

# Mathématiques — Polynésie

Corrigé détaillé — Série professionnelle — Sujet 26PROMATPO1

## Structure de l'épreuve

<b>Partie 1</b>	Automatismes (calculatrice non autorisée)	6 points — 20 min
<b>Partie 2</b>	Raisonnement et résolution de problèmes	14 points — 1h40
	Exercice 1 — Statistiques (collecte de coprah)	4 points
	Exercice 2 — Pythagore & théorème de Thalès	3,5 points
	Exercice 3 — Fonctions affines & tarifs (cinéma)	4,5 points
	(dont rédaction)	2 points

## Partie 1 — Automatismes

6 points — 20 min

Pour chaque question, on indique la réponse correspondante. Aucune justification n'est attendue en Partie 1 (les justifications ci-dessous sont fournies à titre pédagogique). Pour les QCM, une seule réponse est exacte.

### Question 1 — Conversion de longueur

Convertir 32,3 km en mètres.

#### Réponse

Un kilomètre vaut mille mètres. On multiplie donc la valeur par 1 000 :

$$32,3 \times 1\,000 = 32\,300.$$

32,3 km correspondent à 32 300 m.

### Question 2 — Lecture d'une graduation

Sur le verre doseur, quelle graduation correspond à 0,25 L ?

#### Réponse

On écrit la contenance sous forme de fraction :

$$0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}.$$

La graduation cherchée est celle repérée  $\frac{1}{4}$  L.

### Question 3 — Notation scientifique (QCM)

Quel nombre correspond à l'écriture scientifique de 0,00647 ?

#### Réponse

Une écriture scientifique s'écrit avec un seul chiffre non nul avant la virgule. On place la virgule après le 6, ce qui demande de décaler de trois rangs :

$$0,00647 = 6,47 \times 10^{-3}.$$

La réponse exacte est la réponse D :  $6,47 \times 10^{-3}$ .

### Question 4 — Médiane d'une série

Déterminer la médiane de la série : 18 ; 52 ; 6 ; 13 ; 43.

#### Réponse

On range les cinq valeurs dans l'ordre croissant :

$$6 ; 13 ; 18 ; 43 ; 52.$$

La série comporte cinq valeurs : la médiane est la troisième, celle du milieu.

La médiane de la série est 18.

### Question 5 — Probabilité (QCM)

Une urne contient 2 boules rouges, 1 boule blanche et 3 boules bleues. On tire une boule au hasard. Quelle est la probabilité de tirer une boule bleue ?

#### Réponse

L'urne contient  $2 + 1 + 3 = 6$  boules indiscernables, dont 3 bleues. Le tirage étant équiprobable, la probabilité est le quotient du nombre de boules bleues par le nombre total :

$$p = \frac{3}{6}.$$

La réponse exacte est la réponse C :  $\frac{3}{6}$ .

### Question 6 — Cosinus d'un angle (QCM)

Dans le triangle  $ABC$  rectangle en  $B$ , le cosinus de l'angle  $\widehat{BCA}$  est égal à :

#### Réponse

Le triangle est rectangle en  $B$ , donc l'hypoténuse est  $[AC]$ . Pour l'angle de sommet  $C$ , le côté adjacent est  $[BC]$ . Le cosinus est le quotient du côté adjacent par l'hypoténuse :

$$\cos(\widehat{BCA}) = \frac{BC}{AC}.$$

La réponse exacte est la réponse C :  $\frac{BC}{AC}$ .

### Question 7 — Pourcentage (QCM)

Combien valent les 10 % de 80 ?

#### Réponse

Prendre 10 % d'un nombre revient à le multiplier par  $\frac{10}{100}$  :

$$\frac{10}{100} \times 80 = 8.$$

La réponse exacte est la réponse C : 8.

### Question 8 — Calcul d'une expression

On donne  $A = 4x + 5$ . Calculer  $A$  pour  $x = 1$ .

#### Réponse

On remplace  $x$  par 1 dans l'expression :

$$A = 4 \times 1 + 5 = 9.$$

Pour  $x = 1$ , on obtient  $A = 9$ .

**Question 9 — Programme de calcul**

On choisit le nombre 4 au départ. Le programme calcule  $\text{Produit 1} = x + 3$ ,  $\text{Produit 2} = x - 2$ , puis  $\text{Résultat} = \text{Produit 1} \times \text{Produit 2}$ . Quel est le résultat affiché ?

**Réponse**

On applique le programme avec  $x = 4$ , étape par étape :

$$\text{Produit 1} = 4 + 3 = 7; \quad \text{Produit 2} = 4 - 2 = 2; \quad \text{Résultat} = 7 \times 2 = 14.$$

Le programme affiche 14.

**Partie 2 — Raisonnement et résolution de problèmes** 14 points

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf indication contraire. La clarté et la précision des raisonnements ainsi que la rédaction sont évaluées sur **2 points**. Toute trace de recherche, même non aboutie, est prise en compte.

**Exercice 1**

4 points

Le tableau donne la collecte de coprah (en tonnes) dans l'archipel des Marquises en 2000 (total 2 052) et en 2018 (total 2 540,9).

1. Calculer l'étendue de la série pour l'année 2000.

**Réponse**

L'étendue est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la série. En 2000, la collecte maximale est 248 (octobre) et la minimale est 43 (avril) :

$$248 - 43 = 205.$$

L'étendue de la série pour l'année 2000 est 205 tonnes.

2. Calculer la masse moyenne mensuelle de coprah en 2018, arrondie au centième.

**Réponse**

La moyenne s'obtient en divisant la masse totale de l'année par les 12 mois :

$$\frac{2540,9}{12} \approx 211,74.$$

La masse moyenne mensuelle en 2018 est d'environ 211,74 tonnes.

3. Vérifier l'affirmation : « en 2018, la masse totale de coprah a augmenté d'environ 23,8 % par rapport à l'année 2000 ».

**Réponse**

On calcule le taux d'évolution entre les deux masses totales, c'est-à-dire le quotient de la

variation par la valeur de départ, multiplié par 100 :

$$\frac{2\,540,9 - 2\,052}{2\,052} \times 100 = \frac{488,9}{2\,052} \times 100 \approx 23,8.$$

Le taux obtenu est bien voisin de 23,8 %.

Autre méthode :

Par proportionnalité on dresse le tableau suivant :

tonnes	2052	2540,9
pourcentage	100	?

$$\frac{2540,9 \times 100}{2052} \approx 123,8$$

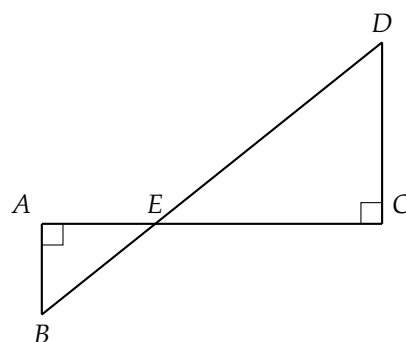
On passe de 100 à 123,8. Donc la masse totale de coprah a augmenté de 23,8%.

**L'affirmation est exacte.**

## Exercice 2

3,5 points

On sait que  $EC = 16$  cm,  $AB = 6$  cm et  $AC = 24$  cm.  
Les droites  $(AB)$  et  $(DC)$  sont parallèles, les points  $A, E, C$  sont alignés et les points  $B, E, D$  sont alignés.  
Les angles en  $A$  et en  $C$  sont droits.



*La figure n'est pas à l'échelle.*

1. Montrer que  $AE$  est égale à 8 cm.

### Réponse

Les points  $A, E$  et  $C$  sont alignés dans cet ordre, donc la longueur  $AC$  est la somme de  $AE$  et  $EC$ . On isole  $AE$  par soustraction :

$$AE = AC - EC = 24 - 16 = 8.$$

La longueur  $AE$  est égale à 8 cm.

2. Calculer  $BE$  à l'aide du théorème de Pythagore, en précisant le triangle rectangle utilisé.

### Réponse

On se place dans le triangle  $ABE$ , rectangle en  $A$  (l'angle en  $A$  est droit), d'hypoténuse  $[BE]$ .  
D'après le théorème de Pythagore :

$$BE^2 = AB^2 + AE^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100.$$

On en déduit  $BE = \sqrt{100} = 10$ .

La longueur  $BE$  est égale à 10 cm.

3. a. Recopier l'égalité issue du théorème de Thalès qui correspond à la figure.

#### Réponse

Les droites  $(AB)$  et  $(DC)$  sont parallèles, les points  $A, E, C$  d'une part et  $B, E, D$  d'autre part sont alignés dans le même ordre. D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{EA}{EC} = \frac{EB}{ED} = \frac{AB}{DC}.$$

L'égalité correcte est  $\frac{EC}{EA} = \frac{DC}{AB}$ .

b. Calculer  $DC$  en détaillant les étapes.

#### Réponse

On part de l'égalité précédente et on isole  $DC$  :

$$\frac{EC}{EA} = \frac{DC}{AB} \iff DC = AB \times \frac{EC}{EA} = 6 \times \frac{16}{8} = 6 \times 2 = 12.$$

La longueur  $DC$  est égale à 12 cm.

### Exercice 3

4,5 points

Un cinéma propose trois tarifs (le symbole F désigne le franc CFP) : Tarif A, 1 900 F par séance ; Tarif B, un abonnement de 5 900 F par mois puis 720 F par séance ; Tarif C, un forfait mensuel de 10 940 F. On note  $x$  le nombre de séances dans le mois, et :

$$f(x) = 1900x; \quad g(x) = 5900 + 720x; \quad h(x) = 10940.$$

1. Compléter le tableau des montants à payer avec les tarifs A et B (ANNEXE).

#### Réponse

Pour le tarif A on multiplie le nombre de séances par 1 900 ; pour le tarif B on ajoute l'abonnement au produit du nombre de séances par 720 :

$$1900 \times 10 = 19000; \quad 5900 + 720 \times 3 = 5900 + 2160 = 8060.$$

Nombre de séances dans le mois	3	10
Montant avec le tarif A (en F)	5 700	19 000
Montant avec le tarif B (en F)	8 060	13 100

## 2. a. Associer chaque droite du graphique au tarif qu'elle représente.

### Réponse

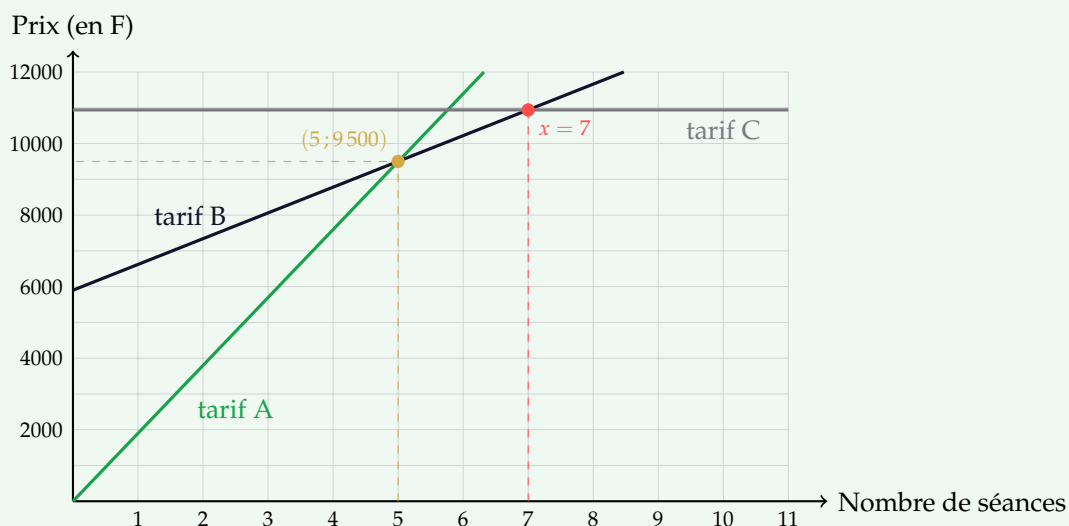
La fonction  $f$  (tarif A) est proportionnelle : sa droite passe par l'origine. La fonction  $g$  (tarif B) est affine : sa droite coupe l'axe des ordonnées à 5 900. La fonction  $h$  (tarif C) est constante : sa droite est horizontale, à la hauteur 10 940.

**La droite passant par l'origine est le tarif A, la droite d'ordonnée à l'origine 5 900 est le tarif B, et la droite horizontale est le tarif C. Voir le graphique ci-dessous.**

## b. Déterminer graphiquement le nombre de séances pour lequel les tarifs A et B sont identiques, et estimer le montant.

### Réponse

On repère le point d'intersection des droites des tarifs A et B, puis on lit ses coordonnées (voir traits de lecture ci-dessous) : l'abscisse donne le nombre de séances, l'ordonnée le montant à payer.



**Les tarifs A et B sont identiques pour 5 séances, pour un montant d'environ 9 500 F.**

## c. Retrouver ce nombre de séances en résolvant l'équation $1\,900x = 5\,900 + 720x$ .

### Réponse

$$\begin{aligned}
 &1\,900x = 5\,900 + 720x \\
 \Leftrightarrow &1\,900x - 720x = 5\,900 \\
 \Leftrightarrow &1\,180x = 5\,900 \\
 \Leftrightarrow &x = \frac{5\,900}{1\,180} = 5.
 \end{aligned}$$

**Les deux tarifs sont identiques pour 5 séances, ce qui confirme la lecture graphique.**

d. Déterminer graphiquement à partir de combien de séances le tarif C devient le plus avantageux.

**Réponse**

Au-delà de 5 séances, le tarif B est déjà plus avantageux que le tarif A. On compare donc le tarif B au tarif C : sur le graphique, la droite du tarif B passe en dessous de celle du tarif C jusqu'à leur point d'intersection, situé à 7 séances (montant 10 940 F), puis au-dessus. Le tarif C n'est donc strictement le moins cher qu'à partir de la séance suivante.

**Le tarif C devient le plus avantageux à partir de 8 séances par mois.**