

# Mathématiques — Métropole

Corrigé détaillé — Série professionnelle — Sujet 26PROMATME2

## Structure de l'épreuve

<b>Partie 1</b>	Automatismes (calculatrice non autorisée)	6 points — 20 min
<b>Partie 2</b>	Raisonnement et résolution de problèmes	14 points — 1h40
	Exercice 1 — Statistiques (parc zoologique)	2 points
	Exercice 2 — Volume, fonction affine (bassin)	4 points
	Exercice 3 — Théorème de Thalès, périmètre (enclos)	4 points
	Exercice 4 — Probabilités (volière)	2 points
	(dont rédaction)	2 points

## Partie 1 — Automatismes

6 points — 20 min

Pour chaque question, on indique la réponse correspondante. Aucune justification n'est attendue en Partie 1 (les justifications ci-dessous sont fournies à titre pédagogique). Pour les QCM, une seule réponse est exacte.

### Question 1 — Diviseurs de 15

Recopier les quatre nombres de la liste qui divisent 15 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 7 ; 10 ; 12 ; 15.

#### Réponse

Un nombre divise 15 si la division de 15 par ce nombre tombe juste. Parmi la liste, cela concerne :

$$15 = 1 \times 15 = 3 \times 5.$$

**Les quatre diviseurs sont 1, 3, 5 et 15.**

### Question 2 — Périmètre d'un carré

Recopier le calcul qui donne le périmètre d'un carré de côté 3 cm.

#### Réponse

Un carré possède quatre côtés de même longueur. Le périmètre s'obtient en ajoutant les quatre côtés :

$$3 + 3 + 3 + 3 = 12.$$

**Le calcul correct est  $3 + 3 + 3 + 3$  (le périmètre vaut 12 cm).**

### Question 3 — Nom d'un solide

Donner le nom du solide représenté.

#### Réponse

Le solide possède une base circulaire et un sommet unique relié à cette base.

**Ce solide est un cône de révolution.**

### Question 4 — Fraction en pourcentage

Écrire la fraction  $\frac{2}{5}$  sous forme de pourcentage.

#### Réponse

On écrit la fraction sur 100 :

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{40}{100}.$$

**La fraction  $\frac{2}{5}$  correspond à 40 %.**

### Question 5 — Conversion de durée

Exprimer 72 minutes en heure et minute.

**Réponse**

Une heure vaut 60 minutes. On retire donc 60 minutes du total :

$$72 = 60 + 12.$$

**72 minutes correspondent à 1 h 12 min.**

**Question 6 — Situation de proportionnalité**

Choisir, parmi les quatre représentations graphiques, celle qui traduit une situation de proportionnalité.

**Réponse**

Une situation de proportionnalité est représentée par une droite qui passe par l'origine du repère. Seule la représentation de la **Situation 1** est une droite passant par l'origine : la Situation 2 coupe l'axe des ordonnées en 1, la Situation 3 ne passe pas par l'origine et la Situation 4 est une droite horizontale.

**La Situation 1 représente une situation de proportionnalité.**

**Question 7 — Médiane d'une série**

Déterminer la médiane de la série : 19 ; 15 ; 8 ; 22 ; 12.

**Réponse**

On range d'abord les cinq valeurs dans l'ordre croissant :

$$8 ; 12 ; 15 ; 19 ; 22.$$

La série comporte cinq valeurs : la médiane est la troisième, celle du milieu.

**La médiane de la série est 15.**

**Question 8 — Résolution d'équation**

Déterminer la solution de l'équation  $2x + 3 = 15$ .

**Réponse**

$$\begin{aligned} 2x + 3 &= 15 \\ \iff 2x &= 12 \\ \iff x &= \frac{12}{2} = 6. \end{aligned}$$

**La solution de l'équation est  $x = 6$ .**

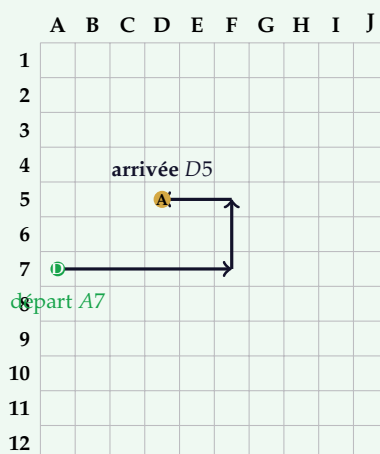
**Question 9 — Programme de déplacement**

Le vélo part de la case A7, orienté vers la droite. On applique : « avancer de 5 cases », puis répéter 2 fois « tourner de  $90^\circ$  vers la gauche, avancer de 2 cases ». Indiquer la case d'arrivée.

Réponse

On suit le déplacement pas à pas depuis A7 (orientation initiale vers la droite) :

- avancer de 5 cases vers la droite : de la colonne A à la colonne F, soit la case F7 ;
- tourner à gauche (le vélo regarde vers le haut), avancer de 2 cases : de la ligne 7 à la ligne 5, soit la case F5 ;
- tourner à gauche (le vélo regarde vers la gauche), avancer de 2 cases : de la colonne F à la colonne D, soit la case D5.



Le vélo arrive sur la case D5.

Partie 2 — Raisonnement et résolution de problèmes 14 points

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf indication contraire. La clarté et la précision des raisonnements ainsi que la rédaction sont évaluées sur **2 points**. Toute trace de recherche, même non aboutie, est prise en compte.

**Exercice 1** 2 points

Un parc zoologique compte 1 500 animaux répartis en cinq secteurs. Le diagramme circulaire donne les effectifs suivants : Herbivores 402, Aquatique 96, Oiseaux 546, Reptiles 300, le secteur Fauves n’étant pas indiqué.

1. Indiquer le nombre d’animaux du secteur Herbivores.

Réponse

La valeur se lit directement sur le diagramme circulaire.

**Le secteur Herbivores compte 402 animaux.**

**2. Calculer le nombre d'animaux du secteur Fauves.****Réponse**

Le total des cinq secteurs vaut 1 500. On retranche du total les quatre effectifs connus :

$$1\,500 - (402 + 96 + 546 + 300) = 1\,500 - 1\,344 = 156.$$

**Le secteur Fauves compte 156 animaux.**

**3. Montrer que le pourcentage d'animaux du secteur Oiseaux est 36,4 %.****Réponse**

On divise l'effectif du secteur Oiseaux par l'effectif total, puis on multiplie par 100 :

$$\frac{546}{1\,500} = 0,364 = \frac{36,4}{100}.$$

**Le secteur Oiseaux représente bien 36,4 % des animaux du parc.**

**4. Les secteurs Oiseaux et Reptiles réunis représentent-ils plus de la moitié des animaux du parc ?****Réponse**

On additionne les deux effectifs, puis on les compare à la moitié du total :

$$546 + 300 = 846 \quad \text{et} \quad \frac{1\,500}{2} = 750.$$

Comme 846 est supérieur à 750, les deux secteurs réunis dépassent la moitié du parc (ils en représentent 56,4 %).

**L'affirmation est vraie.**

**Exercice 2**

4 points

Le zoo dispose d'un bassin cylindrique de hauteur 2,8 m et de rayon 7 m. La surface de l'eau se situe à 0,2 m sous le bord du bassin.

**1. Montrer que la hauteur d'eau dans le bassin est 2,6 m.****Réponse**

La hauteur d'eau s'obtient en retirant à la hauteur du bassin l'espace vide de 0,2 m situé au-dessus de l'eau :

$$2,8 - 0,2 = 2,6.$$

**La hauteur d'eau est de 2,6 m.**

**2. Calculer le volume d'eau contenu dans le bassin, en m<sup>3</sup>, arrondi à l'unité.****Réponse**

On applique la formule du volume d'un cylindre avec  $R = 7$  m et  $h = 2,6$  m :

$$V = \pi \times R^2 \times h = \pi \times 7^2 \times 2,6 = \pi \times 127,4 \approx 400,2.$$

Le volume d'eau est d'environ  $400 \text{ m}^3$ .

3. Le volume d'eau du bassin est pris égal à  $400 \text{ m}^3$ . Le soigneur renouvelle un cinquième de l'eau. Montrer qu'il doit retirer  $80 \text{ m}^3$ .

#### Réponse

Renouveler un cinquième de l'eau revient à diviser le volume total par 5 :

$$\frac{400}{5} = 80.$$

Le soigneur doit retirer  $80 \text{ m}^3$  d'eau.

4. Le débit d'alimentation est  $4 \text{ m}^3$  par heure. Recopier l'expression de la fonction  $f$  (volume versé en fonction du temps  $x$ ).

#### Réponse

Le volume versé est proportionnel au temps : à chaque heure écoulée correspondent  $4 \text{ m}^3$  supplémentaires, et aucun volume n'est versé au temps  $x = 0$ . La représentation graphique est donc une droite passant par l'origine, de coefficient directeur 4.

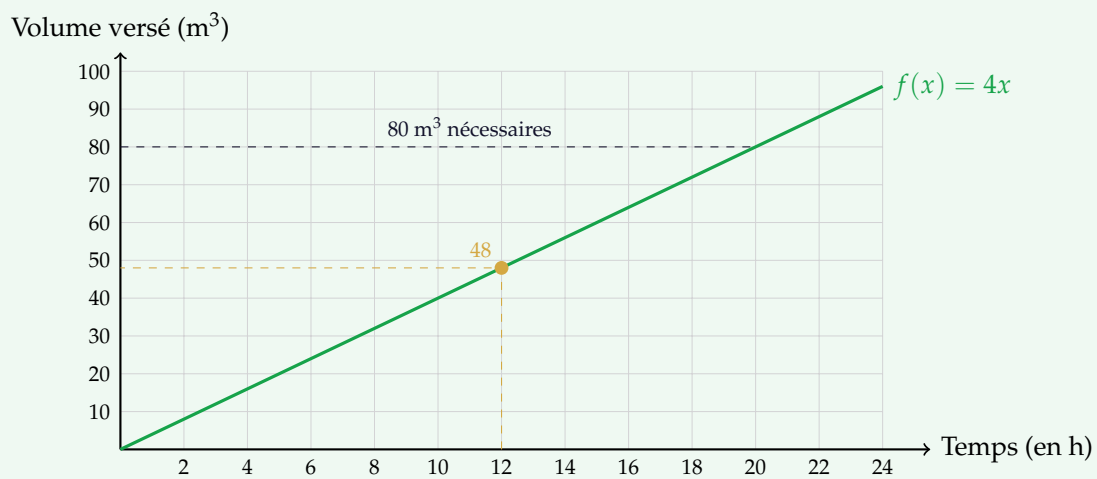
L'expression correcte est  $f(x) = 4x$ .

5. Le soigneur laisse l'alimentation fonctionner 12 h. Déterminer graphiquement si le volume aura retrouvé sa valeur initiale de  $400 \text{ m}^3$ .

#### Réponse

Après le retrait de  $80 \text{ m}^3$ , le bassin contient  $320 \text{ m}^3$ . Pour revenir à  $400 \text{ m}^3$ , il faut donc verser  $80 \text{ m}^3$ . La lecture graphique donne, pour  $x = 12$  h, un volume versé de  $48 \text{ m}^3$  (voir traits de lecture ci-dessous). Ce volume est inférieur aux  $80 \text{ m}^3$  nécessaires :

$$320 + 48 = 368 < 400.$$



**Non : après 12 h, le volume n'aura pas retrouvé sa valeur initiale de 400 m<sup>3</sup>.**

6. Le volume total du bassin est  $432 \text{ m}^3$  et le volume de départ est  $320 \text{ m}^3$ . Calculer au bout de combien d'heures le bassin débordera.

### Réponse

Le bassin déborde lorsque le volume atteint sa capacité totale, soit  $432 \text{ m}^3$ . Le volume à verser est donc :

$$432 - 320 = 112.$$

À raison de  $4 \text{ m}^3$  par heure, la durée nécessaire est :

$$\frac{112}{4} = 28.$$

**Le bassin débordera au bout de 28 heures.**

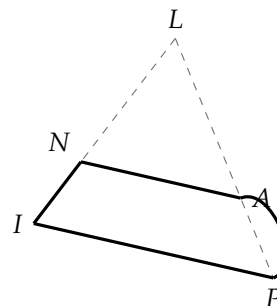
## Exercice 3

4 points

La clôture de l'enclos (tracé en gras) doit être changée. Le point  $A$  appartient au segment  $[LP]$ , le point  $N$  au segment  $[LI]$ , et les droites  $(NA)$  et  $(IP)$  sont parallèles. Dimensions connues :

$$LP = 60 \text{ m}; LA = 40 \text{ m}; IP = 46 \text{ m}; IN = 23 \text{ m}.$$

Le côté droit de l'enclos est un demi-cercle de diamètre  $[AP]$ .



*Le schéma n'est pas à l'échelle.*

1. Justifier que la longueur  $AP$  est égale à 20 m.

### Réponse

Le point  $A$  appartient au segment  $[LP]$ , donc la longueur  $LP$  est la somme de  $LA$  et de  $AP$ . On en déduit  $AP$  par soustraction :

$$AP = LP - LA = 60 - 40 = 20.$$

**La longueur  $AP$  est égale à 20 m.**

2. Déterminer le périmètre du demi-cercle de diamètre  $[AP]$ , en m, arrondi à l'unité.

### Réponse

Le demi-cercle a pour diamètre  $D = AP = 20 \text{ m}$ . Sa longueur est la moitié du périmètre d'un cercle complet :

$$\frac{\pi \times D}{2} = \frac{\pi \times 20}{2} = 10\pi \approx 31,4.$$

**Le périmètre du demi-cercle est d'environ 31 m.**

3. Recopier la nature exacte du quadrilatère  $APIN$ .

**Réponse**

Dans le quadrilatère  $APIN$ , les côtés  $[NA]$  et  $[IP]$  sont portés par des droites parallèles, tandis que les deux autres côtés ne le sont pas. Le quadrilatère possède donc exactement une paire de côtés parallèles.

**Le quadrilatère  $APIN$  est un trapèze.**

**4. En utilisant le théorème de Thalès, calculer la longueur  $NA$ , en m, arrondie à l'unité.**

**Réponse**

Les droites  $(NI)$  et  $(AP)$  se coupent en  $L$  et les droites  $(NA)$  et  $(IP)$  sont parallèles. D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{LN}{LI} = \frac{LA}{LP} = \frac{NA}{IP}.$$

On utilise le rapport connu  $\frac{LA}{LP} = \frac{40}{60}$ , d'où :

$$NA = IP \times \frac{40}{60} = 46 \times \frac{2}{3} = \frac{92}{3} \approx 30,7.$$

**La longueur  $NA$  est d'environ 31 m.**

**5. Vérifier que la longueur totale de grillage, arrondie à l'unité, est 131 m.**

**Réponse**

Le contour de l'enclos est constitué des segments  $[IN]$ ,  $[NA]$ ,  $[PI]$  et de l'arc du demi-cercle  $[AP]$ . On additionne ces quatre longueurs :

$$IN + NA + \text{arc} + IP = 23 + 31 + 31 + 46 = 131.$$

**La longueur totale de grillage est d'environ 131 m.**

**6. Le grillage est vendu en rouleaux de 12 m. Justifier qu'il faut acheter 11 rouleaux.**

**Réponse**

On divise la longueur totale par la longueur d'un rouleau :

$$\frac{131}{12} \approx 10,9.$$

Dix rouleaux ne fournissent que 120 m, ce qui est insuffisant. Il faut donc arrondir au nombre entier supérieur.

**Il est nécessaire d'acheter 11 rouleaux.**

**7. Le budget est de 700 € et chaque rouleau coûte 54 €. Préciser si ce budget est suffisant.**

**Réponse**

On calcule le coût des 11 rouleaux :

$$11 \times 54 = 594.$$

Ce montant est inférieur au budget disponible de 700 €.

**Le budget de 700 € est suffisant (dépense de 594 €).**

### Exercice 4

2 points

La volière du secteur Oiseaux contient 12 aras, 15 perruches, 5 cacatoès et 8 ibis.

**1. Indiquer le nombre total d'oiseaux de la volière.**

#### Réponse

On additionne les effectifs des quatre espèces :

$$12 + 15 + 5 + 8 = 40.$$

**La volière contient 40 oiseaux.**

**2. On prélève un oiseau au hasard. Calculer la probabilité que ce soit un ara (résultat décimal).**

#### Réponse

Le prélèvement se fait au hasard : chaque oiseau a la même chance d'être choisi. La probabilité est le quotient du nombre d'aras par le nombre total d'oiseaux :

$$\frac{12}{40} = 0,3.$$

**La probabilité de prélever un ara est 0,3.**

**3. Le parc reçoit cinq cacatoès supplémentaires. Montrer que la probabilité de prélever un cacatoès est égale à  $\frac{2}{9}$ .**

#### Réponse

Le nombre de cacatoès devient  $5 + 5 = 10$  et le nombre total d'oiseaux devient  $40 + 5 = 45$ .

La nouvelle probabilité est :

$$\frac{10}{45} = \frac{2}{9}.$$

**La probabilité de prélever un cacatoès est bien égale à  $\frac{2}{9}$ .**