace les pointillés par** 6.
Une exécution de la boucle trace un motif : un segment « bas » de 30 pas, une montée de 10 pas, un segment « haut » de 30 pas, puis une descente de 10 pas (motif vert). Le lutin est alors revenu à la même hauteur, orienté de nouveau vers la droite.
La figure comporte 6 créneaux (six segments « hauts ») : la boucle doit donc être répétée 6 fois.

# Partie 2 — Raisonnement et résolution de problèmes 14 points

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf indication contraire. La clarté et la précision des raisonnements ainsi que la rédaction sont évaluées sur **2 points** ; la maîtrise de la langue est plus particulièrement évaluée sur les questions en gras. Toute trace de recherche, même non aboutie, est prise en compte. La calculatrice est autorisée.

## Exercice 1 4 points

Un sac contient 10 boules rouges, 6 boules noires et 4 boules jaunes, qui ont toutes la même probabilité d'être tirées. On tire une boule au hasard, puis on la replace dans le sac.

Le sac contient au total $10 + 6 + 4 = 20$ boules : il y a 20 issues équiprobables.

**1. Calculer la probabilité que cette boule soit rouge.**

**Réponse**

Il y a 10 boules rouges sur 20 boules, et toutes les boules ont la même probabilité d'être tirées :

$$P(\text{rouge}) = \frac{\text{nombre de boules rouges}}{\text{nombre total de boules}} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}.$$

La probabilité de tirer une boule rouge est $\frac{1}{2}$.

**2. Événement « La boule tirée est noire ou jaune » : proposer deux méthodes pour calculer sa probabilité, dont l'une passe par l'événement contraire.**

**Réponse**

Notons $N$ l'événement « la boule tirée est noire ou jaune ».

**Méthode 1 — Par dénombrement.** Les issues qui réalisent l'événement $N$ sont les boules noires et les boules jaunes. Il y a $6+4=10$ issues favorables sur 20 issues équiprobables :

$$P(N)=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}.$$

**Méthode 2 — Par l'événement contraire.** Le sac ne contient que des boules rouges, noires et jaunes. L'événement contraire de $N$, noté $\overline{N}$, est donc « la boule tirée est rouge ». La somme des probabilités d'un événement et de son contraire est égale à 1 :

$$P(N)=1-P\left(\overline{N}\right)=1-P(\text{rouge})=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}.$$

Les deux méthodes donnent le même résultat : $P(N)=\dfrac{1}{2}$.

**3. On ajoute des boules bleues ; la probabilité de tirer une boule bleue devient $\dfrac{1}{5}$. Combien de boules bleues a-t-on ajoutées ?**

**Réponse**

*Méthode 1 — Raisonnement sur les proportions.* Si les boules bleues représentent $\frac{1}{5}$ des boules, les 20 autres boules en représentent $1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$. Donc $\frac{1}{5}$ du total correspond à $20\div 4=5$ boules : on a ajouté 5 **boules bleues**.

*Méthode 2 — Équation.* Soit $n$ le nombre de boules bleues ajoutées. Le sac contient alors $20+n$ boules :

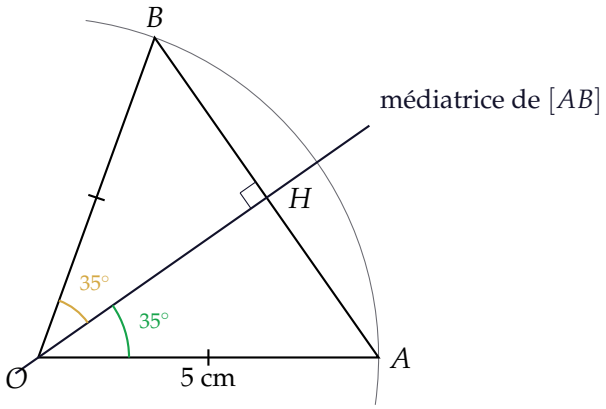
$$\begin{aligned}\frac{n}{20+n}=\frac{1}{5} &\iff 5n=20+n\\ &\iff 4n=20\\ &\iff n=5.\end{aligned}$$

*Vérification :* $\dfrac{5}{20+5}=\dfrac{5}{25}=\dfrac{1}{5}$.

## Exercice 2

4 points

$A$ et $O$ sont deux points tels que $OA = 5$ cm. On trace le cercle de centre $O$ et de rayon $OA$. $B$ est un point du cercle tel que $\widehat{AOB} = 70°$.




**1. Quelle est la nature du triangle $AOB$ ?**

**Réponse**

Les points $A$ et $B$ appartiennent au cercle de centre $O$ et de rayon 5 cm, donc $OA = OB = 5$ cm.
**Le triangle $AOB$ est isocèle en $O$.**
*(Il n'est pas équilatéral : son angle au sommet mesure 70° et non 60°.)*

**2. Justifier que la médiatrice de $[AB]$ passe par $O$ et que $\widehat{HOB} = 35°$. *(question évaluée sur la maîtrise de la langue)***

**Réponse**

*La médiatrice passe par O.* La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points situés à égale distance des extrémités de ce segment. Comme $OA = OB$, le point $O$ est à égale distance de $A$ et de $B$ : **le point $O$ appartient donc à la médiatrice du segment $[AB]$.**

*L'angle $\widehat{HOB}$ mesure 35°.* Le triangle $AOB$ est isocèle en $O$. Dans un triangle isocèle, la médiatrice de la base est aussi la bissectrice de l'angle au sommet : la droite $(OH)$ partage l'angle $\widehat{AOB}$ en deux angles de même mesure. Par conséquent :

$$\widehat{HOB} = \frac{\widehat{AOB}}{2} = \frac{70°}{2} = 35°.$$

*Justification alternative :* les triangles $OHA$ et $OHB$ ont leurs trois côtés respectivement égaux ($OA = OB$, $HA = HB$, $[OH]$ commun), ils sont superposables ; donc $\widehat{AOH} = \widehat{HOB}$.

**3. En déduire que la valeur arrondie au dixième de $OH$ est égale à 4,1 cm.**

**Réponse**

La médiatrice de $[AB]$ est perpendiculaire à $[AB]$ : le triangle $OHB$ est **rectangle en $H$**,

d'hypoténuse $[OB]$. Pour l'angle $\widehat{HOB}$, le côté $[OH]$ est le côté adjacent :

$$\cos\left(\widehat{HOB}\right) = \frac{OH}{OB} \qquad \text{donc} \qquad OH = OB \times \cos(35°) = 5 \times \cos(35°) \approx 4{,}096 \text{ cm}.$$

Arrondie au dixième, $OH \approx 4{,}1$ cm.

**4. a. Calculer la longueur $HB$ en cm, arrondie au millimètre.**

**Réponse**

Le triangle $OHB$ est rectangle en $H$. D'après le **théorème de Pythagore** :

$$HB^2 = OB^2 - OH^2.$$

Avec la valeur exacte $OH = 5\cos(35°)$, on obtient $HB \approx 2{,}868$ cm ; avec la valeur arrondie $OH \approx 4{,}1$ : $HB^2 \approx 25 - 16{,}81 = 8{,}19$, soit $HB \approx 2{,}862$ cm.
Dans les deux cas, $HB \approx 2{,}9$ **cm** au millimètre près.
*(Autre méthode : $HB = OB \times \sin(35°) = 5\sin(35°) \approx 2{,}868$ cm.)*

**b. En déduire la valeur arrondie au dixième de la longueur $AB$.**

**Réponse**

Le point $H$ est l'intersection de $[AB]$ avec sa médiatrice : c'est le **milieu** de $[AB]$. Donc $AB = 2 \times HB$.
En utilisant la valeur non arrondie de $HB$ :

$$AB = 2 \times HB \approx 2 \times 2{,}868 \approx 5{,}74 \text{ cm}, \qquad \text{soit} \qquad AB \approx 5{,}7 \text{ cm}.$$

*Attention : doubler la valeur déjà arrondie ($2 \times 2{,}9 = 5{,}8$) cumule les erreurs d'arrondi ; il faut repartir d'une valeur plus précise de $HB$.*

**5. Déterminer l'aire du triangle $OAB$.**

**Réponse**

Dans le triangle $OAB$, la hauteur relative à la base $[AB]$ est $[OH]$ (car $(OH) \perp (AB)$) :

$$\mathcal{A} = \frac{AB \times OH}{2} \approx \frac{5{,}736 \times 4{,}096}{2} \approx 11{,}7 \text{ cm}^2.$$

L'aire du triangle $OAB$ est d'environ 11,7 **cm**$^2$.
*(Avec les valeurs arrondies $AB \approx 5{,}7$ et $OH \approx 4{,}1$ : $\frac{5{,}7 \times 4{,}1}{2} \approx 11{,}7$ cm$^2$ également.)*

## Exercice 3

4 points

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre au hasard
- Ajouter 4 à ce nombre
- Multiplier le résultat obtenu par le nombre de départ
- Soustraire 5 au résultat final

**1. Vérifier que si l'on choisit 3, le programme donne 16.**

**Réponse**

$$3 \longrightarrow 3+4=7 \longrightarrow 7\times 3=21 \longrightarrow 21-5=16.$$

On obtient bien 16.

**2. Exprimer le résultat du programme en fonction de $x$.**

**Réponse**

$$x \longrightarrow x+4 \longrightarrow (x+4)\times x \longrightarrow (x+4)\times x-5.$$

En développant : $(x+4)\,x-5=x^2+4x-5$.
Le résultat du programme est $x^2+4x-5$.

**3. a. Montrer que le résultat peut s'écrire $(x+5)(x-1)$.**

**Réponse**

On développe par double distributivité :

$$(x+5)(x-1)=x\times x+x\times(-1)+5\times x+5\times(-1)=x^2-x+5x-5=x^2+4x-5.$$

On retrouve le résultat de la question 2 : le résultat du programme s'écrit bien $(x+5)(x-1)$.

**b. Quel(s) nombre(s) choisir au départ pour trouver 0 ?**

**Réponse**

On résout $(x+5)(x-1)=0$. Un produit est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul :

$$\begin{aligned}(x+5)(x-1)=0 &\iff x+5=0 \quad \text{ou} \quad x-1=0\\ &\iff x=-5 \quad \text{ou} \quad x=1.\end{aligned}$$

Il faut choisir $-5$ **ou** 1.

**c. Donner une valeur de $x$ telle que le résultat soit négatif.**

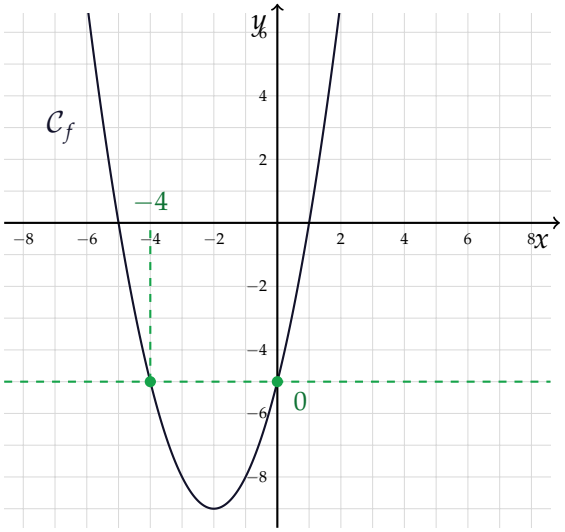
**Réponse**

**Par exemple $x = 0$.**
Un produit de deux facteurs est négatif lorsque ces facteurs sont de signes contraires. Pour $x = 0$ : $x + 5 = 5 > 0$ et $x - 1 = -1 < 0$, donc

$$(0+5)(0-1) = 5 \times (-1) = -5 < 0.$$

*(Toute valeur strictement comprise entre $-5$ et $1$ convient.)*

**4. On appelle $f$ la fonction définie par $f(x) = x^2 + 4x - 5$, représentée par la courbe $\mathcal{C}_f$.**




**a. Donner la définition d'un antécédent d'un nombre $a$ par la fonction $f$. *(question évaluée sur la maîtrise de la langue)***

**Réponse**

**Un antécédent du nombre $a$ par la fonction $f$ est un nombre $x$ dont l'image par $f$ est égale à $a$**, c'est-à-dire un nombre $x$ tel que $f(x) = a$.
*Remarque : un nombre peut avoir aucun, un ou plusieurs antécédents, alors qu'un nombre n'a qu'une seule image.*

**b. Déterminer les antécédents de $-5$ par la fonction $f$.**

**Réponse**

*Graphiquement :* la droite horizontale d'ordonnée $-5$ coupe la courbe $\mathcal{C}_f$ en deux points, d'abscisses $-4$ et $0$ (en vert).
*Par le calcul :*

$$\begin{aligned} f(x) = -5 &\iff x^2 + 4x - 5 = -5 \\ &\iff x^2 + 4x = 0 \\ &\iff x(x+4) = 0 \\ &\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = -4. \end{aligned}$$

**Les antécédents de $-5$ par $f$ sont $-4$ et $0$.**

*Vérification :* $f(0) = -5$ *et* $f(-4) = 16 - 16 - 5 = -5$.